BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
3 M
14

14
21-G
32

14-21 G.32

THEODOSII TRIPOLITAE SPHAERICORVM LIBRI III.

A CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERgenſi Societatis IESV

PERSPICVIS DEMONSTRATIONIBVS, ac ſcholijs illuſtrati.

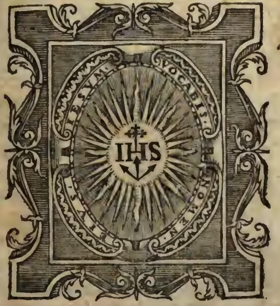
Item Eiuſdem

CHRISTOPHORI CLAVII

SINVS. LINEAE TANGENTES. ET SECANTES.
TRIANGVLA RECTILINEA. ATQVE SPHAERICA.

Pertinet ad Bibliothecam S. Fran.ci de Vite

Ex testamento Illmi Revmi D. Ascanij Rinaldi



ROMAE,
Ex Typographia Dominici Baſæ. M. D. LXXXVI.

PERMISSV SVPERIORVM.

14-3N-14
A
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ILLVSTRISS. ET EXCELL.
PRINCIPI,
DOM. IACOBO BONCOMPAGNO,
Duci Soræ, & Marchioni
Vignolæ, &c.

CHRISTOPHORVS CLAVIVS
è Societate IESV. S. P. D.

QVANTVM ſit, Illuſtriſſime Princeps, ad perfectam Mathematicorum ſcientiam in ſphæricis Elementis, & in Sinuum, linearumq́; Tangentium atque Secantium, & in tota denique Triangulorum diſciplina momenti, nemo melius intelligit, mea quidem ſententia, quam qui in rerum cæleſtium cognitionem neruos omnes intendit. Nam nec Orbium globorumve cæleſtium, nec ſiderum ſeu quæ vocantur errantia, ſeu quæ infixa ſunt cælo, curſus ac magnitudo (quæ vna omnium iucundiſſima, & ad decus aptiſſima ſcientia eſt) ſine eorum ope ac beneficio teneri poteſt. Locupletiſſimus teſtis eſt excellenti doctrina vir Ptolemæus eo libro, quem Conſtructionem magnam inſcripſit: vbi quic-

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

quid ad cæleſtem doctrinam pertinet, id omne vel ſphæricis ex elementis, vel ex triangulorum doctrina, vel ex arcuum denique chordis (vnde omnis Sinuum, omnis linearum Tangentium atque Secantium diſciplina manauit) peracute demonſtrat: vt fruſtra laborem operamq; ſuſcipiat, quiſquis hoc ſine præſidio Demonſtrationes illas conetur attingere. Mitto quanta in Gnomonica, quanta in Coſmographia, Geodæſia, & vniuerſa pene Geometria earum rerum ſit opportunitas: ne aut in re perſpicua ſim multus, aut aliena diſputatio videatur. Quocirca fatebor, quod res eſt, Sapientiſſime Princeps, multas me annorum vigilias ac labores pro eo amore, quo ad Mathematicas voluptates incendor, in earum, quas dixi, rerum planam ac ſolidam cognitionem contuliſſe: & lucubrationes quaſdam ſepoſuiſſe, meos duntaxat in vſus. Verum vt eruditorum, & eorum, qui ſcripta noſtra tractabant, Gnomonica præſertim, vbi Sinuum, Triangulorum, cæterarumq; rerum frequens incidit mentio, poſtulationi concederem; commode me facturum exiſtimaui, ſi quæ priuatos in vſus temere collegiſſem, ea in ordinem adducta, & in vnum quaſi coacta corpus in commune conferrem: Et commentarios hoſce in tres Theodoſij Tripolitæ libros de ſphæricis elemẽtis, vna cum demon-

demonſtrationibus noſtris Sinuum, linearum Tangentium atque Secantium, præcipueq; Triangulorum tam Rectilineorum quam Sphæricorum diſciplina, pateret in apertum lucemq; proferri: Quæ quidem peropportuna mihi viſa res eſt ad declarandam noſtram in te voluntatem, perpetuamq; beneuolentiam, ſi cum tui nominis inſcriptione diuulgarem. Quibus enim titulis labores noſtros cohoneſtemus, niſi eorum virorum, qui vel eiuſdem ſtudij delectatione ducuntur, vel eas res, in quibus elaboramus, ſuo pondere momentoq; perpendunt? Scientiæ comes iucunditas eſt, & ea demum ſunt pretia rerum, quæ ſtatuerit cuiuſque cognitio. Tu Mathematicorum ſcientia præſtas, atq; idcirco mirificas inde voluptates hauris. Apud te maximo ſemper in pretio atque in honore fuit, quia quanti facienda eſſet, eius diuturnus vſus tractatioq; te docuit. Accedit, quod cum Societati noſtræ gens tua tot iam ſummæ liberalitatis officia tribuerit, vix videtur ſummam ingrati animi notam effugere poſſe, niſi cum ſe dedit occaſio, aliquid aliquando retribuat. Extant Gregorianæ liberalitatis quam ampliſſima monumenta: extant eius de Societate noſtra iudicia perhonorifica: Iura data atque amplificata. Conceſſæ immunitates: Collegia familiæ noſtræ in vlti-

mis etiam terrarum partibus excitata. quæ omnia, quantum tuo ſimus obſtricti nomini, non modo ijs, qui nunc ſunt, ſed omnibus etiam poſteris teſtabuntur. Quare quî poteram in quærendis honeſtis titulis operibus meis te, Princeps Ampliſſime, præterire? Appareat igitur in tuo nomine munuſculum hoc vigiliarum mearum tenue illud quidem & perexiguum: ſed tamen eiuſmodi, quod & noſtra in te ſtudia, & tua in nos officia grata quadam ſignificatione memoriæ cunctis gentibus patefaciat. Romæ Octauo Id. Decemb. M. D. LXXXV.

ERRA-

ERRATORVM CORRECTIO.

Pag.	*Lin.*	*Errata.*	*Correctiones.*
39.	22.	Quoniam igitur in	Quoniam in
56.	30.	atque punctum E,	atque punctum F,
46.	20.	Quod ſecundo loco	Quod primo loco
47.	Secunda figura cum prima paginæ 48. locum permutet.		
48.	Prima figura cum ſecunda paginæ 47. locum commutet: & in tertio caſu demonſtrationis adhibeatur ſecunda figura paginæ 48.		
48.	11.	A D C, B E.	A D C, G H.
54.	42.	& arcus C H,	& arcus C N,
58.	13.	incidant.	indicant.
62.	6.	arcus ſingulorum	arcus ſingulos
64.	4.	I O, I B.	I O, I P.
64.	4.	in margine pro [12. 1. huius] lege [12. huius]	
64.	linea antepenultima, in margine apponatur [22. huius.]		
65.	12.	ad minorem	ad maiorem
67.	6.	maiorem eſſe	minorem eſſe
69.	3.	per C,	per D,
70.	35.	A F C,	A F G.
75.	22.	F B, circuli minoris	F B, circuli maioris
77.	5.	quorum	quarum
77.	ultima.	& K L,	& K X,
80.	10.	Si igitur ſphæra	Si igitur in ſphæra
109.	30.	in margine apponatur [14. quinti.] immediate ſupra [34. primi]	
112.	prope finem in margine pro [33. primi.] reponatur [34. primi.]		
127.	infra lineam vltimam pro [D F,] ponatur [H L.]		
170.	7.	Si o.	Si 60,
172.	43.	vel partem	vel per partem
176.	21.	quæ rectæ F E,	quàm rectæ F E,
187.	Infra vltimam lineam pro [TABV] reponatur [L I N E Æ]		
188.	1.	L I N Æ	L I N E Æ
189.	2.	C A C,	C A D,
197.	28.	tangentem arcus	ad tangentem arcus
In tabulis tangentium, & ſecantium pag. 203. 209. 211. 221. 223. 225. 227. 233. 235. 237. 247. 249. 253. 255. 263. in margine dextro pro [39] ſcribe [29]			
In tabula ſecantium pag. 252. ſub gradu 14. è regione minuti 29. antepenultima litera, nempe 1. verſus dexteram debet eſſe 2.			
309.	17.	ſit angens B C,	ſi tangens B C,
315.	28.	differentia, hæc nempe	differentia hæc, nempe
322.	7.	in E.	in D.
334.	14.	ipſi D C, æqualis	ipſi D C, æquals
359.	5.	B C,	quàm B C,
374.	28.	propoſ. 45.	propoſ. 41 & 42.
375.	vltima.	propoſ. 45.	propoſ. 66.
377.	11.	propoſ. 45.	propoſ. 66.
377.	30.	C H,	C G,
378.	antepen.	propoſ. 45.	propoſ. 67.
388.	prima figura inuerſa eſt.		
395.	14.	triangulo ſphærico	triangulo ſphærico rectangulo.
409.	1.	eſſe totum	eſſe ſinum totum
412.	23.	deleantur hæc verba [vt in propoſ. dictum eſt.]	
415.	16.	ad ſinum compleméti,	ad ſinum arcus EF, hoc eſt, ad ſinum complementi.
433.	22.	theorema ſequens	problema ſequens,
446.	28.	arcu B Q,	arcu B K,
448.	30.	ſub A V, K V,	ſub A V, K Y,

ERRATORVM CORRECTIO.

Pag.	*Lin.*	*Errata.*	*Correctiones.*
471.	24.	arum B D,	arcum B D,
472.	penult.	angum	angulum
478.	21.	B D, notum	A D, notum
486.	3. & 10.	in margine pro [propoſ. 1.] ponatur	[propoſ. 2.]
492.	14.	vt æqualis.	ſit æqualis.

Errata leuiora, quæ ſtudio neglecimus, prudens lector facile emendabit.

THEODOSII TRIPOLITAE SPHAERICORVM LIBRI TRES.

PRAEFATIO.

CVM & in Phœnicia, & in Africa vrbs, cui nomen Tripolis, à Geographis, atque Hiſtoricis deſcribatur, certo non conſtat apud ſcriptores, vtra harum ciuitatum Theodoſii patria fuerit. Quo item tempore floruerit, non ſatis inter eoſdem conuenit: Non tamen leuis coniectura eſt, eum circa tempora Pompeij Magni vixiſſe: propterea quod eum ſimul cum Aſclepiade medico (qui temporibus Pompeij Magni floruit, ſi Plinio credimus) in Bithynia floruiſſe ſcribit Strabo. Scripſit autem varia opuſcula Mathematica, vt De Habitationibus, De Noctibus, & diebus, atque etiam tres hoſce ſphæ-

ricorũ libros ſumma eruditione refertos, in quibus varias ſphæræ proprietates demõſtrat, quarum quidem cognitio magnopere eſt neceſſaria ad rerum cœleſtium doctrinam conſequendam. Etenim ſine his Aſtronomia ſuã dignitatẽ tueri nulla ratione poteſt: Gnomonice quoque, ſeu ratio horologiorum Solarium deſcribendorũ ex his maximè pendet. Adde quod & ad Geographiam, & ad Perſpectiuam rectè intelligendam non parum momenti habeant, vt interim alias vtilitates ſphæricorum elementorum taceamus.

QVONIAM verò duplex verſio Sphæricorum Theodoſii circumfertur, germana altera & propria Ioannis Penæ exemplari græco ad verbum reſpondens, altera Franciſci Maurolyci Abbatis Meſſanenſis ex traditione Arabum: nos priorem ſecuti ſumus, quæ nouem & quinquaginta propoſitionibus abſoluitur, inſeruimusq; varia ſcholia, quibus plurima theoremata neceſſaria, & ſcitu iucunda, à Theodoſio quidem omiſſa, ab Arabibus autem adiuncta, demonſtrauimus. In demonſtrationibus autem non ſumus ſecuti verba codicis Græci, ſed ſenſum, vt demonſtrationes ipſæ clariores fierent:

adieci-

adiecimusq́; nonnunquam corollaria quædam, & ſcholia, necnõ lemmata, vt illis vti poſſimus, quando res poſtulabit. In margine porro appoſuimus numeros ſeriem propoſitionũ iuxta verſionẽ Franciſci Maurolyci referentes; vt facile à quouis propoſitiones Theodoſii, quas nonnulli ſecundũ ordinẽ Arabũ citant, poſſint inueniri. Figuras quoque, quæ in græco exemplari extãt, plerunque neglexim⁹, quòd illæ, quas Maurolicus pinxit, commodiores ſint, & ad intelligendas res ſphæricas multò faciliores. Poſtremo, ne demonſtrationum curſus interrumperetur, citauimus propoſitiones Euclidis, & horum librorum in margine. Id quod & in ſequentibus operibus obſeruauimus. Citationes autem hoc modo intelligendæ ſunt.

1. primi.	Prima propoſitio lib. 1. Euclid.	Coroll. 10. huius.	Corollarium propoſitionis decimæ huius lib.
18. vndec.	Decimaoctaua propoſitio lib. 11. Euclid.	Coroll. 1. 1. huius.	Corollarium propoſitionis primæ lib. 1. huius operis.
Coroll. 16. tertij.	Corollarium propoſitionis ſexdecimæ lib. 3. Eucl.	Schol. 15. huius.	Scholium propoſitionis quintædecimæ huius lib.
Coroll. 2. 33. ſexti.	Corollarium ſecundum propoſitionis trigeſimætertiæ ſexti lib. Eucl.	Schol. 15. 1. huius.	Scholium propoſitionis quintædecimæ lib. 1. huius operis.
Schol. 1. 2. octaui.	Scholium primum propoſitionis ſecundæ lib. 8. Euclid.	20. 1. Theod.	Propoſitio vigeſima lib. 1. Theod.
4. huius.	Propoſitio quarta huius libri.	Coroll. 16. 1. Theod.	Corollarium propoſitionis ſextædecimæ lib. 1. Theodoſij.
12. 2. huius.	Propoſitio duodecima libri 2. huius operis.	Schol. 19. 1. Theod.	Scholium propoſitionis decimænonæ lib. 1. Theodoſij.

Ex his aliæ citationes facilè percipientur, cum in omnibus eadem ſit ratio.

THEODOSII SPHAERICORVM LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

I.

SPHAERA eſt figura ſolida comprehenſa vna ſuperficie, ad quam ab vno eorum punctorum, quæ intra figuram ſunt, omnes rectæ lineæ ductæ ſunt inter ſe æquales.

II.

Centrum autem Sphæræ, eſt eiuſmodi punctũ.

III.

Axis verò Sphæræ, eſt recta quædã linea per centrũ ducta, & vtrinque terminata in ſphæræ ſuperficie, circa quã quieſcentẽ circumuoluitur ſphęra.

IIII.

Poli ſphæræ ſunt extrema puncta ipſius axis.

V.

Polus Circuli in Sphæra, eſt punctum in ſuperficie ſphæræ, à quo omnes rectæ lineæ ad Circuli circumferentiam tendentes ſunt inter ſe æquales.

SCHO-

SCHOLIVM.

ADDITVR in exemplari græco alia adhuc definitio, qua explicatur, quid ſit planum ad planum ſimiliter inclinari, atque alterum ad alterum. Sed quoniam inclinatio plani ad planum ab Euclide explicata eſt lib. 11. defin. 6. At vero, quando planum ad planum ſimiliter inclinari dicitur, atque alterum ad alterum, eodem lib defin. 7. declaratum eſt, ſtatui eam omnino omittere hoc loco, & ſequentem apponere non diſſimilem definitioni 4. lib. 3. Euclidis, ita vt ſextum locum obtineat.

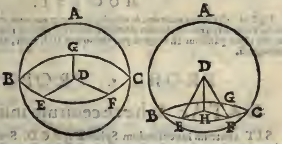
VI.

IN Sphæra æqualiter diſtare à centro ſphæræ circuli dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro ſphærę in ipſorum plana ducuntur, ſunt æquales. Longius autem abeſſe ille dicitur, in cuius planum maior perpendicularis cadit.

THEOREMA 1. PROPOS. 1. 1.

SI Sphærica ſuperficies plano aliquo ſecetur, linea quæ fit in ſphæræ ſuperficie, eſt circumferentia circuli.

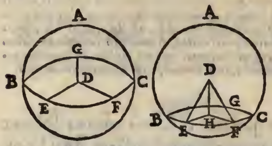
SECETVR Sphærica ſuperficies A B C, cuius centrum D, plano aliquo faciente in ſuperficie ſphæræ lineam B E F C G. Dico B E F C G, circumferentiam eſſe circuli. Tranſeat enim primò planum ſecans per centrũ ſphæræ D, ita vt D, ſit in plano ſecante, in quo ex D, ad lineam factam B E F C G, ducantur lineæ rectæ quotcunque D E, D F, D G. Quoniam igitur omnes hæ lineæ ductæ,



quotcunque fuerint, cum ex centro ſphæræ ad eius ſuperficiem cadant, inter ſe æquales ſunt, erit, per defin. 15. lib. 1. Eucl. linea B E F C G, circumferentia circuli, cuius centrum D, idem quod ſphæræ.

TRAN-

TRANSEAT deinde planum ſecans non per centrum ſphæræ. Du-
11. vndec. catur autem ex D, centro ſphæræ ad planum ſecans perpendicularis D H, emittāturq; ex H, rectę vtcunq; H E, H F, ad lineam B E F C G, & cōnectan-tur rectæ D E, D F. Quoniã igitur anguli D H E, D H F, recti ſunt, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. erit tam quadratũ ex D E, quadratis ex D H, H E, quàm quadratũ ex D F,



47. primi. quadratis ex D H, H F, æquale: Sunt autem quadrata ex D E, D F, inter ſe æqualia, quod & rectæ D E, D F, ex centro ſphæræ in eius ſuperficiē cadentes inter ſe æquales ſint. Quadrata igitur ex D H, H E, ſimul quadratis ex D H, H F, ſimul æqualia erunt. Dempto igitur communi quadrato rectæ D H, reliqua quadrata rectarum H E, H F, inter ſe æqualia, & rectæ propterea H E, H F, inter ſe æquales erunt. Eodem argumento oſtendemus, omnes lineas ex H, ad lineam B E F C G, cadentes eſſe æquales & inter ſe, & dictis duabus H E, H F. Linea ergo B E F C G, circumferentia erit circuli, ex defin. 15. lib. 1. Euclid. cuius centrum eſt punctum H, in quod perpendicularis D H, cadit. Quare ſi ſphærica ſuperficies plano aliquo ſecetur, &c. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

ITAQVE ſi planum ſecans per centrum ſphæræ tranſierit, efficietur circulus idem centrum habens, quod ſphæra. Si verò non per centrum tranſierit, efficietur circulus aliud habens centrum, quàm ſphæra, illud videlicet punctum, in quod cadit perpendicularis ex centro ſphæræ ad planum ſecans deducta. Nam ſemper demonſtrabuntur lineæ rectæ cadentes ex hoc puncto in circumferentiam circuli eſſe æquales.

HOC EST.

IDEM eſt ſphæræ centrum, & circuli per ſphæræ centrum traiecti. Et perpendicularis ducta à centro ſphæræ in planum circuli per centrum ſphæræ non traiecti, cadit in centrum circuli: quia punctum H, in quod perpendicularis D H, cadit, demonſtratum eſt centrum eſſe circuli.

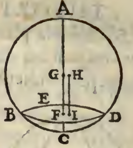
2.

PROBL. 1. PROPOS. 2.

DATAE Sphæræ centrum inuenire.

1. huius. SIT centrum inueniendum Sphæræ A B C D. Secetur eius ſuperficies
1. tertij. plano quopiam faciente in ipſa lineam B D E, quæ circuli circumferentia
Coroll. 1. erit. Sit huius circuli centrum F. Si igitur circulus B D E, per centrum ſphæ-
huius. ræ traijcitur, erit punctum F, centrum quoque ſphæræ. Si verò per centrum
12. vndec. ſphæræ non traijcitur, erigatur ex F, ad planum circuli B D E, perpendicu-
laris

laris F G, quæ vtrinque ad ſuperficiem ſphæræ educta ad puncta A, C, ſecetur biſariam in G. Dico G, centrum eſſe ſphæræ. Si enim nõ eſt, ſit, ſi fieri poteſt, centrum H, ſecans diametros omnes biſariã, quod quidem in linea AC, nõ exiſtet, cũ ea in puncto G, ſolũ biſariã diuidatur, ſed extra illã. Demittatur ex H, centro ſphæræ ad planum circuli B D E, perpendicularis H I, quæ æquidiſtans erit lineæ F G; ac proinde in punctum F, non cadet: coirent enĩ tunc duæ parallelæ H I, G F, in F, puncto, quod fieri non poteſt. Quoniam verò perpendicularis ex centro ſphæræ in planũ circuli B D E, demiſſa cadit in eius centrum, erit I, centrum circuli B D E. Sed & F, ex conſtructione, centrum eſt eiuſdem circuli. Quod abſurdum eſt. Idem enim circulus vnum tantum habeat centrum neceſſe eſt. Non ergo aliud punctum præter G, centrum erit ſphæræ. Quare datæ ſphæræ centrum inuenimus. Quod faciendum erat.



11. vndec.
6. vndec.
Coroll. 1. huius.

COROLLARIVM.

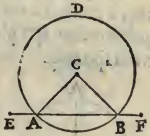
HINC conſtat, ſi in ſphæra ſit circulus non per centrum ſphæræ traiectus, à cuius centro excitetur perpendicularis ad ipſius planum, in linea perpendiculari centrũ eſſe ſphæræ. Oſtenſum enim eſt, punctum G, quod perpendicularẽ A C, biſariã diuidit, eſſe ſphæræ centrũ.

THEOREMA 2. PROPOS. 3. 3.

SPHAERA planum, à quo non ſecatur, non tangit in pluribus punctis vno.

SI enim fieri poteſt, ſphæra planum, à quo non ſecatur, tangat in pluribus punctis vno, vt in A, & B. Inuento igitur C, centro ſphæræ, ducantur rectæ C A, C B: & per C A, C B, ducatur planum faciens quidem in ſuperficie ſphæræ circumferentiam circuli A B D, in plano autẽ ſecante rectam lineam E A B F. Quia igitur planũ tangens, in quo eſt recta E A B F, ſphæram non ſecat, atque adeò neque circulum A B D, in ſphæræ ſuperficie exiſtentem, fit vt neq; recta E A B F, circulũ A B D, ſecet. Cadet ergo recta A B, tota extra circulũ. Quoniã verò duo puncta ſumpta ſunt A, B, in circũferentia circuli A B D, cadet eadem recta A B, à pũcto A, in punctũ B, ducta tota intra circulũ A B D. Quod eſt abſurdũ. Sphæra igit planũ, à quo nõ ſecatur, nõ tangit in pluribus pũctis vno. Quod erat demonſtrandũ.

2. huius.
1. huius.
3. vndec.
2. tertij.



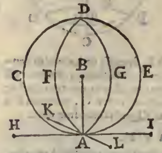
COROLLARIVM.

HINC fit, ſi duo puncta ſignentur in ſuperficie ſphæræ, rectam, quæ illa connectit, intra ſphæram cadere. quia videlicet cadit intra circulum, qui in ſphæræ ſuperficie circumferentiam habet. 2. tertij.

THEO-

4. THEOREMA 3. PROPOS. 4.

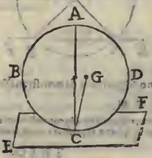
SI Sphæra planum tangat, quod eam non ſecet, recta linea ducta à centro ſphæræ ad contactum, perpendicularis erit ad planum.



2.huius. TANGAT Sphæra planum, quod ipſam non ſecet, in puncto A: Et inuento B, centro ſphæræ, ducatur ab eo recta B A, ad punctum contactus A. Dico rectam B A, ad dictum planum perpendicularem eſſe. Nam per rectam A B, ducantur duo plana vtcunque ſe mutuo ſecãtia, quæ in ſuperficie quidem ſphæræ faciant circulorum circumfe- 1.huius. rentias A C D E, A F D G, in plano autẽ tangente rectas H A I, K A L. quoniam 3.vndec. igitur vterque circulus A C D E, A F D G, per centrum B, ſphæræ traijcitur, erit quoque B, vtriuſque centrum. Rurſus quia planum tangens ſphęram non ſecat, Coroll. 1. huius. fit, vt neque rectæ H A I, K A L, in eo exiſtentes eandem ſecent; ac proinde neque circulos A C D E, A F D G, in ſphæræ ſuperficie exiſtentes. Tanget igitur recta H A I, circulum A C D E, in puncto A, & recta K A L, circulum 18. tertij. A F D G, in eodem puncto A. Igitur recta B A, & ad rectam H A I, & ad rectam K A L, perpendicularis eſt. Quare eadem recta B A, & ad planum tangens, quod per rectas H A I, K A L, ducitur, perpendicularis erit. 4.vndec. Si ſphæra ergo planum tangat, quod eam non ſecet, &c. Quod oſtendendum erat.

5. THEOREMA 4. PROPOS. 5.

SI Sphæra planum tangat, quod ipſam non ſecet, à contactu autem excitetur recta linea ad angulos rectos ipſi plano, in linea excitata erit centrum ſphæræ.



SPHAERA A B C D, tãgat in C, puncto planum E F, quod eam non ſecet, à puncto autem C, excitetur ad planum E F, per- 12. vndec. pendicularis C A. Dico in A C, centrum eſſe ſphæræ. Si enim non eſt, ſit G, centrum ſphæræ extra rectam A C, ſi fieri poteſt, & à G, ad C, recta ducatur G C, quę ad planum 4.huius. E F, perpendicularis erit: Erat autẽ & A C, ad idem planum perpendicularis. Igitur ex eodem puncto C, ad idem planum E F, duæ perpendiculares ducuntur. Quod eſt abſurdum.

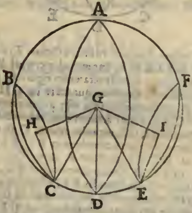
dum. Dato enim plano, à puncto, quod in illo datum eſt, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitantur. Quare ſi ſphæra planum tangat, quod ipſam non ſecet, &c. Quod erat oſtendendum. 13. vndec.

THEOREMA 5. PROPOS. 6. 6.

CIRCVLORVM, qui in ſphæra ſunt, maximi ſunt, qui per ſphæræ centrum ducuntur: aliorum autem illi inter ſe æquales ſunt, qui æqualiter à centro diſtãt: qui vero longius à centro diſtant, minores ſunt. Et circuli in ſphæra maximi per ſphæræ centrum tranſeunt: aliorum autem æquales à centro æqualiter diſtant: minores verò longius à centro diſtant. 7.

IN ſphæra A B C D E F, cuius centrum G, tranſeat circulus A D, per centrum G, & alij B C, F E, non per centrum. Dico A D, circulum eſſe omnium maximum, &c. Ducantur ex centro G, ad plana circulorum B C, F E, perpendiculares G H, G I, quæ in ipſorum centra cadent; ita vt H, I, centra ſint circulorum B C, F E: Eſt autem G, centrũ ſphæræ, centrũ quoq; circuli A D, per centrum ſphæræ traiecti. Si igitur ex G, H, I, ad ſuperficiem ſphæræ rectæ ducantur G D, H C, I E, erũt hæ ſemidiametri circulorum A D, B C, F E. Connectantur autem rectæ G C, G E. Quoniam igitur in triangulo G H C, angulus H, rectus eſt, ex defin. 3. lib. 11 Eucl. erit quadratum ex G C, æquale quadratis ex G H, H C. Dempto ergo quadrato rectæ G H, maius erit quadratum ex G C, quadrato ex H C; atque adeò & recta G C, hoc eſt, ſibi æqualis G D, (ducuntur enĩ G C, G D, ex centro ſphæræ ad ſuperficiem) maior erit, quàm recta H C. Quare circulus A D, maiorẽ habens ſemidiametrum, quàm circulus B C, maior erit circulo B C. Non ſecus oſtendemus, circulum A D, quocunque alio, qui per centrum G, non tranſeat, maiorem eſſe. Maximus eſt ergo circulus A D.

11. vndec. Coroll. 1. huius. Coroll. 1. huius. 47. primi.

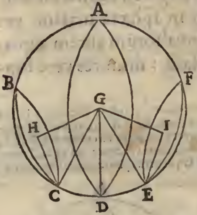


DISTENT iam circuli B C, F E, à centro G, æqualiter, hoc eſt, perpendiculares G H, G I, æquales ſint, ex defin. 6. huius libri. Dico circulos B C, F E, æquales eſſe. Cum enim rectæ G C, G E, à centro ſphæræ in eius ſu

 perfi-

perficiem cadentes ſint æquales, ac proinde & earum quadrata æqualia; ſit au-
47. primi. tem tam quadratum ex G C, quadratis ex G H, H C, quàm quadratum ex G E, quadratis ex G I, I E, æquale; erũt quadrata ex G H, H C, ſimul æqualia quadratis ex G I, I E, ſimul. Demptis ergo æqualibus quadratis rectarum G H, G I, (poſitæ enim ſunt hæ lineæ æquales) æqualia erunt reliqua quadrata rectarum H C, I E, ac proinde & rectæ H C, I E, æquales erunt: quæ cum ſint ſemidiametri circulorum B C, F E, æquales erunt circuli ipſi B C, F E.

QVOD ſi alter horũ circulorũ, nempe BC, longius à centro G, ponatur diſtare, quàm alter F E, hoc eſt, perpẽdicularis G H, maior ponatur perpendiculari G I, oſtendemus eodem fere modo, circulum B C, minorem eſſe circulo F E. Cum enim quadrata ex G H, H C, æqualia ſint demonſtrata quadratis ex G I, I E; ſi auferantur quadrata inæqualia rectarum inæqualium G H, G I, quorum illud maius eſt, (quòd & recta G H, maior ponatur quàm recta G I,) erit reliquum quadratum rectæ H C, minus quadrato reliquo rectæ I E; ac propterea & recta H C, minor erit, quàm recta I E. Igitur & circulus B C, circulo F E, minor erit.



SIT iam circulus omnium maximus A D. Dico eum per G, centrum ſphæræ tranſire. Si enim non tranſeat per centrũ, erit alius quiſpiam circulus per centrum G, tranſiens maior circulo A D, non per centrũ tranſeũte, vt in hac propoſ. demonſtratum eſt. Quare A D, non eſt maximus circulus. Quod eſt abſurdum. Ponitur enim maximus. Tranſit ergo per G, centrum ſphæræ.

DEINDE ſint æquales circuli B C, F E. Dico eos à centro G, æqualiter diſtare. Conſtructa enim figura, vt prius, erunt ſemidiametri H C, I E, æ-
47. primi. quales. Et quoniam quadrata ex G H, H C, æqualia ſunt quadratis ex G I, I E, vt demonſtratum eſt; ablatis æqualibus quadratis linearum æqualium H C, I E, erunt reliqua quadrata rectarum G H, G I, æqualia; ac proinde & lineæ G H, G I, æquales erunt. Quæ cum perpendiculares ſint, ex conſtructione, ad plana circulorum B C, F E, æqualiter à centro G, diſtabunt circuli B C, F E, ex defin. 6. huius lib.

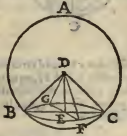
QVOD ſi alter circulorum B C, F E, nimirum circulus B C, minor ponatur altero circulo F E, oſtendemus eodem ferè modo, perpendicularem G H, maiorem eſſe perpendiculari G I. Cum enim quadrata ex G H, H C, oſtenſa ſint æqualia quadratis ex G I, I E; ſit autem quadratum ex H C, minus quadrato ex I E; (quòd & ſemidiameter H C, circuli minoris minor ſit ſemidiametro I E, circuli maioris) erit quadratum reliquum rectæ G H, reliquo quadrato rectæ G I, maius; atque adeo & recta G H, maior erit, quàm G I. Quare cum G H, G I, perpendiculares ſint, ex conſtructione, ad plana circulorum, longius diſtabit, per defin. 6. huius lib. circulus B C, minor à centro G, quàm circulus maior F E. Itaque circulorum, qui in ſphæra ſunt, maximi

maximi ſunt, qui per ſphæræ centrũ ducũtur, &c. Quod erat demonſtrandũ.

THEOREMA 6. PROPOS. 7. 8.

SI in ſphæra ſit circulus, à centro autem ſphæræ ad centrum circuli connectatur recta linea, connexa linea ad circuli planum recta erit.

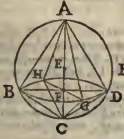
IN ſphæra A B C, cuius centrum D, ſit circulus B F C G, cuius centrũ E: Et recta D E, connectat duo centra D, E. Dico D E, rectam eſſe ad planũ circuli B F C G. Ductis enim duabus diametris vtcunque B C, F G, in circulo, ducantur ab earum extremis ad D, centrum ſphæræ rectæ lineæ, B D, C D, F D, G D, quæ omnes inter ſe æquales erunt, cum à centro ſphæræ ad eius ſuperficiem cadant: Sunt autem & B E, C E, F E, G E, ſemidiametri circuli B F C G, æquales. Igitur duo triangula D E B, D E C, duo latera D E, E B, duobus lateribus D E, E C, & baſim D B, baſi D C, æqualem habent; ex quo fit, angulos D E B, D E C, æquales, atque adeò rectos eſſe. 8. primi. Recta igitur D E, rectæ B C, ad rectos inſiſtet angulos. Non aliter oſtendemus, rectam D E, rectæ F G, ad rectos angulos inſiſtere. Quamobrem & plano circuli B F C G, per rectas B C, F G, ducto ad rectos angulos inſiſtet. 4. vndec. Si igitur in ſphæra ſit circulus, &c. Quod oſtendendum erat.

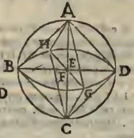


THEOREMA 7. PROPOS. 8. 9.

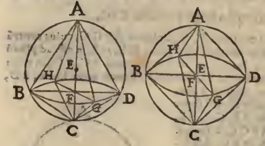
SI ſit in ſphæra circulus, & à centro ſphæræ ad circulũ ducatur perpendicularis, quæ ad vtramq; partẽ producatur, cadet ea in polos ipſius circuli.

IN ſphæra A B C D, cuius centrum E, ſit circulus B G D H, in cuius planum à centro ſphæræ E, perpendicularis deducta ſit E F, quæ in vtramque partem protracta cadat in ſuperficiem ſphæræ ad puncta A, C. Dico A, C, polos eſſe circuli B G D H. Cadet enim perpendicularis E F, in cen- 11. vndec.





Coroll. 1. huius. trum circuli B G D H, atque adeo F, centrum erit circuli. Quòd ſi circulus B G D H, per centrum ſphæræ ducatur, erit ipſum centrum ſphæræ E,
12. vndec. idem quod F, centrum circuli; ex quo ad planum circuli excitata ſit perpendicularis A C. Ductis igitur diametris B D, G H, vtcunque, ducantur ab earum extremis rectæ ad puncta A, C. Et quia A F, perpendicularis eſt ad planũ circuli B G D H, erunt anguli omnes, quos ad F, facit, recti, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. Quare duo triangula A F B, A F H, duo latera A F, F B, duobus lateribus A F, F H, æqualia habent, quę quidem angulos comprehendunt æquales, nempe rectos.



4. primi. Igitur baſes A B, A H, æquales erunt. Eodem modo oſtẽdemus & rectas A D, A G, & alias quaſcunque ex A, ad circumferentiam circuli B G D H, ductas tam inter ſe, quàm rectis A B, A H, æquales eſſe. Punctũ ergo A, polus eſt circuli B G D H, ex defin. 5. huius lib. Non aliter demonſtrabimus, & C, punctum eiuſdem circuli polum eſſe. Si igitur ſit in ſphæra circulus, & à centro, &c. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

I N *verſione Maurolyci adduntur ſequentia duo theoremata, quæ Arabes adiecerunt.*

I.

10. SI ſit in ſphæra circulus, a cuius centro educatur perpendicularis ad circuli planum, quæ in vtramque partem producatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli.

12. vndec. I N *eadem figura ex* F, *centro circuli* B G D H, *erigatur recta* F A, *perpendicularis ad circuli planum, quæ occurrat ſuperficiei ſphæræ in punctis* A, C. *Dico* A, C, *eſſe polos circuli* B G D H. *Erunt enim rurſus ex definit.* 3. *lib.* 11. *Eucl. omnes anguli, quos ad* F, *facit recta* A F, *recti. Quare, vt prius, lineæ* A B, A D, A G,
4. primi. A H, *&c. æquales inter ſe erunt, &c.*
Coroll. 2. huius. A L I T E R. *Quoniam perpendicularis* F A, *tranſit per centrum ſphæræ* E; *ducta erit recta* E F, *ex* E, *centro ſphæræ ad planum circuli* B G D H, *perpendicularis.*
8. huius. *Quare vt demonſtratum eſt, cadet in polos eiuſdem circuli. Quod eſt propoſitum.*

SI ſit

II.

SI ſit in ſphæra circulus, & ab altero polorum eius recta ducatur per centrum illius, erit hęc ad planum circuli perpendicularis; & producta cadet in reliquum polum. 11.

IN *eadem adhuc figura ex* A, *polo circuli* B G D H, *per centrum eius* F, *demittatur linea recta* A F, *occurrens ſuperficiei ſphæræ in* C. *Dico rectam* A F, *perpendicularem eſſe ad planum circuli* B G D H, *&* C, *eſſe reliquum polum eiuſdem circuli. Quoniam enim duo triangula* A F B, A F D, *duo latera* A F, F B, *duobus lateribus* A F, F D, *& baſim* A B, *baſi* A D, *æqualem habent, ex defin. poli; habebunt quoque duos angulos* A F B, A F D, *æquales, atque adeo rectos. Igitur* A F, *rectæ* B D, *inſiſtit ad angulos rectos.* 8 primi. *Similiter oſtendemus, eandē* A F, *ad angulos rectos inſiſtere rectæ* G H. *Quare & plano circuli* B G D H, *per rectas* B D, G H, *ducto eadē* 4. vndec. *recta* A F, *ad rectos inſiſtet angulos. Quod eſt primò propoſitum. Quoniam igitur* A F, *ad rectos eſt angulos plano circuli* BGDH, *ducta erit* F A, *ex centro circuli* F, *ad planum circuli perpendicularis. Quare, vt in hoc ſcholio proxime demonſtratum eſt, in vtramque partem protracta in vtrumque polum circuli cadet, ac proinde* C, *reliquus polus erit circuli* B G D H, *quod eſt ſecundo loco propoſitum.*

THEOR. 8. PROPOS. 9. 12.

SI ſit in ſphæra circulus, & ab altero polorum eius in ipſum ducatur perpēdicularis recta linea, cadet hæc in circuli centrum, & inde producta cadet in reliquum polum ipſius circuli.



IN Sphæra A B C D, ſit circulus B F D G, à cuius polo A, ad eius planum perpendicularis ducatur A E, occurrens ſuperficiei ſphæræ in C. Dico 11. vndec. E, centrum eſſe circuli B F D G, & C, reliquū polum. Ductis enim per E, duabus rectis vtcunque B D, F G, connectantur earum extrema cum polo A, rectis A B, A D, A F, A G, quæ omnes inter ſe æquales erūt, ex definitione poli. Omnes item anguli, quos recta A E, facit ad E, recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Erit igitur tam quadratū ex A B, quadratis ex A E, E B, quàm quadratum ex A G, quadratis ex A E, E G, æquale; 47. primi. atq; adeò cum quadrata rectarum A B, A G, æqualium æqualia ſint, erunt quadrata ex A E, E B, ſimul quadratis ex A E, G E, ſimul æqualia. Dempto ergo communi quadrato rectæ A E, reliqua quadrata rectarum E B, E G, æqualia erunt, ac proinde & rectæ E B, E G, æquales. Eodem modo oſtendemus, rectas E G, E D, æquales eſſe. Quare E, centrum eſt circuli B F D G; Quod eſt propoſitum. Quoniam igitur ex E, centro cir- 9. tertij.

culi

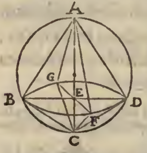
Coroll.1. huius. culi B F D G, ad ipſius planum educta eſt perpendicularis E A, tranſibit hęc per H, centrum ſphæræ, atq; adeo ex H, centro ſphæræ eadem H E, ducta
8.huius. erit perpendicularis ad planum circuli B F D G. Quocirca H E, vtrinq; educta cadet in polos eiuſdem circuli; ac proinde C, reliquus polus erit circuli B F D G. Si igitur ſit in ſphæra circulus, & ab altero polorum eius, &c. Quod oſtendendum erat.

15.

THEOR. 9. PROPOS. 10.

SI ſit in ſphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, ad circulum recta eſt, tranſitq́; per centrum circuli, & ſphæræ.

IN ſphæra A B C D, ſit circulus B F D G, per cuius polos A, C, recta ducatur A C, occurrens plano circuli in E. Dico rectam A C, ad planum circuli rectam eſſe, tranſireq; per eius centrum, (hoc eſt, E, eſſe ipſius centrum). nec non per centrũ ſphæræ. Ductis namq; per E, duabus rectis vtcunq; BD, F G, quarum extrema cum polis A, C, iungantur rectis, vt in figura; erunt tam A B, A G, A F, A D, inter ſe, quàm C B, C G, C F, C D, inter ſe æquales, ex defin. poli. Igitur duo triangula A B C, A D C, duo latera A B, A C, duobus lateribus A D, AC, & baſim B C, baſi D C, æqualem habent. Quapropter & angulos B A C, D A C, æquales
8.primi. habebunt. Quoniam igitur duo triangula A B E, A D E, duo latera A B, A E, duobus lateribus A D, A E; æqualia habent, anguloſq́; ſub ipſis contentos B A E, D A E, æquales, vt proxime demonſtratum eſt, erunt & anguli AEB,
4.primi. A E D, æquales, & ob id recti. Non aliter demonſtrabimus, rectos eſſe angulos A E G, A E F. Recta igitur AE, duabus rectis B D, F G, ad rectos inſiſtit angulos. Quare perpendicularis erit ad planũ
4.vndec. circuli B F D G, per rectas B D, F G, ductum. Quod eſt primo loco propoſitum. Quoniam igitur ex A, polo circuli B F D G, ad eius planum perpendi-
9.huius. cularis eſt ducta A E, cadet A E, in centrum ipſius. Eſt ergo E, centrum circuli B F D G. Rurſus quia ex E, centro circuli B F D G, educta eſt ad eius pla-
Coroll. 1. huius. num perpendicularis E A, tranſibit hæc per centrum quoq; ſphæræ. Quare recta A C, perpendicularis eſt ad planum circuli B F D G, tranſitq́; per eius centrum, & ſphæræ. Quod eſt propoſitum. Si ſit igitur in ſphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, &c. Quod erat demonſtrandum.



SCHOLIVM.

ADDVNTVR *hoc loco alia duo theoremata huiuſmodi.*

SI in

I.

SI in ſphæra ſit circulus, & ab altero polorum eius per centrum ſphæræ recta linea ducatur, erit hæc ad planum circuli perpendicularis, & producta cadet in centrum ipſius, & in reliquum polum. 14.

IN ſphæra ABCD, cuius centrum E, ſit circulus BGDH, a cuius polo A, per E, centrum ſphæræ ducatur recta AE, occurrens plano circuli in F, & ſuperficiei ſphæræ in C. Dico AE, perpendicularem eſſe ad planum circuli, tranſireq; per eius centrum, & reliquum polum, hoc eſt, F, eſſe eius centrum; & C, reliquum polum. Ductis enim per F, duabus rectis vtcunque BD, GH, iungantur extrema cum punctis A, & E, vt in figura; eruntq; AB, AH, AD, AG, ex definitione poli, inter ſe æquales; nec non & EB, EH, ED, EG, ſemidiametri ſphæræ inter ſe æquales. Quoniam igitur duo triangula ABE, ADE, duo latera AB, AE; duobus lateribus AD, AE, & baſim EB, baſi ED, habent æqualem; erunt anguli BAE, DAE. æquales. 8.primi. *Itaque duo triangula ABF, ADF, duo latera AB, AF, duobus lateribus AD, AF, æqualia habent, anguloſq; ſub ipſis contentos BAF, DAF, æquales, vt proxime oſtenſum eſt.* 4. primi. *Quare anguli AFB, AFD, æquales erunt, atque adeo recti. Eodem modo demonſtrabimus rectos eſſe angulos AFH, AFG,. Recta igitur AF, duabus rectis BD, GH, inſiſtit ad angulos rectos. Quare perpendicularis erit ad planum circuli BGDH, per rectas BD, GH, ductum.* 4.vndec. *Itaque producta cadet & in centrum circuli, & in reliquum polum: ac proinde F, centrum erit circuli, & C, reliquus polus. Quod eſt propoſitum. Si in ſphæra igitur ſit circulus, &c. Quod erat oſtendendum.* 9.huius.



COROLLARIVM.

HINC fit, circulum maximum, qui per alterum polorum cuiuſlibet circuli in ſphæra tranſit, tranſire quoq; per polum reliquum. Nam ſi ex vno polo per centrum ſphæræ diameter ducatur circuli maximi, qui per illum polum tranſit, cadet hæc in alterum polum, vt demonſtratum eſt. Idem ergo circulus maximus per reliquum polum tranſibit.

Et quia diameter circuli maximi eſt quoq; diameter ſphæræ, manifeſtum eſt, duos polos circuli cuiuſlibet in ſphæra per diametrum eſſe oppoſitos: atq; adeò inter ipſos interpoſitum eſſe ſemicirculum maximi circuli.

II.

SI in ſphæra ſit circulus, & à centro ſphæræ per centrum circuli recta linea ducatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli. 15.

IN eadem figura ducatur per E, centrum ſphæræ, & F, centrum circuli BGDH, recta

recta E F, *in vtramque partem*. *Dico* E F, *cadere in vtrumque polum circuli* B G D H: *Quoniam enim recta* E F, *centrum ſphæræ*, *& centrum circuli* B G D H,
7.huius. *connectens perpendicularis eſt ad planum eiuſdem circuli*, *cadet eadem* E F, *vtrin*
8.huius. *que protracta in polum vtrumque eiuſdem circuli*. *Quod eſt propoſitum.*

COROLLARIVM.

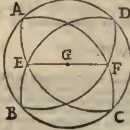
EX his omnibus conſtat, in ſphæra quatuor hæc puncta, nempe duos polos cuiuſq; circuli, eiuſdem centrum, & centrum ſphæræ, perpetuo in vna linea recta, nempe diametro ſphæræ, exiſtere, & ipſam quidem diametrum ad planum eiuſdem circuli eſſe perpendicularem: Adeo vt recta per quælibet duo puncta ex his ducta tranſeat per reliqua duo, ſitq; ad planum circuli perpendicularis: Et recta per vnum eorum ducta perpendicularis ad planum circuli, tranſeat quoq; per tria puncta reliqua.

16.

THEOR. 10. PROP. 11.

IN ſphæra maximi circuli ſe mutuo ſecant bifariam.

IN ſphæra A B C D, ſecent ſe mutuo duo circuli maximi A C, B D, in punctis E, F. Dico ſe mutuo ſecare bifariam. Quoniam enim circuli maximi
6.huius. in ſphæra per centrum ſphæræ tranſeunt, tranſibunt circuli A C, B D, per ſphæræ centrum, quod ſit G. Et quoniam idem eſt ſphæræ centrum, & circu-
Coroll. 1. huius. li per ſphæræ centrum traiecti, erit punctum G, quod ſphæræ centrum ponitur, centrum quoq; vtriuſq; circuli A C, B D, ita vt in vtroq; plano circulorum A C, B D, exiſtat. Sunt autem & puncta E, F, in vtroq; eodem plano.



Tria igitur pũcta E, G, F, in vtroq; plano circulorũ A C, B D, exiſtunt; atq; adeo in cõmuni eorũ ſectione erunt, cum ſolũ cõmunis eorum ſectio ſit in vtroq; plano: Eſt autem communis eo-
3.vndec. rum ſectio linea recta. Igitur tria puncta E, G, F, in linea recta ex E, per G, ad F, ducta exiſtunt. quæ cum tranſeat per G, centrum vtriuſq; circuli, & ſphæræ, vt oſtenſum eſt, diameter erit & ſphæræ, & vtriuſq; circuli; atq; adeo vtrumque eorum bifariam ſecabit, ita vt ſemicirculi ſint E A F, F C E, E B F, F D E: In ſphæra ergo maximi circuli ſe mutuo ſecant bifariam. Quod erat demonſtrandum.

17.

THEOR. 11. PROP. 12.

IN ſphæra circuli, qui ſe mutuo bifariam ſecant, ſunt maximi.

IN ſphæ-

IN ſphæra A B C D, circuli A E, B D, ſe mutuo ſecent bifariam in punctis E, F. Dico circulos A C, B D, eſſe maximos. Cum enim ſe mutuo ſecent bifariam in E, F, erit ducta recta E F, vtriuſq; diameter, cum ſola diameter circulũ quemcunq; bifariam diuidat; ac proinde diuiſa recta EF, bifariã in G, erit G, vtriuſq; circuli centrum: quod dico etiam eſſe ſphæræ centrum, atq; adeo vtrumq; circulum per ſphæræ centrum duci. Si namq; G, dicatur non eſſe centrum ſphæræ, ac proinde circulos AC, BD, non eſſe per ſphæræ centrum ductos; hoc ipſo oſtendemus, G, eſſe centrum ſphæræ, atq; idcirco vtrumq; circulum per ſphæræ centrum duci. Erigatur enim ex G, ad planum circuli AC, perpendicularis GH: Item GI, perpendicularis ad planum circuli B D. Quoniam igitur circuli A C, B D, ponuntur non tranſire per centrum ſphæræ, tranſibit vtraq; perpendicularis G H, G I, per centrum ſphæræ. Quare punctum G, in quo conueniunt, centrum erit ſphæræ, aliàs centrum non exiſteret in vtraque: ac proinde vterq; circulus per centrum ſphæræ traijcietur. Sunt ergo circuli A C, B D, per centrum ſphæræ traiecti, maximi. In ſphæra ergo circuli, qui ſe mutuo bifariam ſecant, ſunt maximi. Quod erat oſtendendum.



12. vndec.

Coroll. 2. huius.

6. huius.

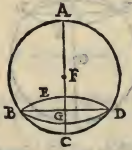
SCHOLIVM.

HIC vides mirabilem ſane argumentandi modum. Nam ex eo, quòd G, dicitur non eſſe centrum ſphæræ, demonſtratum eſt demonſtratione affirmatiua, G, eſſe centrum ſphæræ. Quo modo argumentandi etiam vſus eſt Euclides lib. 9. propoſ. 12. & Cardanus lib. 5. de Proport. propoſ. 201. vt in ſcholio eiuſdẽ propoſ. monuimus.

THEOREMA 12. PROPOS. 13. 18.

SI in ſphæra maximus circulus circulum quẽpiam ad rectos angulos ſecet; & bifariam eum ſecat, & per polos.

IN ſphæra maximus circulus A B C D, ſecet circulũ B E D, in punctis B, D, ad angulos rectos, hoc eſt, planũ circuli ABCD, rectum ſit ad planum circuli B E D; ſitq; cõmunis eorum ſectio recta B D. Dico circulum A B C D, bifariam, & per polos ſecare circulum B E D. Sumpto enim F, centro circuli maximi A B C D, quod & centrũ ſphæræ erit, (Nam cum circulus maximus ducatur per centrum ſphæræ, erit eius centrum idem, quod ſphæræ.) ducatur ex F, ad planũ circuli B E D, perpendicularis F G, quæ in



1. tertij.

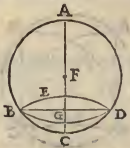
6. huius.

Coroll. 1. huius.

11. vndec.

38 vndec. B D, communem ſectionem cadet. Cadat autem in punctum G. Et quoniam
Coroll. 1. eadem cadit quoq; in centrum circuli B E D, erit G, centrum circuli B E D;
huius. atq; adeo B D, per G, ducta, diameter eiuſdem: quæ cum diuidat circulum B E D, bifariam, diuidet quoq; eundem bifariam circulus maximus A B C D, per rectam B D, ductus. Quod eſt primo loco propoſitum. Quoniam verò recta F G, in plano eſt circuli A B C D, cadet ea producta in circumferentiam ad A, C, puncta, quæ in ſuperficie ſphæræ ſunt: cadit autem & in vtrumq;

8. huius. polum circuli B E D, quòd ex F, centro ſphæræ ad circuli planum perpendicularis ſit ducta. Igitur A, C, poli ſunt circuli B E D, ac proinde circulus maximus A B C D, per polos circuli B E D, tranſit. quod ſecundo loco proponebatur demonſtrãdum. Si igitur in ſphæra maximus circulus circulum quempiam, &c. Quod oſtendendum erat.



SCHOLIVM.

CAETERVM *hæc propoſ. vnà cum 8. 9. 10. & earum ſcholijs intelligenda etiam eſt, quando circulus B D, maximus eſt, & per ſphæræ centrum tranſit. Eadem enim eſt ferè ſemper demonſtratio, vt perſpicuum eſt.*

19. THEOR. 13. PROPOS. 14.

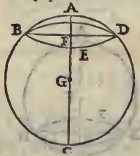
SI in ſphæra maximus circulus circulum non maximum bifariam ſecet; ad angulos rectos eum ſecat, & per polos.

IN ſphæra maximus circulus A B C D, non maximum B E D, ſecet bifariam in punctis B, D, ſitq; communis eorum ſectio recta B D. Dico circulum A B C D, ſecare circulum B E D, ad angulos rectos, & per polos. Quia enim circulus B E D, bifariam ſecatur in B, D, hoc eſt, in ſemicirculos, erit B D, communis ſectio diameter eius. Diuiſa ergo B D, bifariam in F, erit F, cen-

2. huius. trum circuli B E D. Sumpto autem G, centro ſphæræ, quod & centrũ erit maximi circuli A B C D, ducatur ex G, ad F, recta F G,

7. huius. quæ perpendicularis erit ad planum circuli B E D. Igitur & planum circuli maximi

18. vndec. A B C D, per rectã F G, ductum ad idẽ planũ circuli B E D, rectũ erit. Secat igitur

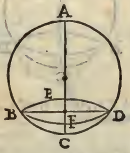


circulus maximus A B C D, circulum B E D, non maximum ad angulos rectos. Quod eſt primo loco propoſitum. Et quoniam oſtenſum eſt, rectã FG, ex G, centro ſphæræ ductam ad planum circuli B E D, eſſe perpendicularẽ, cadet F G, vtrinque producta in polos circuli B E D. Quare cum G F, in plano circuli A B C D, exiſtens, producta cadat in circunferentiam eius ad puncta A, C, quæ etiam in ſuperficie ſphæræ ſunt, erunt A, C, poli circuli B E D, atque adeo circulus maximus A B C D, circulũ non maximũ B E D, per polos A, C, ſecabit. quod ſecundo loco propoſitũ fuit. Si igitur in ſphæra maximus circulus circulum non maximum, &c. Quod erat oſtendendum. 8. huius.

THEOREMA 14. PROPOS. 15. 20.

Si in ſphæra maximus circulus, eorum, qui in ſphæra ſunt, circulorum aliquem per polos ſecet; bifariam, & ad angulos rectos eum ſecat.

IN Sphæra maximus circulus A B C D, ſecet circulum B E D, per polos A, C. Dico circulum A B C D, ſecare circulum B E D, bifariam, & ad angulos rectos. Connectat enim recta A C, polos A, C, occurrens plano circuli B E D, in F, puncto. Et quoniam recta A C, ad planũ circuli B E D, perpendicularis eſt, tranſitq; per centrum ſphæræ, & circuli B E D; erit F, centrum circuli B E D. Cum ergo circulus maximus A B C D, circulum B E D, ſecans tranſeat per rectam A C, ac proinde per centrũ F, erit communis ſectio B F D, diameter circuli B E D. Bifariam ergo ſecatur circulus B E D. Dico quod & ad angulos rectos. Cum enim recta A C, oſtenſa ſit perpendicularis ad planum circuli B E D, erit quoque planũ circuli maximi A B C D, per rectam A C, ductum ad idem planum circuli B E D, rectum. Igitur ſi in ſphęra maximus circulus, &c. Quod demonſtrandum erat. 10. huius. 18. vndec.

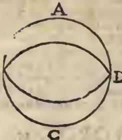


SCHOLIVM.

QVATVOR *alia theoremata hoc loco addũtur in alia verſione, hoc ordine.*

I.

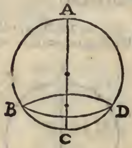
SI in ſphæra maximus circulus per polos alterius cuiuſpiam maximi circuli tranſeat, tranſibit viciſſim hic per polos illius. 21.



I N *ſphera tranſeat maximus circulus A B C D, per A, C, polos circuli maximi B D. Dico & maximum circulum B D, per polos maximi circuli A B C D, tranſire. Quoniam enim circulus maximus A B C D, circulum B D, ſecat per polos, ſecabit ipſum ad angulos rectos.* 15.huius. *Quare viciſſim maximus circulus B D, circulum A B C D, ad angulos rectos ſecabit; atque adeo per ipſius polos eum ſecabit.* 13.huius. *Quod eſt propoſitum.*

II.

22. SI in ſphæra circulus circulum per polos ſecet, circulus maximus eſt, & bifariam eum ſecat, & ad angulos rectos.



I N *ſphera circulus A B C D, ſecet circulum B D, per polos A, C. Dico ipſum eſſe circulum maximum, ſecareq; circulum B D, bifariam, & ad angulos rectos. Coniungat enim recta A C, polos A, C, quæ neceſſario in plano circuli A B C D, erit, quod circunferentia eius per eoſdem polos A, C, ponatur tranſire. Quoniam vero recta A C, per A, C, polos circuli B D, ducta tranſit per centrum ſphæræ,* 10.huius. *tranſibit quoque circulus A B C D, (cum per rectam A C, ducatur) per centrũ ſphæræ; atque adeo maximus erit.* 6.huius. *Quare cum per A, C, polos circuli B D, ponatur tranſire, ſecabit eum bifariam, & ad angulos rectos.* 15.huius. *Quod eſt propoſitum.*

III.

23. SI in ſphæra circulus circulum bifariam, & ad angulos rectos ſecet, circulus maximus eſt, & per polos eum ſecat.



I N *ſphera circulus A B C D, ſecet circulum B D, bifariam, & ad angulos rectos. Dico ipſum eſſe circulum maximum, tranſireq; per polos circuli B D. Sit recta B D, communis circulorum ſectio. Quoniam igitur circulus A B C D, circulum B D, ſecat bifariam, erit recta B D, nempe communis ſectio circulorũ, diameter circuli B D, atque adeo diuiſa recta B D, bifariam in E: erit E, eiuſdem circuli centrum. Ducatur in plano circuli A B C D, recta E A, perpendicularis ad rectam B D. Et quoniam circulus A B C D, circulum.*

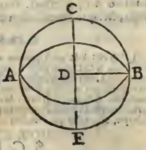
lum B D, ponitur ſecare ad angulos rectos, erit ex defin. 4. lib. 11. Eucl. E A, ad planum circuli B D, recta; ac proinde cum ex E, centro ipſius educatur, in vtrunque polum eiuſdem cadet. Cadit autem in circumferentiam circuli A B C D, in ſuperficie ſphæræ exiſtentem ad puncta A, C. Sunt ergo A, C, poli circuli B D; atque adeo circulus A B C D, circulũ B D, per polos A, C, ſecat. Quare ex præcedenti theoremate, maximus circulus eſt. Probatum autem eſt, quod & circulum B D, per polos ſecat. Conſtat ergo propoſitum. Schol. 8. huius.

IIII.

SI in ſphæra ſit circulus, & ab altero polorum eius recta cadens in planum ipſius ad angulos rectos æqualis ſit ſemidiametro eius, circulus maximus eſt. 24.

IN ſphæra ſit circulus A B, à cuius altero polorum C, in planum eius cadens recta perpendicularis C D, æqualis ſit ipſius ſemidiametro. Dico A B, eſſe circulum maximum. Cum enim C D, perpendicularis ſit ad circulum A B, cadet ipſa in circuli centrum, & producta cadet in alterum polum, qui ſit E. Eſt ergo D, centrum circuli A B; atque adeo perpendicularis C D, tranſit per centrum ſphæræ. Ducatur per rectã C E, in ſphæra planum vtcunque faciens in ſphæra circulum A E B C, qui cum tranſeat per centrũ ſphæræ, maximus erit: qui circulum A B, ſecet in punctis A, B, & iungatur ſemidiameter D B, cui ex hypotheſi æqualis eſt C D. Quoniam vero C D, perpendicularis ponitur ad circulum A B, erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. angulus C D B, rectus. Quare B D, media proportionalis eſt inter C D, D E, hoc eſt, erit, vt C D, ad B D, ita B D, ad D E. Eſt autem C D, ipſi B D, æqualis. Igitur & D E, eidem B D, æqualis erit; atque adeo & C D, D E, inter ſe æquales erunt. Cum ergo C E, oſtenſa ſit tranſire per centrũ ſphæræ, erit D, centrum ſphæræ. Erat autem & centrum circuli A B. Idem ergo eſt centrum ſphæræ, & circuli A B, ac proinde circulus A B, maximus eſt. Quod eſt propoſitum.

9. huius.
Coroll. 2. huius.
5. huius.
6. huius.
Schol. 13. ſexti.
6. huius.



THEOREMA 15. PROPOS. 16. 25.

SI in ſphæra ſit maximus circulus, recta linea ducta ab eiuſdem circuli polo ad circunferentiã æqualis eſt lateri quadrati inſcripti in maximo circulo.

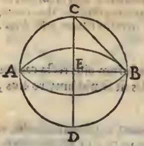
IN ſphæra ſit circulus maximus A B, à cuius polo C, ad eius circũferentiã ducatur recta C B. Dico C B, æqualẽ eſſe lateri quadrati in circulo A B, vel

quouis

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITT. EMANUELE

11. vndec. quouis alio maximo inſcripti. Ducatur ex C, ad circulum A B, perpendicu-
9. huius. laris C E, quæ in centrum ipſius cadet, quod ſit E, & producta in reliquum polum, qui ſit D, cadet. Iam per rectas C B, C D, planum ducatur faciens in ſphæra circulum A D B C, qui cum per E, centrum ſphæræ (Eſt enim E, centrum circuli maximi A B, quòd per centrum ſphæræ tranſeat, idemq́; quod ſphæræ) tranſeat, maximus erit, atq; adeo circulum maximum A B, bifariam ſecabit. Quod etiam inde patet, quòd per eius polos incedat. Hinc enim fit, vt ipſum bifariam diuidat. Sit ergo communis ſectio diameter B E A. Et quoniam C E, perpendicularis ducta eſt ad circulum A B, erit eadē perpendicularis ad rectam A B, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Duæ ergo diametri A B, C D, in maximo circulo A D B C, ſe mutuo ſecāt ad angulos rectos; ac propterea vt in lib. 4. Euclidis demonſtratum eſt, C B, latus eſt quadrati in circulo maximo A D B C, atq; adeò & in maximo A B, deſcripti. Si igitur in ſphæra ſit maximus circulus, recta linea ducta, &c. quod demonſtrandum erat.

1. huius.
6. huius.
Coroll. 1. huius.
6. huius.
11. huius.
15. huius.
6. quarti.



COROLLARIVM.

QVONIAM verò quatuor anguli recti ad centrum E, æquales ſunt, atq; adeò quatuor arcus B C, C A, A D, D B, ſuper quos aſcenderunt, æquales, nempe quadrantes; perſpicuum eſt, in ſphæra polum maximi circuli abeſſe à circunferentia maximi circuli, quadrante maximi circuli. Abeſt enim C, polus circuli maximi A B, ab eius circunferentia quadrante C B, eademq́; ratio de cæteris habenda eſt. Semper enim recta ducta à circunferentia maximi circuli ad eiuſdem polum æqualis eſt lateri quadrati in maximo circulo inſcripti, atq; adeò quadrantem in maximo circulo ſubtendet.

26. tertij.
16. huius.

SCHOLIVM.

CONVERSVM *quoq; huius demonſtratur in alia verſione hoc theoremate.*

SI in ſphæra ſit circulus, & ab eius polo ad circunferentiam ducta recta æqualis ſit lateri quadrati in eo deſcripti, circulus ipſe maximus eſt.

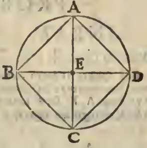
IN *eadem figura ex* C, *polo ad circunferentiā circuli* A B, *ducta recta* C B, *ſit æqualis lateri quadrati in circulo* A B, *deſcripti. Dico* A B, *circulum eſſe maxi-*
11. vndec. *mum. Ducatur enim ex* C, *ad circulum* A B, *perpendicularis* C E, *quæ in eius*
9. huius. *centrum cadet, quod ſit* E. *Ducta autem ſemidiametro* E B, *erit ex defin.* 3. *lib.* 11. *Eucl. angulus* E, *rectus. Igitur quadratum in circulo* A B, *deſcriptum, æquale eſt*
47. primi. *quadratis ex* B E, C E. *Sed quadratum ſemidiametri* B E, *dimidium eſt quadrati in circulo* A B, *deſcripti, vt mox oſtendemus. Igitur & quadratum ex* C E, *eiuſdem quadrati in circulo* A B, *deſcripti dimidium erit; atque adeo quadrata ex* B E, C E, *inter ſe æqualia, necnon & lineæ propterea* B E, C E, *æquales erunt. Quare cum* C E, *ducta ſit ex* C, *polo circuli* A B, *ad ipſum circulum perpendicu-*
Schol. 15. huius. *laris, oſtenſaq́; ſit ſemidiametro* B E, *æqualis; erit circulus* A B, *maximus.*

LEMMA.

LEMMA.

IN omni circulo quadratum ſemidiametri dimidium eſt quadrati in ipſo circulo deſcripti.

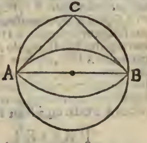
IN circulo, cuius centrum E, ductæ ſint duæ diametri A C, B D, ſeſe ad angulos rectos ſecantes in E, centro. Iunctis igitur rectis AB, BC, CD, DA, quadratum erit A B C D, in circulo inſcriptum, vt conſtat ex propoſ. 6. lib. 4. Eucl. Quoniam vero quadrata ex ſemidiametris æqualibus E A, E B, æqualia inter ſe, æqualia ſimul ſunt quadrato ex A B; dimidium erit quadratum ſemidiametri E A, quadrati ex A B, quod in circulo deſcribitur. Quod eſt propoſitum. 47. primi. *Ex quo conſtat, in ſuperiori figura, quadratum ſemidiametri B E, dimidium eſſe quadrati ex C B, quod æquale ponitur ei, quod in circulo A B, inſcribitur.*



THEOR. 16. PROPOS. 17. 27.

SI in ſphæra ſit circulus, à cuius polo in ipſius circunferentiam ducta recta linea æqualis ſit lateri quadrati inſcripti in maximo circulo, ipſe circulus maximus erit.

IN ſphæra ſit circulus A B, à cuius polo C, ad eius circunferentiam recta ducta C A, æqualis ſit lateri quadrati in maximo circulo ſphæræ deſcripti. Dico A B, circulum eſſe maximum. Per rectam enim A C, & centrũ ſphæræ planum ducatur, faciens in ſphæra circulũ A C B, qui maximus erit, cum per ſphæræ centrum ducatur. 1. huius. 6. huius. Ducatur quoq; ex C, recta linea C B, ad B, punctũ, in quo circulus maximus A C B, circulũ A B, ſecat; eritq; per definit. poli, recta C B, rectæ C A, æqualis. Cũ ergo A C, ponatur latus quadrati in maximo circulo A C B, deſcripti, erit quoque C B, latus eiuſdem quadrati; atque adeò duo arcus A C, C B, quadrantes erunt conficientes ſemicirculũ A C B, quòd quatuor latera quadrati æqualia ſubtendit quatuor circuli arcus æquales. Recta igitur A B, com- 28. tertij.



munis

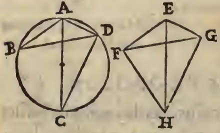
munis ſectio circulorum diameter erit circuli maximi A C B; ac proinde & ſphæræ. Quoniamverò circulus maximus A C B, circulum A B, per polos ſecans ſecat bifariam, erit quoq; A B, communis ſectio diameter circuli A B,
15. huius. ac proinde cum & ſphæræ diameter ſit, circulus maximus erit A B. Si in ſphæra ergo ſit circulus, à cuius polo, &c. Quod erat demonſtrandum.

18.

PROBL. 2. PROP. 18.

LINEAM rectam deſcribere æqualem diametro circuli cuiuſlibet in ſphæra dati.

IN ſphæra ſit datus circulus quilibet A B C D, cuius diametro rectam æqualem oporteat deſcribere. Sumptis tribus punctis in circunferentia circuli vtcunq; A, B, D, & iunctis rectis A B, A D, B D, conſtituatur triangulo
Schol 22. primi. A B D, triangulum æquale E F G, ita vt latus E F, lateri A B, & E G, ipſi A D, & F G, ipſi B D, æquale ſit. Deinde ex G, F, ducantur ad rectas E F, E G, perpendiculares F H, G H, coeuntes in H, connectaturq; recta EH. Dico E H, æqualem eſſe diametro circuli ABCD. Ducta enim diametro A C, iungatur recta D C. Quoniam vero quatuor anguli quadrilateri E F H G,
Schol. 32. primi. quatuor rectis æquales ſunt, ſuntq; E F H, E G H, recti; erunt F E G, F H G, duobus rectis æquales; atq; adeo in quadrilatero E F H G, duo quilibet anguli ex ad-



Schol. 22. tertij. uerſo duobus rectis æquales erunt. Quare circa ipſum circulus deſcribi poteſt: Quo deſcripto erunt anguli E F G, E H G, eidem ſegmento, cuius chorda E G, inſiſtentes, æquales. Eſt autem angulus E F G, angulo A B D, æqua-
27. tertij. 8. primi. 27. tertij. lis; quod duo latera E F, FG, duobus lateribus A B, B D, æqualia ſint, & baſis E G, baſi A D, ex conſtructione: & angulus A B D, angulo A C D, æqualis eſt. Igitur & angulus E H G, angulo A C D, æqualis erit. Eſt autem & rectus angulus E G H, angulo A D C, æqualis, quòd hic quoque rectus ſit in ſe-
31. tertij. micirculo A D C, exiſtens. Igitur triangula E H G, A C D, duos angulos duobus angulis æquales habent, necnon & latus E G, lateri AD, quod æqualium angulorum vni ſubtenditur, æquale. Quare & latus E H, lateri A C,
26. primi. æquale erit. Lineam igitur rectam EH, deſcripſimus æqualem diametro A C, circuli A B C D. Quod erat faciendum.

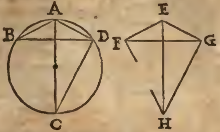
19.

PROBL. 3. PROPOS. 19.

LINEAM rectam deſcribere æqualem diametro datæ ſphæræ.

IN

IN ſphæra data ſumptis vtcunque duobus punctis A, B, deſcribatur ex A, polo, & interuallo A B, circulus B D, cuius diametro æqualis recta deſcri- 18. huius.
batur F G: & fiat ſupra F G, triangulum E F G, habens vtrúque reliquorum Schol. 22. primi.
laterum E F, E G, rectæ ductę A B, æquale. Deinde ex F, G, ad E F, E G, perpendiculares educantur F H, G H, coeuntes in H; iungaturq́; recta EH. Dico E H, æqualem eſſe diametro datæ ſphæræ. Ducta eñ ſphæræ diametro A C, traijciatur per rectas A B, A C, planum faciens in ſphæra circulũ A B C D, qui maximus erit, cum per diametrum ſphæræ, atque adeo per centrum eiuſdem ducatur. 1. huius. 6. huius.



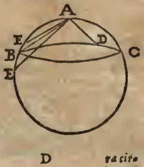
Quare idẽ per A, polũ circuli B D, ductus circulum B D, biſariam ſecabit; ac propterea communis ſectio B D, diameter erit circuli B D. 15. huius.
Iunctis autem rectis A D, D C, erunt duo latera A B, B D, duobus lateribus E F, F G, æqualia, nec non & baſes A D, E G, æquales. Eſt enim F G, diametro B D, æqualis, ex conſtructione: & vtraque E F, E G, rectæ A B, vel A D. Igitur & anguli A B D, E F G, æquales erunt. Eſt autem angulo A B D, an- 8. primi.
gulus A C D, æqualis: & angulo E F G, angulus E H G, vt in præcedenti 27. tertij.
propoſ. demonſtratum eſt. Igitur & anguli A C D, E H G, æquales erunt. Sunt autem & recti A D C, E G H, æquales, & latus A D, lateri E G, quod vni æqualium angulorum objicitur, æquale. Igitur & recta E H, rectæ A C, 26. primi.
æqualis erit. Lineam igitur rectam E H, deſcripſimus æqualẽ diametro A C, datæ ſphæræ. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

ADDITVR *in alia verſione ſequens hoc Theorema.*

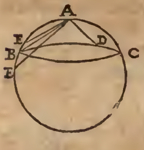
LINEA recta à polo cuiuſuis circuli in ſphæra ad ſuperficiem 30.
ſphæræ ducta, quæ ſit æqualis lineæ rectæ ab eodem polo ad circunferentiam circuli ductæ, in circuli circunferentiam cadit.

IN ſphæra ex A, polo circuli B C, recta ducta ſit vtcumque A D, ad eius circunferentiã, quæ minor erit diametro ſphæræ, atque adeo diametro circuli maximi in ſphæra, cum diameter ſphæræ ſit omnium rectarum in ſphæra ductarũ maxima. Ducatur iam ex eodem polo A, ad ſuperficiem ſphæræ recta A E, quæ ipſi A D, æqualis ſit. Dico rectam A E, cadere in circunferentiam circuli B C. Si enim fieri poteſt, non cadat in eius circunferentiam. Et per rectam A E, & centrum ſphæræ ducatur planũ faciens in ſphæ- 1. huius.



ra cite

6.huius. *ra circulum A B C, qui maximus erit, cum per centrum ſphæræ tranſeat. Secet autem circulus A B C, circulum B C, in punctis B, C. Non cadet ergo recta A E, in puncta B, C. cum ponatur non cadere in circunferentiam circuli B C. Ducta igitur recta A B, erit hæc, ex defin. poli, rectæ A D, atque adeo rectæ A E, æqualis. Et quia vtraque A B, A E, minor eſt diametro maximi circuli A B C, vt dictum eſt,*

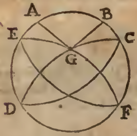


28. tertij. *erunt arcus A B, A E, cum ſint ſegmenta ſemicirculo minora, æquales, pars & totum. Quod eſt abſurdum. Cadet ergo recta A E, in circunferentiam circuli B C. Quod eſt propoſitum.*

PROBL. 4. PROP. 20.

31. PER duo puncta data in ſphærica ſuperficie maximum circulum deſcribere.

IN ſphærica ſuperficie data ſint duo pũcta A, B, per quæ deſcribere oporteat circulum maximum. Si ergo puncta A, B, ſint oppoſita ex diametro ſphæræ, certum eſt, infinitos circulos maximos per ipſa duci poſſe, ductis nimirum infinitis planis per diametrum ſphæræ puncta illa connectentem. Si autem puncta A, B, non ſint in ſphæræ diametro, deſcribatur ex A, polo, & interuallo quod lateri quadrati in maximo circulo



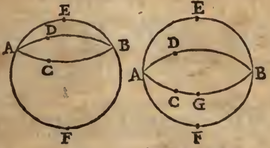
17.huius. deſcripti æquale ſit, circulus C D, qui maximus erit, cum recta ex A, polo ad eius circunferentiam ducta æqualis ſit lateri quadrati in circulo maximo deſcripti, propter interuallum, quo circulus C D, deſcriptus eſt. Similiter ex B, polo, & interuallo eodẽ, 17.huius. quo prius, circulus deſcribatur E F, qui rurſus erit maximus. Secet autem hic priorem in puncto G, a quo ad polos A, B, rectæ ducantur G A, G B; quarum vtraque, ex conſtructione, æqualis erit lateri quadrati in maximo circulo deſcripti. Tanto enim interuallo ex polis A, B, circuli C D, E F, deſcripti ſunt. Aequales ergo ſunt G A, G B. Iam ex G, polo, & inter-
17.huius. uallo G A, circulus deſcribatur A E D F C B, qui maximus erit; cum recta G A, ex G, polo ad eius circunferentiam ducta æqualis ſit lateri quadrati in maximo circulo inſcripti, vt demonſtratum eſt. Quoniam vero recta G B, æ-
Schol. 19. huius. qualis ipſi G A, ducta ad ſuperficiem ſphæræ cadit in circunferentiam circuli A E D F C B, deſcriptus propterea erit circulus maximus A E D F C B, per data duo puncta A, B, in ſuperficie ſphæræ. Per duo ergo puncta data in ſphærica ſuperficie maximum circulum deſcripſimus. Quod faciendum erat.

PROBL.

PROBL. 5. PROP. 21. 52.

CVIVSLIBET circuli in ſphæra dati polum inuenire.

SIT inueniendus polus circuli A B, in ſphæra dati, ſitq; primum circulus A B, non maximus. Sumptis duobus punctis in circunferentia vtcumque C,D, diuidatur vterque arcus C A D, C B D, biſariam in A,& B, punctis,per 30 tertij. quæ deſcribatur maximus circulus A E B; ſeceturq; arcus A E B, biſariam 20. huius. in E. Dico E, polum eſſe circuli A B; Quoniam enim arcus A C, A D, æquales ſunt, necnon B C,B D,erunt toti arcus A C B, A D B, æquales. Quare maximus circulus A E B, cum circulum non maximum A B, biſariam ſecet in A, & B, ſecabit eum per polos. 14. huius. Punctum ergo E, æqualiter diſtans a circunferentia circuli AB, polus eſt circuli A B. Eodem modo ſi reliquus arcus A F B, ſecetur biſariam in F, erit F, alter polus circuli AB.



SED ſit iam datus circulus A B, maximus. Sumptis rurſus punctis C, D, vtcumque, & diuiſis arcubus C A D, C B D, biſariam in A, B, oſtendemus, 30. tertij. vt prius, totos arcus A C B, A D B, eſſe æquales, ac propterea vtrumque eſſe ſemicirculũ circuli maximi. Diuiſo ergo altero ſemicirculo, nempe A C B, biſariam in G, erit recta G A, ſubtendens quadrantem circuli, latus quadrati in maximo circulo A B, deſcripti; vt ex prop. 6. lib. 4. Eucl. cõſtat. Itaq; ex polo G,& interuallo G A, circulus deſcribatur AEB, qui maximus erit, cũ recta 17. huius. ex G, polo ad eius circunferentiã ducta nimirũ ad punctũ A, ſit æqualis lateri quadrati in circulo maximo AB, deſcripti. Diuidatur deniq; arcus A E B, biſariam in E. Dico E, polum eſſe circuli A B. Cum enim maximus circulus A C B, tranſeat per G, polum maximi circuli A E B, tranſibit viciſsim maximus circulus A E B, per polos maximi circuli A C B. Schol. 15. huius. Quare punctum E, æqualiter remotum à circunferentia circuli A C B, polus eſt circuli A C B. Eodem modo diuiſo arcu A F B, biſariam in F, erit F, alter polus circuli A C B. Cuiuſlibet ergo circuli in ſphæra dati polum inuenimus. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

IN *alia verſione demonſtrantur ſequentia duo theoremata;*

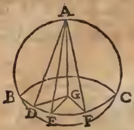
I.

SI in ſuperficie ſphæræ acceptum fuerit punctum aliquod, & 33.

ab eo puncto ad circunferentiam circuli cuiuſpiam in ſphæra dati cadant plures, quàm duæ rectæ lineę æquales, acceptum punctum polus eſt ipſius circuli.

I N ſuperficie ſpheræ A B C, acceptum ſit punctum A, a quo ad circunferentiā circuli B C, cadant plures, quàm duæ, rectæ lineæ æquales A D, A E, A F. Dico A, polum eſſe circuli B C. Demittatur enim ex A, in planum circuli B C, perpendicularis A G, iungātuŕq; rectæ D G, E G, F G, eruntq́; ex 3. defin. lib. 11. Eucl. omnes tres anguli ad G, recti. Quare tam quadratum ex A D, quadratis ex A G, G D, quàm quadratum ex A E, quadratis ex A G, G E, & quadratum ex A F, quadratis ex A G, G F, æquale erit. Cum ergo quadrata rectarum æqualiū A D, A E, A F. æqualia ſint, erunt & quadrata ex A G, G D, ſimul quadratis ex A G, G E, ſimul, nec non quadratis ex A G, G F, ſimul æqualia; demptóq; communi quadrato lineæ A G, æqualia erunt reliqua quadrata linearum G D, G E, G F, atque adeo & rectæ G D, G E, G F, æquales erunt. Igitur G, centrum erit circuli B C; ac proinde recta G A, quæ ex centro G, ad circulum B C, perpendicularis eſt ducta, in polum circuli B C, cadet. Punctum ergo A, polus eſt circuli B C. Quod eſt propoſitum.

11. vndec.



47. primi.

9. tertij.

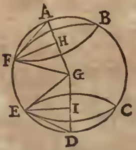
Schol. 8. huius.

II.

34. I N ſphæra circuli, à quorum polis rectæ ad eorum circunferentias ductæ ſunt æquales, inter ſe ęquales ſunt. Et circulorum ęqualium ęquales ſunt rectę ab eorum polis ad circunferentias ductæ.

I N ſphæra A B C D E F, cuius centrum G, ſint duo circuli B F, C E, a quorum polis A, D, rectæ A F, D E, ad eorum circunferentias ductæ ſint æquales. Dico circulos B F, C E, æquales eſſe. Ducantur ex polis A, D, ad plana circulorum perpendiculares AH, DI, quæ cadent in eorum centra H, I; & inde productæ in reliquos polos; atque adeo & in G, centrum ſphæræ. Ductis igitur ſemidiametris ſphæræ FG, EG, & ſemidiametris circulorū F H, E I, cum latera A G, G F, lateribus D G, G E, ſint æqualia, & baſis A F, baſi D E; erunt anguli AGF, D G E, æquales. Sunt autem anguli H, I, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. recti. Triangula igitur F G H, E G I, duos angulos duobus angulis æquales habent: habent autem & latus F G, lateri E G, quod recto angulo opponitur,

11. vndec.



9. huius.

10. huius.

8. primi.

tur,

tur æquale: Igitur & ſemidiametri F H, E I, *æquales erunt, atque adeo & cir-* 26.primi.
culi B F, C E, *æquales. quod primo loco propoſitum eſt.*

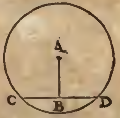
SINT *iam circuli* B F, C E, *æquales. Dico & rectas* A F, D E, *ab eorum po-*
lis ad circunferentias ductas eſſe æquales. Conſtructis enim eiſdem, erunt ſemidiame-
tri F H, E I, *æquales, & circuli ipſi æqualiter a centro ſphæræ diſtabunt. Perpen-* 6.huius.
diculares ergo G H, G I, *æquales erunt; atque adeo & reliquæ lineæ* A H, D I,
erunt æquales. Quoniam igitur latera A H, H F, *lateribus* D I, I E, *æqualia*
ſunt, continentq; angulos H, I, *æquales, cum recti ſint ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erũt* 4.primi.
baſes A F, D E, *æquales. Quod ſecundo loco propoſitum erat.*

THEOR. 17. PROPOS. 22.

o.

SI in ſphæra recta linea per centrum ducta rectam aliquam lineam non per centrum ductam bifariam ſecet, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Quod ſi ad angulos rectos eam ſecet, bifariam quoque ipſam ſecabit.

IN ſphæra, cuius centrum A, recta A B, per centrum ducta rectam C D, non per centrum ductam ſecet bifariam in B. Dico ipſam C D, ſecari ad angulos rectos. Ducto enim per rectas A B, C D, plano, quod circulum faciat C D, qui maximus erit, cum per centrum ſphæræ tranſeat. 1.huius. 6.huius. Quoniam igitur in circulo C D, recta A B, per eius centrum A, tranſiens rectam C D, non per centrum ductam ſecat bifariam in B, ad angulos rectos ipſam ſecabit. 3.tertij. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecet, bifariam ipſam ſecabit. Si igitur in ſphæra recta linea, &c. Quod demonſtrandum erat.



SCHOLIVM.

ADDITVR *hic in exemplari græco theorema aliud, quod idem prorſus eſt, quod prop. 7. demonſtratum eſt. Vnde ſuperuacaneũ eſſe duximus, illud hic repetere.*

FINIS LIBRI PRIMI THEODOSII.

THEO-

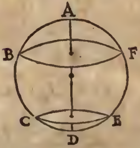
THEODOSII SPHAERICORVM LIBER SECVNDVS.

DEFINITIO.

IN ſphæra circuli ſe mutuo tangere dicuntur, cum communis ſectio planorum vtrumque circulum tetigerit.

1. THEOREMA 1. PROPOS. 1.

IN ſphæra paralleli circuli circa eoſdem polos ſunt.



IN ſphæra A B C D E F, paralleli circuli ſint B F, C E. Dico eos circa eoſdem polos eſſe. Sint enim A, D, poli circuli B, F, & cõnectatur recta A D, quæ ad circulum B F, recta erit, tranſibitq́; per centrum ſphæræ. Quoniam igitur recta A D, ad circulũ B F, perpendicularis eſt, erit quoque ad circulũ parallelum C E, perpendicularis. Quare cũ tranſeat per centrum ſphæræ, vt oſtenſum eſt, cadet in polos circuli C E. Sunt ergo A, D, poli circuli C E: ſunt autem & poli circuli B F. In ſphæra igitur paralleli circuli B F, C E, circa eoſdem polos A, D, ſunt. Quod erat demonſtrandum.

21.1.huius. 10.1.huius. Schol. 14. vndec. 8.1. huius.

2. THEOREMA 2 PROPOS. 2.

IN ſphæra circuli, qui ſunt circa eoſdem polos, ſunt paralleli.

IN

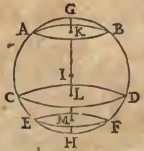
IN eadem ſphæra A B C D E F, circa eoſdẽ polos A, D, ſint circuli B F, C E. Dico eos parallelos eſſe. Connexa enim recta A D, erit hæc ad vtrunq; circulum perpendicularis. Quare plana circulorum B F, C E, parallela ſunt. In ſphæra igitur circuli, qui ſunt circa eoſdem polos, ſunt paralleli. Quod oſtendendum erat. 10.1.huius. 14.vndec.

SCHOLIVM.

SED & hoc theorema ſequens in alia verſione demonſtratur.

IN ſphæra non ſunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo. 3.

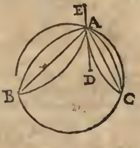
IN ſphæra quacunque ſint, ſi fieri poteſt, plures quàm duo circuli æquales, & paralleli, nempe tres A B, C D, E F, qui circa eoſdem polos erunt. Sint ergo eorum poli G, H, & iungatur recta G H, quæ tranſibit per I, centrum ſphæræ, & per K, L, M, centra circulorum; perpendicularisq; erit ad circulos A B, C D, E F. Quoniam igitur circuli A B, C D, E F, æquales ſunt, ipſi æqualiter diſtabunt à centro ſphæræ I. Per defin. ergo 6. lib. 1. huius, perpendiculares I K, I L, I M, æquales erunt, nempe pars I L, & totum I M. Quod eſt abſurdum. In ſphæra igitur non ſunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo. Quod demonſtrandum erat. 1. huius. 10.1.huius. 6.1.huius.

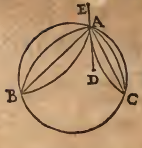


THEOREMA 3. PROPOS. 3. 4.

SI in ſphæra duo circuli ſecent in eodem puncto circunferentiam illius maximi circuli, in quo polos habent, ſe mutuo tangent illi circuli.

IN ſphæra duo circuli A B, A C, ſecent in puncto A, circunferentiam maximi circuli A B C, qui per illorum polos tranſeat. Dico circulos A B, A C, ſe mutuo tangere in A. Quoniam enim circulus maximus A B C, ſecat circulos A B, A C, per polos, bifariam ipſos ſecabit, & ad angulos rectos. Communes ergo ſectiones circuli A B C, & circulorum A B, A C, nempe rectæ A B, A C, diametri ſunt circulorum A B, A C. Sit quoque communis ſectio planorum, in quo circuli A B, A C, exiſtunt, recta D E, quæ per punctum A, tranſibit, propterea quod plana circulorum in A, ponan- 15.1.huius.





tur ſecare circulum A B C. Et quoniam plaum circuli A B C, ad plana circulorũ A B, A C, rectum eſt oſtenſum, erunt vicisſim plana circulorum A B, A C, ad planum circuli A B C, recta; atque adeo & D E, communis ipſorum ſectio ad idem planũ circuli A B C, perpendicularis erit. Igitur & ad diametros A B, A C, in eodem plano exiſtentes perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Quare D E, vtrumque circulum A B, A C, tanget in A; ac proinde per defin. huius lib. circuli A B, A C, ſe mutuo tangent in A, puncto. Si igitur in ſphæra duo circuli ſecent, &c. Quod erat oſtendendum.

19. v. dec.

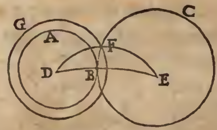
Coroll. 16. tertij.

5. THEOREMA 4. PROPOS. 4.

SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo tangant, maximus circulus per eorum polos deſcriptus, per eorum contactum tranſibit.

IN ſphæra tangant ſe mutuo circuli A B, C B, in B; & per D, polum circuli A B, & E, polum circuli C B, deſcribatur circulus maximus D E. Dico circulum D E, per contactum B, tranſire. Non tranſeat enim, ſi fieri poteſt, per tactum B, ſed ſecet circunferentiam v. g. circuli C B, in F. Polo igitur D, & interuallo D F, circulus deſcribatur F G, qui, cum ad maius interuallum deſcriptus ſit, quàm circulus A B, ſecabit circulũ C B, in F; quandoquidem circulus A B, eundem tangit in B, puncto, vltra quod circulus G F, ex polo D, deſcriptus eſt. Quoniam vero in ſphæra duo circuli G F, C F, ſecant in codẽ puncto F, maximum circulum D F E, per eorum polos deſcriptum, tangent ſe mutuo in F, duo circuli G F, C F: Sed & mutuo ſeſe ſecant in F, vt dictum eſt. Quod eſt abſurdum. Non ergo circulus maximus D E, ſecat alibi circulos A B, C B, quàm in B, contactu, atque adeo per eorum tactũ tranſibit. Itaque ſi in ſphæra duo circuli ſe mutuo tangant, &c. Quod oſtendendum erat.

8 e. 1. huius.



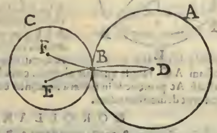
3. huius.

6. THEOR. 5. PROPOS. 5.

SI in ſphera duo circuli ſe mutuo tangant, maximus

ximus circulus deſcriptus per vnius polos, & per contactum amborum circulorũ, per reliqui quoque circuli polos tranſibit.

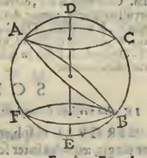
IN ſphæra duo circuli A B, C B, tangãt ſe mutuo in B, ſintq́; D, E, poli ipſorum. Dico maximum circulum per D, polum circuli A B, & per contactum B, deſcriptum tranſire quoque per E, polum circuli C B. Si enim fieri poteſt, non tranſeat per E, ſed per aliud quoduis punctum F, cuiuſmodi eſt circulus maximus D B F: Et per polos D, E, maximus circulus deſcribatur D E, qui omnino per contactum B, tranſibit; atque adeo duo circuli maximi D B F, D B E, ſe mutuo ſecabunt in D, & B, ac proinde bifariam. Semicirculus ergo erit vterq; arcus D B. Quoniam vero circulus maximus per alterũ polorũ cuiuſlibet circuli in ſphæra tranſiens, tranſit quoque per reliquum polum, eſtq́; inter duos polos eiuſdem circuli ſemicirculus circuli maximi interpoſitus; fit, vt exiſtente D, vno polorum circuli A B, punctum B, ſit alter polus. Quod eſt abſurdũ. Eſt enim B, in circunferentia circuli. Tranſit igitur circulus maximus D B, per E. Quocirca, ſi in ſphæra duo circuli ſe mutuo tangant, &c. Quod erat oſtendendum. 20.1.huius. 4.huius. 11.1.huius. Coroll. 10. 1.huius.



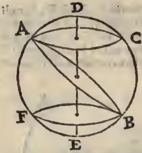
THEOREMA 6. PROPOS. 6. 7.

SI in ſphæra maximus circulus aliquem circulorum in ſphærica ſuperficie deſcriptorum tangat, tanget & alterum ei æqualem, & parallelum.

IN ſphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C, in A. Dico circulũ A B, tangere quoque alterum circulum ipſi A C, æqualem, & parallelum. Sit enim D, polus circuli A C: ac per D, A, circulus maximus deſcribatur D A: qui, cum per D, polũ circuli A C, & per contactum A, tranſeat, tranſibit per polos quoque circuli A B. Aſſumpto autem E, reliquo polo circuli A C, ducatur recta D E, quæ per centrum ſphæræ tranſibit, atque adeo ſphæræ diameter erit. 20.1.huius. 5.huius. 10.1.huius.



Ex polo igitur E, & ad interuallum E B, circulus deſcribatur B F. Dico circulum maximum A B, tangere quoque circulum B F, in B, & circulum B F, æqualem eſſe, ac parallelum circulo A C. Quoniam enim recta D E, per polos
10.i huius. los circulorũ A C, B F, tranſiens perpendicularis eſt ad ipſos circulos, erunt
14.vndec. circuli A C, B F, paralleli. Rurſus quia cir-
11.1.huius. culi maximi in ſphęra bifariam ſe ſecant, ſemicirculus erit A C B; atque adeo ſemicirculo D C E, æqualis. Dempto ergo communi arcu B D, æquales remanebũt arcus D A,
29. tertij. E B; atque adeo rectæ D A, E B, à polis D, E, ad circumferentias circulorum A C, B F, ductæ æquales. Quare æquales ſunt circuli
Schol. 21. 1. huius. A C, B F. Denique quia circuli A B, B F, in eodem puncto B, ſecant maximum circulũ A E B, in quo quidem polos habent, ſe
3. huius. mutuo tangent in B, circuli A B, B F. Quare circulus maximus A B, tangens in ſphæra circulum A C, tangit quoque alterum circulum B F, ipſi A C, æqualem, & parallelũ. Ac proinde ſi in ſphæra maximus circulus aliquem circulorum, &c. Quod erat demonſtrandum.



COROLLARIVM.

HINC perſpicuum eſt, puncta contactuum A, B, per diametrum eſſe oppoſita. Oſtenſum enim eſt, A C B, eſſe ſemicirculum, ac propterea rectam ex A, ad B, ductam eſſe diametrum ſphæræ, ſeu circuli maximi A C B, &c.

8. THEOREMA 7. PROPOS. 7.

SI ſint in ſphæra duo æquales, & paralleli circuli, maximus circulus, qui eorum alterum tetigerit, reliquum quoque tanget.

IN eadem figura ſint duo circuli æquales, & paralleli A C, B F, & maximus A B, tangat A C. Dico eundem A B, tangere quoque B F. Si enim A B,
4. huius. non tangat ipſum B F, tanget vtique alterum ipſi A C, æqualem, & parallelum. Cum ergo & B F, eidem A C, æqualis ponatur, & parallelus, erunt tres circuli in ſphæra, nempe A C, B F, & ille alius, quem A B, tangit, inter ſe
Schol. 2. huius. æquales, & paralleli. Quod eſt abſurdum. Non enim plures circuli æquales ſunt, & paralleli in ſphæra, quàm duo. Tanget igitur circulus A B, circulũ B F. Quamobrẽ, ſi ſint in ſphæra duo æquales, & paralleli circuli, &c. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

IN *alia verſione demonſtratur & ſequens theorema.*

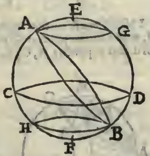
9. CIRCVLI in ſphæra paralleli, quos maximus aliquis circulus tangit, æquales inter ſe ſunt.

IN eadem adhuc figura ſint duo circuli paralleli A C, B F, *quos circulus maximus* A B, *tangat in* A, B. *Dico circulos* A C, B F, *æquales inter ſe eſſe. Quoniam enim paralleli ponuntur circuli* A C, B F, *ipſi circa eoſdem polos erunt; qui ſint* D, 1.huius.
E, *per quos, & polos circuli* A B, *circulus maximus deſcribatur* A F B, *qui per contactus* A, B, *tranſibit. Quoniam vero circuli maximi in ſphæra ſe mutuo ſecant bifariam, ſemicirculus erit* A D B, *atque adeo ſemicirculo* D B E, *æqualis. Dempto ergo arcu communi* D B, *æquales remanebunt arcus* D A, E B: *ac proinde & rectæ* D A, E B, *ex polis* D, E, *ad circunferentias circulorum* A C, B F, *ductæ æquales. Quare circuli* A C, B F, *æquales erunt. Quod eſt propoſitum.* 20.1.huius. 4.huius. 29. tertij. Schol.21.1. huius.

THEOR. 8. PROP. 8. 10.

SI in ſphæra maximus circulus ad aliquẽ ſphæræ circulum obliquus ſit, tanget is duos circulos æquales quidem inter ſe, parallelos autem prædicto circulo, ad quem obliquus eſt.

IN ſphæra maximus circulus A B, ad circulum quemcunque C D, obliquus ſit. Dico circulum A B, tangere duos circulos inter ſe quidem æquales, parallelos autem ipſi C D. Sint E, F, poli circuli C D, per quos, & polos circuli A B, circulus maximus deſcribatur E A B, ſecans A B, in A, & B. Ex polo deinde E, & interuallo E A, circulus deſcribatur A G. Et quoniam circuli A B, A G, in eodem puncto A, ſecant maximum circulũ E A B, in quo polos habent, ipſi ſe mutuo tangent in A. Circulus igitur maximus A B, tangens circulum A G, tanget alterum illi æqualem, & parallelum, qui ſit B H. Quia vero circuli paralleli A G, B H, circa eoſdẽ polos ſunt E, F: Sunt autem E, F, poli etiã circuli C D; erunt tres circuli A G, C D, B H, circa eoſdem polos; atque adeo paralleli inter ſe erũt. Tangit igitur maximus circulus A B, duos A G, B H, æquales quidem inter ſe, parallelos autem ipſi C D, ad quem obliquus eſt. Quocirca, ſi in ſphæra maximus circulus ad aliquem, &c. Quod oſtendendum erat. 21.1.huius. 20.1.huius. 3.huius. 6.huius. 1.huius. 2.huius.



SCHOLIVM.

ALIVD theorema hoc loco adijcitur in alia verſione, videlicet.

SI in ſphæra maximus circulus aliquem circulorum in ſphærica ſu- 11.

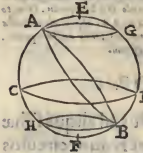
ca ſuperficie tangat, obliquus erit ad alios circulos, quos ſecat, paral lelos ei, quem tangit.

IN eadem figura maximus circulus A B, tangat circulum A G, ſecet autem circulum C D, ipſi A G, parallelum. Dico circulum A B, obliquum eſſe ad circulum C D. Quoniã enim maximus circulus A B, tangens circulum A G, non tranſit per ipſius polos, (Si namque per ipſius polos duceretur, ſecaret ipſum bifariam, non autem tangeret.) atque adeo neque per polos circuli C D; (habent enim paralleli circuli A G, C D, eoſdem polos) non ſecabit maximus circulus A B, circulum C D, ad angulos rectos: Aliàs tranſiret per eius polos. Igitur obliquus eſt ad circulum C D. Quod eſt propoſitum.

15.1.huius.

1.huius.

13.1.huius.



12.

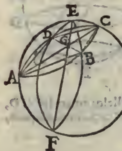
THEOR. 9. PROPOS. 9.

SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo ſecent, maximus circulus per eorum polos ductus ſecabit bifariam ſegmenta ipſorum circulorum.

IN ſphæra ſe mutuo ſecent duo circuli A B C D, E D F B, in punctis B, D, & per eorum polos deſcribatur maximus circulus A F C E, ſecans circulos dictos in punctis A, C, E, F. Dico circulum A F C E, ſecare bifariã ſegmenta B A D, B C D, B E D, B F D. Quoniam enim circulus maximus A F C E, circulos A B C D, E D F B, ſecat bifariam, & ad angulos rectos, quòd per eorum polos ductus ſit, erunt communes ſectiones A C, E F, quas cum ipſis facit, diametri ipſorum ſecantes ſeſe in G. Secabunt enim ſe mutuo rectæ A C, E F, cum in codẽ plano circuli A F C E, exiſtant, ſitq́; punctum E, inter puncta A, & C; atque punctum F, inter eadem puncta. Connectantur rectæ B G, D G: Eruntq́; tria puncta B, G, D, in vtroque plano circulorum A B C D, E D F B; atque adeo in cõmuni eorum ſectione: Eſt autem communis eorum ſectio linea recta. Igitur recta erit B G D. Et quoniam circulus A F C E, oſtenſus eſt ſecare ad angulos rectos vtrumque circulum A B C D, E D F B, erit viciſsim vterque rectus ad circulum A F C E; atque adeo & B D, communis eorum ſectio ad eundem perpendicularis erit. Recti igitur erunt anguli BGA,

20.1.huius.

15.1.huius.



3.vndec.

19.vndec.

li B G A, D G A, B G C, D G C, ex definit. 3. lib. 11. Eucl. Quare diameter A C, cum per centrum circuli A B C D, tranſeat, ſecetq; rectam B D, ad angulos rectos, biſariam eam ſecabit. Itaque cum latera A G, G B, æqualia 3. tertij. ſint lateribus A G, G D, contineantq; angulos æquales, nempe rectos, erunt baſes A B, A D, ſubtendentes arcus A B, A D, inter ſe æquales, ac proinde 4. primi. 28. tertij. & arcus A B, A D, æquales erunt. Eodem modo oſtendemus arcus C B, C D, æquales eſſe; nec non & arcus E B, E D; & F B, F D. Circulus igitur A F C E, ſegmenta B A D, B C D, B E D, B F D, biſariam diuidit. Quapropter ſi in ſphæra duo circuli ſe mutuo ſecent, &c. Quod demonſtrandum erat.

SCHOLIVM.

DVO *alia theoremata in alia verſione hoc loco adduntur, hæc videlicet.*

I.

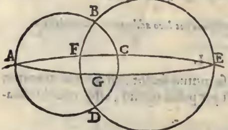
SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo ſecent, circulus alius eorum ſegmenta biſariam ſecans, it per polos eorum, eſtq; circulus maximus. 13.

IN eadē figura ſecent ſe mutuo duo circuli A B C D, E D F B, *in punctis* B, D, *& alius quiſpiā circulus* A F C E, *ſecet ſegmenta* B A D, B C D, B E D, B F D, *biſariā. Dico circulū* A F C E, *ire per polos ipſorū, eſſeq; circulū maximū. Quoniā enim arcus* A D, A B, *æquales ſunt, nec nō* C D, C B; *erūt toti arcus* A D C, A B C, *æquales, & propterea ſemicirculi. Eodemq; modo ſemicirculi erūt* E D F, E B F. *Circulus igitur* A F C E, *biſariam ſecat circulos* A B C D, E D F B, *atque adeo communes ſectiones* A C, E F, *ſe interſecantes in* G, *ipſorum diametri ſunt. Quòd ſi connectantur rectæ* B G, D G, *cum tria puncta* B, G, D, *in vtroque plano circulorum* A B C D, E D F B, *ſint, atque adeo in communi ipſorum ſectione; ſit autem communis eorum ſectio linea recta;* 3. vndec. *recta erit* B G D. *Quoniam vero ſubtenſæ rectæ* D A, D C, *ſubtenſis rectis* B A, B C, 29. tertij. *ſingulæ ſingulis æquales ſunt, ob æquales arcus, anguloſq; continent æquales, nempe rectos in ſemicirculis exiſtentes; æquales erunt anguli* D A C, B A C. *Quod etiā* 31. tertij. 4. primi. *ita probari poterit. Quoniam latera* D A, A C, *lateribus* B A, A C, *æqualia ſunt, baſiſq;* D C, *baſi* B C, *æqualis, erunt anguli* D A C, B A C, *æquales. Rurſus quia* 8. primi. *latera* A D, A G, *lateribus* A B, A G, *æqualia ſunt, anguloſq; continent æquales, vt demonſtratum eſt; æquales erunt anguli* A G D, A G B, *ac propterea recti.* 4. primi. *Perpendicularis igitur eſt* B G D, *ad rectam* A C. *Eodem modo oſtendemus rectam eandem* B G D, *ad* E F, *perpendicularem eſſe. Quare eadem* B G D, *perpendicularis erit ad planum circuli* A F C E, *per rectas* A C, E F, *ductum; ac proinde &* 4. vndec. *vtrumque planum circulorum* A B C D, E D F B, *per rectam* B G D, *ductum ad idem planum circuli* A F C E, *rectum erit: & viciſsim circulus* A F C E, *ad circu-* 18. vndec. *los* A B C D, E D F B, *rectus erit. Itaque circulus* A F C E, *circulos* A B C D, E D F B, *& biſariam & ad angulos rectos ſecat. Quare maximus eſt, tranſitq; per* Schol. 15. 1. huius. *ipſorum polos. Quod eſt propoſitum.*

SI in

14. SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo ſecent, maximus circulus ſecans bifariam duo illorum ſegmenta quæcumque, habens tamen arcum inter illa ſegmenta poſitum ſemicirculo inæqualem; tranſit per polos ipſorum, duoq; reliqua ſegmenta bifariam ſecat.

IN ſphæra duo circuli A B C D, E B F D, *ſe mutuo ſecent in punctis* B, D: *Et maximus circulus* A F C E, *ſecet duo quæcumque illorum ſegmẽta, nempe,* B A D, B E D, *bifariam in punctis* A, E, *& arcus* AFCE, *interceptus inter dicta ſegmenta non ſit ſemicirculus. Dico circulum* A F C E, *tranſire per polos circulorum* A B C D, E B F D, *ſecareq; reliqua ſegmenta* B C D, B F D, *bifariam. Si enim circulus* A F C E, *non tranſeat per ipſorũ polos, deſcribatur, ſi fieri poteſt, alius circulus maximus* AGE, *per eorum polos, qui ſegmenta ipſorum bifariam ſecabit; atque adeo per puncta* A, E, *tranſibit. Secabunt ſe igitur circuli maximi* A F C E, A G E, *in* A, E, *bifariam: ac propterea ſemicirculus erit* A F C E. *Quod eſt contra hypotheſim. Tranſit ergo circulus* A F C E, *per polos circulorum* A B C D, E B F D. *Quare omnia ſegmenta ipſorum ſecabit bifariam. Quod eſt propoſitum.*



9.huius.
11.1.huius.
9.huius.

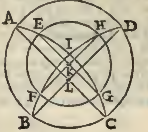
15. THEOR. 10. PROP. 10.

SI ſint in ſphæra paralleli circuli, per quorum polos deſcribantur maximi circuli; parallelorum quidem circunferentiæ inter maximos circulos interceptæ, ſimiles ſunt; maximorum autem circulorum circunferentiæ inter parallelos circulos interceptæ, ſunt æquales.

SINT in ſphæra circuli paralleli A B C D, E F G H, quorũ polus I: (ſunt enim paralleli circuli in ſphæra circa eoſdem polos.) Per I, autẽ circuli maximi deſcribantur vtcumque A E I G C, B F I H D. Dico circunferentias parallelorum A B, E F, ſimiles, nec non B C, F G; Item C D, G H; & D A, H E: circun-

1.huius.

circunferentias vero maximorum circulorum inter parallelos, nempe A E, B F, C G, D H, æquales eſſe. Sint enim communes ſectiones circuli A I C, & parallelorum rectæ A C, E G, quæ parallelæ erunt: communes vero ſectiones 16. vndec.
circuli B I D, & parallelorum eorundem, rectæ B D, F H, quæ ſimiliter parallelæ erũt. Et quia circuli maximi A I C, B I D, per polos parallelorum deſcripti ſecant parallelos bifariam; erunt A C, B D, 15. 1. huius.
diametri circuli A B C D, & punctum L, vbi ſe interſecant, centrũ eiuſdem: Item E G, F H, diametri circuli E F G H, & punctum K, vbi ſe interſecant, centrum eiuſdẽ. Quoniam igitur rectæ E K, K F, rectis A L, L B, parallelæ ſunt, ſuntq; in diuerſis planis, erunt anguli E K F, A L B, ad centra K, L, 10. vndec.
æquales. Quare circunferentiæ A B, E F, per ea, quæ in ſcholio propoſ. 33. lib 6. Euclid. oſtendimus, ſimiles erunt. Eodemq; modo ſimiles erunt B C, F G, & C D, G H, nec non D A, H E.

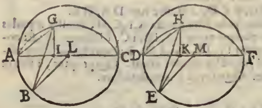


RVRSVS, quia rectæ ex polo I, ad puncta A, B, C, D, demiſſæ æquales
ſunt, ex defin. poli, erunt quoque arcus I A, I B, I C, I D, æquales: Et eo- 28. tertij.
dem modo æquales erunt arcus I E, I F, I G, I H. Reliquæ igitur circunferentiæ A E, B F, C G, D H, æquales inter ſe erunt. Quapropter, ſi ſint in ſphæra paralleli circuli, &c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 11. PROP. 11. 16.

SI in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum ſegmenta ad angulos rectos inſiſtant, à quibus ſumantur æquales circunferentiæ, quarum quælibet inchoata ab extremitate ſui ſegmenti, ſit minor ſemiſſe circunferentiæ integri ſegmenti, à punctis autem æquales circunferentias terminantibus ducãtur æquales rectæ lineę ad circunferentias circulorum primo poſitorum; ipſæ circulorum primo poſitorum circunferentiæ interceptæ inter illas rectas lineas, & extremitates diametrorum, erunt æquales.

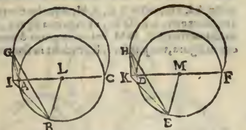
IN diametris A C, D F, circulorum æqualium A B C, D E F, inſiſtant
ipſis circulis ad angulos rectos ſegmenta circulorũ æqualia A G C, D H F:
ſumanturq́; æquales arcus A G, D H, ita vt puncta G, H, ſecent ſegmenta
A G C, D H F, non bifariam. Ex G, H, denique in circunferentias circulorum A B C, D E F, cadant rectæ æquales G B, H E. Dico circunferentias
A B, D E, eſſe æquales. Demittantur ex G, H, rectæ G I, H K, ad plana cir-
11. vndec. culorum A B C, D E F, perpendiculares, quæ in communes ſectiones A C,
38. vndec. D F, cadent in puncta I, K. Sumptis quoque L, M, centris circulorũ A B C,
D E F, ducantur rectæ L B, B I, A G; M E, E K, D H: cadantq́; primum pun
cta I, K, in ſemidiametros A L, D M. Quoniam igitur arcus A G C, D H F,
æquales ſunt, nec non & arcus A G, D H; æquales quoque erunt arcus, C G,
27. tertij. F H; ac propterea anguli G A C, H D F, illis inſiſtentes æquales. Sunt autem
& anguli A I G, D K H, æquales, quòd recti ſint ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Itaque duo triangula A I G, D K H, habent duos angulos G A I, A I G, duobus angulis H D K, D K H, æquales. Habent autem & latus A G, lateri D H, equale, (ob æqualitatẽ arcuum A G, D H.) quod angulis æqualibus I, K, ſubtenditur.

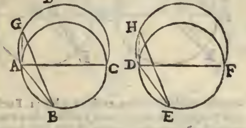


29. tertij.
26. primi. Igitur & latus A I, lateri D K, & latus G I, lateri H K, æquale erit. Quoniam vero anguli G I B, H K E, recti ſunt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt quadrata ex G B, H E, quæ inter ſe æ-
47. primi. qualia ſunt, ob æqualitatem rectarum G B, H E, quadratis ex G I, I B, & ex
H K, K E, æqualia, ac ꝓpterea quadrata ex G I, I B, quadratis ex H K, K E,
æqualia erunt. Ablatis ergo quadratis æqualibus rectarum æqualiũ G I, H K,
remanebunt quadrata rectarũ I B, K E; æqualia; & idcirco & rectæ I B, K E,
æquales. Et quia A L, D M, ſemidiametri circulorum æqualiũ æquales ſunt;
oſtenſæ autem quoque ſunt æquales A I, D K, erunt & reliquæ I L, K M, æquales. Quare latera I L, L B, lateribus K M, M E, æqualia erunt: ſunt au
8. primi. tem & baſes I B, K E, oſtenſæ æquales. Igitur & anguli L, M, ad centra æqua
26. tertij. les erunt; ac proinde & arcus A B, D E, æquales erunt.

CADANT deinde puncta I, K, in ſemidiametros L A, M D, productas ad A, & D: quod quidem contingere poteſt, quando ſegmenta A G C,
D H F, ſemicirculo ſunt maiora; fiatq́; eadem conſtructio, quæ prius. Oſten-
27. tertij. demus, vt prius, angulos G A C, H D F, eſſe æquales; ac propterea cum tam
13. primi. G A C, G A I, quàm H D F, H D K, duobus ſint rectis æquales, erũt & G A I,
H D K, æquales. Cum ergo & anguli I, K, æquales ſint, nempe recti, & late
29. tertij. ra G A, H D, æqualia, ob æquales arcus A G, D H, erunt, vt prius, rectæ
26. primi. G I, I A, rectis H K, K D, æquales; ac propterea & totæ I L, K M, inter ſe
æquales erunt. Igitur, vt prius, oſtendemus rectam I B, rectæ K E, & angu-
47. primi. 8. primi. 26. tertij. lum L, angulo M, æqualem eſſe: ac denique arcum A B, arcui D E.

CADANT tertio perpendiculares ex G, H, demiſſæ in plana circulorum





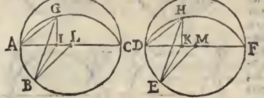
cum A B C, D E F, in puncta A, D: quod etiam contingere poteſt, quando ſegmenta A G C, D H F, ſemicirculo ſunt maiora. Ductis igitur rectis A B, D E, erũt anguli G A B, H D E, recti, ex defin. 3. lib. 1. Euclid. Quare, vt prius, æqualia erunt quadrata rectarũ G A, A B, quadratis rectarum H D, D E: Sunt autẽ quadrata ex G A, H D, æqualia, quòd & rectæ G A, H D, æquales ſint, ob æquales arcus A G, D H. Igitur & quadrata ex A B, D E, æqualia erunt; & propterea & rectæ A B, D E, æquales. Quare & arcus A B, D E, æquales erunt. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum ſegmenta ad angulos rectos inſiſtant, &c. Quod erat demonſtrandum. 47. primi. 29. tertij.

THEOR. 12. PROPOS. 12. 16.

SI in diametris circulorum æqualium, æqualia ſegmenta circulorum erigantur, & ab ipſis ſegmentis æquales circunferentiæ ad extremitates ſegmentorum deſumantur minores dimidijs ipſorum partibus, ab ipſis autem circulis æquales circunferentiæ ſumantur ad eaſdem partes, quæ ſunt ad extremitates diametrorum; rectæ lineæ ductæ à punctis in circunferentijs ſegmentorum ad puncta in circunferentijs circulorum, erunt æquales.

REPETANTVR figuræ propoſitionis præcedentis, cum eiſdẽ conſtructionibus, ponanturq; arcus A B, D E, æquales. Dico & rectas G B, H E, æquales eſſe. Quoniam enim, vt in præcedenti propoſ. demonſtratum eſt, 27. tertij. 29. tertij. 26. primi.

rectæ A I, I G, rectis D K, K H, æquales ſunt; erunt & reliquæ I L, K M, ex ſemidiametris A L, D M, vt in prima figura, vbi puncta I, K, cadunt in ſemidiametros A L, D M, vel certe erunt & totæ I L, K M, æquales, vt in ſecunda figura, vbi puncta I, K, cadunt in ſemidiametros A L, D M, productas ad A, & D. Quia igit I L, L B, rectis K M, M E, æquales ſunt; continentque angulos ad L, M, æquales, ob æqualitatē arcuū A B, D E; erunt & baſes I B, K E, æquales. Quamobrem cum latera G I, I B, lateribus H K, K E, æqualia ſint, contineantq; angulos G I B, H K E,



47. tertij.

4. primi.

4. primi. æquales, nimirum rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt & baſes G B, H E, æquales. quod eſt propoſitum. Facilius idem concludetur, ſi perpendiculares ex G, H, in plana circulorum A B C, D E F, demiſſæ cadant in puncta A, D,

29. tertij. vt in tertia figura. Nam quia rectæ G A, A B, rectis H D, D E, æquales ſunt, ob æquales arcus A G, D H, & A B, D E, continentq; angulos æquales, vt-

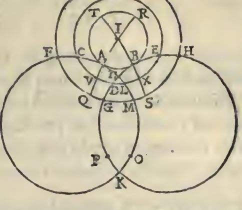
4. primi. pote rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt baſes G B, H E, æquales. Si igitur in diametris circulorum æqualium, æqualia ſegmenta, &c. Quod erat oſtendendum.

18. THEOREMA 13. PROPOS. 13.

SI in ſphæra ſint paralleli circuli, & deſcribantur maximi circuli, qui vnum quidem parallelorum tangant, reliquos vero ſecent; circunferentię parallelorum interceptæ inter eos maximorum circulorum ſemicirculos, qui non concurrunt, ſimiles erunt; maximorum vero circulorum circunferentiæ inter duos quoſcunque parallelos interceptæ, erunt æquales.

1. huius. SINT in ſphæra paralleli circuli A B, C D E, F G H, qui eundem polū habebunt, nempe I. Circuli autem maximi A F K, B H K, tangant parallelū A B, in punctis A, B, & reliquos ſecent in punctis F, C, L, M; H, E, D, G: ſeipſos aūt mutuo ſecent in K, N, vt ſint ſemicirculi K M N, N F K; K G N,

11. huius. N H K. Maximi enim circuli ſe ſecant mutuo bifariam. Sumatur quoque arcus

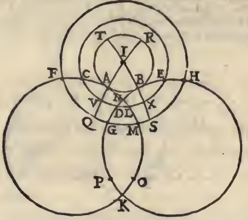


cus K O, arcui N A, & arcus K P, arcui N B, æqualis, vt ſint quoque ſemicirculi A M O, O F A; B G P, P H B. Erunt igitur ſemicirculi A M O, B H P, non coeuntes, cũ ſe mutuo non ſecent. Eodem modo nõ coeuntes erunt ſemicirculi B G P, A F O. Dico arcus parallelorum A B, L E, M H, interceptos inter ſemicirculos A M O, B H P, non coeuntes ſimiles eſſe, necnon & arcus A B, C D, F G, interceptos inter ſemicirculos B G P, A F O, non concurrentes ſimiles eſſe: Arcus vero maximorum circulorum A C, A L, B D, B E, æquales eſſe; necnon & arcus C F, L M, D G, E H: quorum illi inter parallelos A B, C D E, hi vero inter parallelos C D E, F G H, interijciuntur: Eodemq́; pacto æquales eſſe arcus A F, A M, B G, B H, inter parallelos A B, F G H, interiectos. Per polum enim I, & puncta contactuum A, B, circuli 20.1.huius.
maximi deſcribantur Q A I R, S B I T, ſecantes parallelos in Q, S, V, X.
Tranſibunt hi circuli maximi per polos quoque circulorum A F K, B H K; 5.huius.
ac proinde biſariam ſecabunt ſegmenta C A L, D B E, C V L, D X E: necnõ 9.huius.
ſegmenta F A M, G B H, F Q M, G S H. Præterea ijdem circuli ad angulos
rectos ſecabunt parallelos A B, C D E, F G H, & maximos circulos A F K, 15.1.huius.
B H K. Quoniam igitur diametris circulorum æqualium A F K, B H K, inſiſtunt ad angulos rectos ſegmenta circulorum æqualia, nempe ſemicirculi inchoati à punctis A, B, & per I, tranſeũtes, donec iterũ ſecent circulos A F K,
B H K; ſuntq́; arcus æquales A I, B I, quòd ex defin. poli recta I A, I B æqua 28.tertij.
les ſint; qui quidem minores ſunt dimidijs ſemicirculorum partibus: (cum enim dimidij ſint arcuum A I R, B I T, quòd, ex defin. polj, rectæ ex I, ad
puncta A, B, R, T, atque adeo arcus quoque ſint æquales: ſint autem arcus 28.tertij.
A I R, B I T, ſemicirculo minores, quòd ſemicirculi tendant ex A, & B, per I, vſque ad circulos A F K, B H K; erunt arcus A I, B I, minores dimidijs partibus illorum ſemicirculorum.) ſunt quoque æquales rectæ I C, I E, ex po-
li defin. erunt arcus A C, B E, æquales: Eſt autem A C, ipſi A L, & B E, ipſi 11.huius.
B D, æqualis, propterea quòd arcus C A L, D B E, biſariam ſecantur, vt de- 9.huius.
monſtratum eſt. Quatuor ergo arcus A C, A L, B E, B D, æquales ſunt. Eodem modo oſtendemus, æquales eſſe quatuor arcus A F, A M, B H, B G; ac propterea & reliquos C F, L M, E H, D G, qui quidem ſinguli inter binos parallelos intercipiuntur. Quod ſecundo loco proponebatur demonſtrandũ.

QVIA vero arcus toti C A L, D B E, æquales ſunt, quòd ipſorum dimi
dia æqualia ſint, vt demonſtratum eſt; erunt & rectæ ſubtenſæ C L, D E, æ- 29.tertij.
quales, quæ quidem arcubus quoque C V L, D X E, ſubtenduntur; ac pro-

18. tertij.

9. huius.



10. huius.

pterea & arcus parallelorum C V L, D X E, æquales erunt. Cum ergo ſecetur bifariam in V, X, vt dictum eſt, æquales erunt eorum medietates, nimirum quatuor arcus C V, V L, D X, X E. Si igitur arcubus ęqualibus C V, D X, communis arcus addatur V D, æquales erunt arcus CD, VX: Eſt autem arcus V X, arcui A B, ſimilis. Igitur & C D, eidem A B, ſimilis erit. Non ſecus oſtendemus F G, eidem A B, ſimilem eſſe; nec non & arcus E L, H M, eidem arcui A B, eſſe ſimiles. Quod ſecundo loco proponebatur demonſtrandum. Si ergo in ſphæra ſint paralleli circuli, &c. Quod oſtendendum erat.

17.

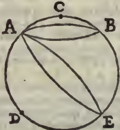
PROBL. 1. PROP. 14.

CIRCVLO in ſphæra dato, qui minor ſit quàm circulus maximus, datoq; aliquo puncto in eius circunferentia, per illud punctum deſcribere circulum maximum, qui tangat datum circulum.

IN ſphæra datus circulus ſit non maximus A B, cuius polus C, oporteatq; per A, punctum in eius circũferentia datum, deſcribere maximum circulum, qui circulum A B, tangat. Per polum C, & punctum A, deſcribatur circulus maximus C A D E B, in quo ſumatur quadrans A D, & polo D, interuallo D A, circulus deſcribatur A E, qui maximus erit, quòd recta ſubtenſa D A, latus ſit quadrati in maximo circulo deſcripti. Dico circulum maximum AE, tangere circulum AB, in A. Quoniam enim duo circuli A B, A E, eundem circulum C A D, per eorum polos tranſeũtem ſe-

20. 1. huius.

17. 1. huius.

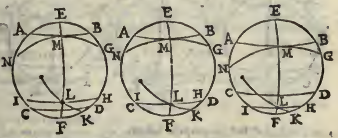


tem ſecant in eodem puncto A, ipſi ſe mutuò tangent in puncto A. Circu- 3.huius
lo igitur in ſphæra dato, &c. Quod faciendum erat.

PROBL. 2. PROPOS. 15. 19.

CIRCVLO in ſphæra dato, qui minor ſit maximo circulo, & puncto aliquo dato in ſphæræ ſuperficie, quod ſit inter datum circulum, & alium eidem æqualem, & parallelum, per punctum illud datum deſcribere maximum circulum, qui tangat datum circulum maximo minorẽ.

SIT in ſphæra datus circulus non maximus A B, cui æqualis ſit & parallelus C D, datumq́; punctum ſit G, inter duos circulos A B, C D; oporteatq́; per G, circulum maximum deſcribere, qui tangat circulum A B. Sint E, F, poli parallelorum A B, C D, (habent enim paralleli eoſdem polos.) & per 1. huius.
E, G, circulus maximus deſcribatur E A C, qui per reliquum polum F, tran 10.1.huius.
ſibit, ex coroll. ſcholij propoſ. 10. lib. 1. huius. In hoc accipiatur quadrans B H; caderq́; punctum H, vel ſupra D, vel in D, vel infra D: Quodcũque autẽ horũ contingat, ita rẽ exequemur.



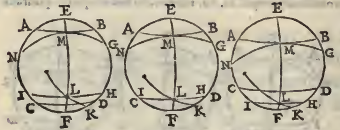
Ex polo E, ad interuallum E H, vel ex polo F, ad interuallum F H, circulus deſcribatur H I, qui ipſis A B, C D, parallelus erit, exiſtetq́; vel ſu- 2.huius.
pra C D, vel idem erit qui C D, vel infra C D, ſitus erit, prout punctum H, ſupra D, vel in D, vel infra D, poſitum fuerit. Sumatur rurſum quadrans G K, eritq́; punctum K, vltra H, cum G H, quadrante minor ſit. Polo deinde G, interuallo autem G K, circulus deſcribatur K L, qui maxi-
mus erit, quòd recta ſubtendens quadrantẽ G K, æqualis ſit lateri quadrati 17.1.huius.
in maximo circulo deſcripti. Secet autem K L, circulum H I, in L, & per
L, F, circulus maximus deſcribatur F L, qui per reliquum polum E, tranſi- 16.1.huius.
bit, ex coroll. ſcholij propoſ. 10. lib. 1. huius. Secet autem hic circulus F L E, circulum A B, in M. Eruntq́; arcus M L, B H, circulorum maximorum per

E, F,

10. huius. E, F, polos parallelorum tranſeuntium, intercepti inter parallelos AB, HI, æquales, ac propterea exiſtente B H, quadrante per conſtructionem, erit & L M, quadrans. Polo igitur L, interuallo autem L M, circulus deſcribatur
17.1. huius. M N, qui maximus erit, quòd recta ſubtendens quadrantem L M, æqualis ſit lateri quadrati in maximo circulo deſcripti. Quoniam vero maximus circulus K L, tranſit per L, polum maximi circuli N M, tranſibit viciſsim ma-
Scho. 15.1. huius. ximus circulus N M, per G, polum circuli K L: atque ita tranſit maximus circulus N M, per datum punctum G. Dico iam eundem tangere circulum A B, in M. Quoniã enim circuli A B, G N, in eodem puncto M, ſecãt maximũ circulum E F, in quo polos habent, ipſi ſe mutuo tangent in M. Deſcriptus
3. huius. eſt ergo per G, circulus maximus G N, tangens circulum A B, in M. Quare circulo in ſphæra dato, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

QVOD *ſi punctum G, datum ſit præciſe in medio arcus* B D, *erit quadrans* GF. *Polo igitur* G, *interualloq́;* G F, *circulus deſcriptus* F E, *ſecabit* H I, *in* L, *puncto, quod rurſum erit polus circuli tangentis, vt prius. Si vero* G, *punctum datum ſit idem, quod* D, *erit polus circuli tangentis in medio arcus* D C A, *cum hic arcus ſe-*
3. huius. *micirculus ſit. Circulus autem ex illo polo deſcriptus tanget* A B, *in* A, *&* C D, *in* D, *vt patet: quoniam videlicet circulus hic maximus, & paralleli* A B, C D, *ſecãt in punctis* A, D, *circunferentiã maximi circuli* A C D B, *in quo polos habent.*



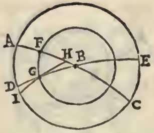
QVONIAM *vero ſicut* L, *polus eſt oſtenſus circuli maximi* G N, *tangentis, circulum* A B, *ita quoque oſtendi poteſt, aliud punctũ, in quo maximus circulus* K L, *circulum* H I, *ex altera parte ſecat, polum eſſe alterius cuiuſdam circuli maximi, qui per* G, *tranſeat, tangatq́; circulum* A B, *in alio puncto: perſpicuum eſt per punctum in ſphæra datum inter duos circulos æquales, & parallelos deſcribi poſſe duos circulos maximos, qui circulum* A B, *tangant in duobus punctis.*

20. ## THEOR. 14. PROPOS. 16.

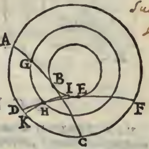
MAXIMI circuli, qui ſimiles circũferentias paral-

parallelorum circulorum in ſphæra auferunt, aut per parallelorum polos tranſeunt, aut eundem vnum parallelum tangunt.

IN ſphæra maximi circuli A B C, D B E, auferant ex parallelis A D C, F G, circunferentias ſimiles A D, F G. Dico maximos circulos A B C, D B E, aut tranſire per polos parallelorum A D C, F G, aut vnum eundem parallelum tangere. Aut enim alter illorum, nempe A B C, tranſit per polos parallelorum, atque ita oſtendemus, alterum per eoſdem tranſire, aut nõ tranſit quidẽ per polos parallelorũ, ſed alterũ tamen illorũ tangit, atq; ita demonſtrabimus, alterum eundem tangere; aut deniq; neque per polos parallelorum incedit, neq; alterum illorum tangit: quo poſito concludemus circulos maximos datos aliquẽ aliũ parallelum tangere datis parallelis minorẽ. Tranſeat enim primum A B C, per polos parallelorum. Dico & D B E, per eoſdem trãſire, hoc eſt, pũctum B, in quo ſe ſecant maximi circuli A B C, D B E, polum eſſe parallelorum A D C, F G. Si namque B, non eſt eorum polus, ſit H, polus ipſorum. Et quia circulus A B C, ponitur tranſire per eorum polos, erit H, in circunferentia A B C. Per H, G, deſcribatur circulus maximus H G, ſecans A D C, in I. Eruntq; arcus A I, F G, ſimiles, cum intercipiantur inter maximos circulos A H, H I, per polum H, deſcriptos: Ponitur autem & arcus A D, eidem arcui F G, ſimilis. Similes ergo ſunt arcus A I, A D; atque adeo cum ſint eiuſdem circuli, inter ſe æquales erunt, totum & pars. Quod eſt abſurdum. Non ergo aliud punctum, præter B, polus erit parallelorum, ſi alter circulorum A B C, D B E, nempe A B C, per illorum polos ducitur. Quare vterque circulus maximus A B C, D B E, per polum B, parallelorum tranſit, ſi vnus ipſorum tranſit. 20.1.huius. 10.huius.



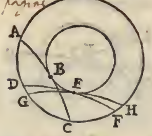
SED iam duo maximi circuli ABC, DEF, auferant rurſum ex parallelis A D C, B E, circunferentias ſimiles A D, B E, & neuter illorum tranſeat per parallelorum polos, ſed alter, nempe A B C, vnum eorum, puta B E, tangat in B. Dico & circulum D E F, eundem B E, tangere in E. Si enim non tangit, ſed ſecat, deſcribatur per E, punctũ in parallelo BE, datũ maximus circulus GEH, tangens parallelum B E, in E; eruntq; ſemicirculi, quorum alter ex E, per G, ducitur, alter vero ex B, per A, tranſit, non coeuntes, vt conſtat ex figura propoſ. 13. huius libri, & ex demonſtratis ibidem. 14.huius. 13.huius.



Igitur

Igitur arcus B E, A G, ſimiles erunt: Ponuntur autem & ſimiles B E, A D: Similes ergo ſunt inter ſe A G, A D; ac proinde, cum ſint eiuſdem circuli, inter ſe æquales erunt, totum, & pars. Quod eſt abſurdũ. Nullus ergo alius circulus maximus per E, ductus præter D E F, parallelum B E, tangit in E, ſi A B C, eundem in B, tangit. Quare ſi A B C, tangit B E, tanget & D E F, eundem B E.

POSTREMO maximi circuli A B C, D E F, auferant ex parallelis A D C, G H, circunferentias ſimiles A D, G H; & neuter illorum per parallelorum polos ducatur, aut alterum eorum tangat. Dico circulos maximos A B C, D E F, tangere alium quendam parallelum ipſis A D C, B E, minorē. Quoniam enim circulus maximus A B C, neque tranſit per polos parallelorum, neque alterum ipſorum tangit, erit circulus maximus A B C, ad vtrumque parallelorum A D C, G H, obliquus. Si enim rectus eſſet, tranſi-



13.1.huius. ret per ipſorum polos, quod non ponitur. Tanget igitur A B C, duos circulos æqua-
8.huius. les inter ſe, & parallelos vtrique A D C, G H. Tangat ergo parallelum B E, qui minor erit vtroque A D C, G H; (cum A B C, ipſos ſecet) atque adeo & alter ſibi æqualis, & parallelus minor erit vtroque A D C, G H: ac proinde paralleli A D C, G H, poſiti erũt inter illos duos, quos circulus A B C, tangit. Dico & D E F, eundem B E, tangere. Si enim non tangit, deſcribatur per punctum H, quod
13.huius. eſt inter circulum B E, & ſibi æqualem, ac parallelum, ut oſtendimus, circulus maximus K H, tangens B E, in I; eruntq́; ſemicirculi, quorum alter ex I, per H, alter vero ex B, per G, tranſit, non coeuntes, vt conſtat ex figura
13.huius. propoſi. 13. huius libri, & ex demonſtratis ibidem. Igitur arcus A K, G H, ſimiles erunt: Ponuntur autem & A D, G H, ſimiles. Similes igitur ſunt A K, A D; atque adeo, cum ſint eiuſdem circuli, inter ſe æquales erunt, totum & pars. Quod eſt abſurdum. Nullus ergo alius circulus maximus per H, deſcriptus, præter D E F, parallelum B E, tangit, ſi A B C, eundem tangit in B. Quare ſi A B C, tangit circulum B E, tanget & D E F, eundem B E. Quapropter maximi circuli, qui ſimiles circunferentias, &c. Quod erat oſtendendum.



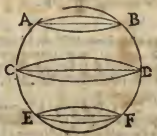
SCHOLIVM.

MANIFESTVM *autem eſt, circulos maximos* A B C, D E F, *ita tangere eundem parallelum* B E, *vt ſemicirculi eorum à contactibus per arcus ſimiles procedentes non coeant. Alias non eſſent arcus ablati ſimiles, vt conſtat ex propoſ. 13. huius libri.*

THEOREMA 15. PROPOS. 17. 21.

IN ſphæra paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum æquales circunferentiæ maximorum circulorum intercipiuntur, ſunt inter ſe æquales: Illi vero, inter quos, & maximum parallelorum maiores maximorum circulorum circunferentiæ intercipiuntur, ſunt minores.

SINT in ſphæra paralleli circuli A B, C D, E F; ſitque C D, maximus parallelorum. Inter circulum vero C D, & vtrumq; parallelorum A B, E F, intercipiantur æquales circunferentiæ A C, C E, maximi alicuius circuli A C E F D B. Dico parallelos A B, E F, æquales eſſe. Sint enim communes ſectiones parallelorum, & circuli A C E F D B, rectæ A B,
C D, E F, quæ parallelæ inter ſe erunt. Tran 16. vndec.
ſeat autem primum circulus maximus A C E F D B, per polos parallelorum. Quo poſito, ſecabit circulus A C E F D B, parallelos A B,
C D, E F, bifariam, & ad angulos rectos; 15.1.huius.
atq; adeo diametri erunt A B, C D, E F, parallelorum. Quoniam vero arcus A C, B D,
æquales ſunt, nec non & arcus C E, D F; po- 10.1.huius.
niturque A C, æqualis ipſi C E; erunt A C, B D, ſimul ipſis C E, D F, ſimul æquales: Sunt autem ſemicirculi æquales C A B D,
C E F D: quia circuli maximi C D, A C E F D B, ſe mutuo bifariam diuidunt. 11.1 huius.
Igitur reliqui arcus A B, E F, æquales erunt; ac propterea & rectæ A B, E F,
hoc eſt, diametri circulorum A B, E F, æquales. Circuli ergo A B, E F, 29.tertij.
æquales ſunt.



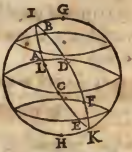
QVOD ſi arcus A C, maior ponatur arcu C E. Dico circulum A B, minorem eſſe circulo E F. Poſita enim eadem conſtructione, & demonſtratione,
erunt vt prius, arcus A C, B D, æquales, nec non C E, D F, cum ergo A C, ma 10.huius.
ior ponatur quam C E, erunt duo arcus A C, B D, ſimul, maiores duobus arcubus C E, D F, ſimul. Reliquus igitur A B, ex ſemicirculo C A B D, minor erit reliquo E F, ex ſemicirculo C E F D; ac propterea & recta A B, hoc eſt, diameter circuli A B, minor erit, quàm recta E F, hoc eſt, quàm diameter circuli E F, vt in ſcholio propoſ. 29. lib. 3. Eucl. à nobis eſt demonſtratum, cum arcus A B, E F, ſemicirculo ſint minores. Quare minor erit circulus A B, circulo E F. quod eſt propoſitum.

SED iam circulus maximus A C E F D B, non tranſeat per polos parallelorum A B, C D, E F; ſintque rurſus arcus A C, C E, æquales. Dico adhuc circulos A B, E F, eſſe æquales. Sint enim G, H, poli parallelorum A B, C D, E F, & per G, H, ac polos circuli maximi A C E F D B, circulus maximus de-

G ſcribatur

20.1.huius. 15.1.huius. ſcribatur G I H K, qui circulum A C E F D B, ſecabit duobus in punctis, vt in I, K, ad angulos rectos. Quoniam igitur circulus maximus G I H K, per polos maximorum circulorum A C E F D B, C D, tranſit, ex conſtructione, tráſibunt hi viciſsim per illius polos. Puncta igitur C, D, vbi ſe duo hi circuli

Schol.15.1. huius. interſecant, poli erunt circuli G I H K; (alias non vterque circulus ACEFD, C D, per polos circuli G I H K, tranſiret) ac proinde ductæ rectę C I, C K, ex



a 8.tertij. defin. poli, æquales erunt, ac propterea & arcus C I, C K, inter ſe erunt æquales. Sunt autem & arcus A C, C E, per hypotheſim, æquales. Reliqui igitur arcus A I, E K, æquales quoque erunt. Rurſus quia ſemicirculus

11.1.huius. I G K; ſemicirculo G K H, æqualis eſt; (Diuidunt enim ſe mutuo circuli A C E F D B, & G I H K, bifariam; ac proinde I G K, ſemicirculus eſt; Arcus autem G K H, ſemicirculus eſt propter G, H, polos parallelorum.) dempto communi arcu G K, erunt reliqui arcus G I, H K, æquales. Quoniam igitur in diametro circuli I C K D, ſegmenta circulorũ

m. 1.huius. æqualia I G K, K H I, quæ ſemicirculi ſunt, vt oſtendimus, inſiſtunt ad angulos rectos, ſuntque arcus I G, K H, æquales, & non ſunt ſegmentorum ſemiſſes, ſiue quadrantes, cum G, H, non ſint poli circuli I C K D: Item æquales ſunt arcus I A, K E, vt demonſtratum eſt;

13.huius. erunt rectæ demiſſæ G A, H E, æquales. Quare circuli A B, E F, æquales inter ſe erunt.

Schol.25.1 huius. QVOD ſi arcus A C, maior ponatur arcu C E; Dico circulum A B, minorem eſſe circulo E F. Sumpto enim arcu C L, qui æqualis ſit arcui C E, erit, vt proxime demonſtratum eſt, parallelus per L, deſcriptus æqualis parallelo

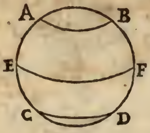
6. 1. huius E F: ſed parallelus A B, minor eſt, quàm parallelus per L, deſcriptus, cum ille longius à maximo parallelorum, atque adeo à centro ſphæræ, abſit. Minor igitur quoque eſt parallelus A B, quam E F. Quod eſt propoſitum. In ſphæra ergo paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum, &c. Quod erat demonſtrandum.

22. THEOR. 16. PROPOS. 18.

IN ſphæra circunferentiæ maximorum circulorum interceptæ inter maximum parallelorum, & duos alios circulos æquales, & parallelos, ſunt æquales: Illæ vero, quæ intercipiuntur inter maiorem parallelum, & maximum, ſunt minores.

IN ſphæra ſint duo paralleli æquales A B, C D, & maximus parallelorũ ſit E F: Hos autem omnes parallelos ſecet maximus alius circulus A C D B. Dico arcus A E, E C, nec non B F, F D, æquales eſſe. Si enim non ſunt æquales,

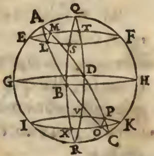
les,ſit A E, maior. Erit igitur circulus A B, minor circulo C D, quod eſt contra hypotheſim. Sunt ergo ęquales arcus A E, E C, nec non B F, F D. 17.huius.



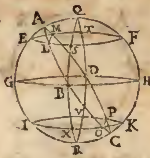
QVOD ſi circulus A B, maior ponatur circulo C D; Dico arcum A E, minorem eſſe arcu E C. Si enim non eſt minor, erit vel æqualis, vel maior. Si æqualis, erunt circuli A B, C D, æquales: ſi maior, erit circulus A B, minor circulo CD, quorum vtrũque eſt cõtra hypotheſim. Minor ergo eſt arcus A E, quam E C. Quamobrem In ſphæra circunferenriæ maximorum circulorum interceptæ, &c. Quod oſtendendũ erat. 17.huius. 17.huius.

THEOR. 17. PROPOS. 19. 23.

SI in ſphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos in ſphærica ſuperficie deſcriptos ſecet quidẽ, non tamen per polos, in partes inæquales eos ſecabit, excepto maximo parallelorum: De parallelorum autem ſegmentis in vno hemiſphæriorum interceptis, ea quæ ſunt inter maximum parallelorum, & polum conſpicuum, ſunt maiora ſemicirculo; reliqua vero, quæ ſunt inter maximũ parallelorum, & polum occultum, ſunt ſemicirculo minora: Æqualium denique ac parallelorum circulorum alterna ſegmenta ſunt inter ſe æqualia.



IN ſphęra maximus circulus A B C D, parallelos E F, G H, I K, ſecet in L, M; B, D; & O, P, non per polos, qui ſint Q, R; & ſit GH, parallelorum maximus, & Q, polus conſpicuus, & R, occultus in hemiſpherio, quod ſupra circulum maximum A B C D, extat, & ad partes F, vergit. Dico circulum A B C D, parallelos non biſariam ſecare, excepto maximo G H; hunc enim biſariam ſecat: ſegmentum autem L F M, inter maximũ parallelum, & polum Q, conſpicuum ſemicirculo eſſe maius, & O K P, minus. Si denique paralleli E F, IK, ęquales ſint, alterna ſegmẽ 11.1.huius



20.1.huius. ta L F M, OIP, ęqualia eſſe. Per polum enim Q, & punctum B, circulus maximus deſcribatur Q B R D; qui per reliquum polum R, tranſibit ex coroll. ſchol.j propoſ. 16. lib. 1. huius; nec non per punctum D, cum vtrumque circulum G B H D,

11.1.huius. A B C D, bifariam diuidat; circuli autem hi ſecentur bifariam in B, D. Ex quo fit, circulum Q B R D, parallelum E F, ſecare ſupra circulum A B C D, at parallelum I K, infra eundem; vt in punctis S, T; & V, X. Quoniam vero circulus

15.1.huius. Q B R D, parallelos E F, I K, bifariam ſecat, erunt S F T, V K X, ſemicirculi; ac propterea arcus L F M, ſemicirculo maior, & O K P, ſemicirculo minor erit. Quod eſt propoſitum.

SINT iam paralleli E F, I K, ęquales. Dico alterna ſegmenta LFM, OIP, ęqualia inter ſe eſſe; nec non ſegmenta alterna L E M, OKP. Nam per polos

20.1.huius. parallelorũ, & polos circuli A B C D, deſcribatur circulus maximus AGCH,

9.huius. qui diuidet ſegmenta L A M, O C P, bifariam. Aequales ergo ſunt arcus AL, A M, inter ſe, & C O, C P, inter ſe. Et quoniam circulus maximus A G C H,

Schol.15.1. huius. tranſit per polos maximorum circulorum G H, A C; tranſibunt viciſsim hi per illius polos. Puncta igitur B, D, poli ſunt circuli A G C H; ac proptere-

28.tertij. rea rectę B A, B C, æquales erunt, ex defin. poli; atque idcirco & arcus ipſi BA

18.huius. B C, æquales erunt: Sunt autem & arcus B L, B O, ęquales; propterea quòd æquales ponuntur paralleli E F, I K. Igitur & reliqui arcus A L, C O, ęquales erunt: Sunt autem arcus A L, C O, dimidij arcuum L A M, O C P; propterea quòd A L, ipſi A M, & C O, ipſi CP, oſtenſus eſt ęqualis. Aequales ergo

29.tertij. ſunt quoque arcus L A M, O C P, ac proinde & rectę ſubtenſę L M, O P,

28.tertij. æquales erunt. Quare ex circulis ęqualibus E F, I K, auferent æquales arcus, maiorem quidem L F M, maiori O I P, & minorem L E M, minori O K P, (hoc eſt alternum ſegmentum alterno ſegmento) ęqualem. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi in ſphęra maximus circulus parallelos aliquot circulos in ſphęrica ſuperficie deſcriptos ſecet quidem, &c. Quod erat demonſtrandum.

24. THEOREMA 18. PROPOS. 20.

SI in ſphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos ſecet, non tamen per polos; de parallelorum aſſumptis circumferentijs in vno hemiſphærio, illæ quæ propius accedunt ad polũ conſpicuum, erunt maiores, quàm vt ſimiles eſſe poſſint illis, quæ ab eodem conſpicuo polo longius abſunt.

IN ſphæ-

IN ſphæra parallelos A B, C D, E F, ſecet in H, O; I, N; K, M, non tamen per polos, circulus maximus G H I K L M N O, ſitque ſupra hemiſphærium G B L, polus conſpicuus P, occultus autem Q. Dico arcum O B H, maiorem eſſe, quàm vt ſimilis ſit arcui N D I, & N D I, maiorem, quàm vt ſimilis ſit arcui M F K. Per polum enim parallelorum P, & puncta I, N, deſcribantur duo circuli maximi P I, P N, ſecantes parallelum A B, ſupra circulũ G I L N, in R, S: eritque arcus R B S, arcui I D N, ſimilis. Cum ergo arcus O B H, maior ſit arcu R B S, maior quoque erit, quam vt ſimilis ſit arcui N D I. Eodem modo oſtendemus arcum N D I, maiorem eſſe, quàm vt ſimilis ſit arcui M F K, ſi nimirum per polum P, & puncta K, M, duo alij circuli maximi deſcribantur. Igitur ſi in ſphæra maximus circulus parallelos aliquot, &c. Quod demonſtrandum erat.



20. 1. huius.

10. huius.

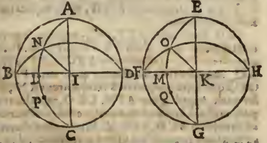
COROLLARIVM.

HINC fit, ſimpliciter arcum O B H, maiorem eſſe partem ſui paralleli A B, quàm arcum N D I, ſui paralleli, &c. quandoquidem arcus R B S, tanta pars eſt ſui paralleli, quanta eſt arcus I D N, ſui paralleli, cum hi arcus demonſtrati ſint eſſe ſimiles, &c.

THEOREMA 19. PROPOS. 21. 25.

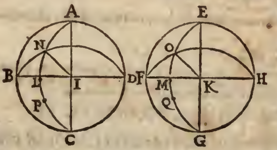
SI in ſphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos inclinentur, ille cuius polus ſublimior ſupra planum ſubiectum eſt, inclinatior erit: illi vero circuli, quorum poli æqualiter diſtant à ſubiectis planis, æqualiter inclinantur.

IN ſphæris æqualibus ABCD, E F G H, quarum centra I, K, ad circulos maximos A B C D, E F G H, quorum poli L, M, inclinẽtur duo circuli maximi BND, F OH, quorum poli, P, Q; ſitque primum polus P, ſublimior ſupra planum circuli A B C D, quàm polus Q, ſupra planũ circuli E F G H. Dico circulum



culum B N D, inclinatiorem eſſe ad circulum A B C D, quàm F O H, ad E F G H. Deſcribantur enim per L, P, polos, & per polos, M, Q, circuli maximi A N C, E O G; ſitque communis ſectio circulorum A B C D, B N D, recta B D; circulorum autem A B C D, A N C, recta A C; & circulorum B N D, A N C, recta N I: quæ omnes rectæ per centrum ſphæræ I, tranſibunt, cum circuli maximi per idem centrum ſphæræ ducantur. Eodem ordine ſint in alia ſphæra communes ſectiones circulorum, vt recta F H, circulorum E F G H, F O H; recta vero E G, circulorum E F G H, E O G; & recta O K, circulorum F O H, E O G: quæ omnes rectæ ſimiliter per centrum ſphæræ K, tranſibunt. Et quoniam circulus A N C, per polos circulorum A B C D, B N D, tranſiens, eos ſecat ad angulos rectos; erit viciſsim vterque circulus A B C D, B N D, ad circulum A N C, rectus, atque adeo & recta B D, communis eorum ſectio, ad eundem circulum A N C, perpendicularis erit. Quare anguli A I D, N I D, recti erunt, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde A I N, angulus erit inclinationis circuli B N D, ad circulum A B C D, ex defin. 6. lib. 11. Eucl. Eodem modo erit E K O, angulus inclinationis circuli F O H, ad circirculũ E F G H. Quoniam vero P, polus circuli B N D, ſublimior ponitur ſupra circulum A B C D, quàm polus Q, circuli F O H,

Marg.: 10.1.huius; 6.1.huius; 15.1.huius; 19.vndec.



ſupra circulum E F G H, erit maior arcus C P, arcu G Q. Hi enim arcus, cum ſint perpendiculares ad circulos A B C D, E F G H, altitudines polorum P, Q, ſupra ipſos circulos metiuntur. Sunt autem arcus P N, Q O, æquales, cum ſint quadrantes. Poli enim P, Q, à circulis maximis B N D, F O H, per quadrantem abſunt. Arcus ergo C N, maior erit arcu G O, ac proinde A N, reliquus ex ſemicirculo A N C, minor erit reliquo E O, ex ſemicirculo E O G. Quare angulus A I N, angulo E K O, minor erit, ac proinde magis inclinatus erit circulus B N D, ad circulum A B C D, quàm circulus F O H, ad circulum E F G H, vt in explicatione definitionis 7. lib. 11. Eucl. ſcripſimus.

Marg.: Coroll. 16. huius.; Schol. 27. tertij.

SED ſint iam arcus C P, G Q, æquales, hoc eſt, poli B, Q, æqualiter diſtent à planis circulorum A B C D, E F G H. Dico circulos B N D, F O H, æqualiter inclinari ad circulos A B C D, E F G H. Quoniam enim arcus C P, G Q, æquales ſunt, ſi addantur quadrantes P N, Q O, erunt & arcus C N, G O, æquales; ac propterea & reliqui arcus A N, E O, ex ſemicirculis æquales erunt. Anguli igitur A I N, E K O, æquales erunt, ac propterea, ex defin. 7. lib. 11. Eucl. ſimiles, ſiue æquales erunt inclinationes circulorũ B N D, F O H, ad circulos A B C D, E F G H. Si igitur in ſphæris ęqualibus maximi circuli ad maximos circulos, &c. Quod erat oſtendendum.

Marg.: 27. tertij.

SCHO-

SCHOLIVM.

HINC *fit, ſi circulorum maximorũ ad alios inclinatorum poli æqualiter diſtent à polis maximorum, ad quos inclinantur, inclinationes eſſe æquales: cuius vero polus vicinior ſit polo eius, ad quem inclinantur, inclinationem eſſe maiorem. Nam ſi arcus L P, M Q, ſint æquales, erunt & C P, G Q, æquales, cum quadrantes ſint C L,* Coroll. 16. *G M: atque adeo poli P, Q, circulorum inclinatorum æqualiter diſtabunt à ſubiectis planis circulorum A B C D, E F G H. Quare, vt demonſtratum eſt in hac propoſ. æquales erunt inclinationes circulorum B N D, F O H, ad circulos ABCD, EFGH. Si vero arcus L P, minor ſit arcu M Q, erit reliquus arcus C P, ex quadrante maior arcu G Q, reliquo ex quadrante. Igitur, vt oſtendimus in hac propoſ. maior erit inclinatio circuli B N D, ad circulum A B C D, quam circuli F O H, ad circulum E F G H.* 1. huius.

CONVERSVM *quoque huius Theorematis, & ſcholij demonſtrabimus in hunc modum.*

SI in ſphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos æqualiter inclinentur, erunt diſtantiæ polorum ipſorum à ſubiectis planis æquales: Illius verò, qui magis inclinatur, ſublimior erit polus. Item diſtantiæ polorum illorum circulorum, qui æqualiter inclinantur, à polis circulorum, ad quos inclinantur, æquales erunt: Diſtantia vero poli illius circuli, qui magis inclinatur, à polo circuli, ad quem inclinatur, minor erit.

SI *namque circuli* B N D, F O H, *ad circulos* A B C D, E F G H, *æqualiter inclinentur, erunt anguli* A I N, E K O, *æquales, ex defin. 7. lib. 11. Eucl. ac propterea* 26. tertij.
& arcus A N, E O, æquales erunt. Additis igitur quadrantibus N P, O Q, æquales erunt arcus A P, E Q; ac propterea & reliqui C P, G Q, ex ſemicirculis æquales erunt.

SI *verò circulus* B N D, *ad circulum* A B C D, *magis inclinetur, quam circulus* F O H, *ad circulum* E F G H, *erit minor angulus* A I N, *angulo* E K O, *vt in definitionem 7. lib. 11 Eucl ſcripſimus; ac propterea & arcus A H, minor erit arcu FO.* Scho. 26. tertij.
Additis igitur quadrantibus N P, O Q, minor erit arcus A P, arcu EQ; ac proinde reliquus CP, ex ſemicirculo A N C, reliquo GQ, ex ſemicirculo FOG, maior erit.

RVRSVS, *ſi circuli æqualiter inclinentur, erunt arcus C P, G Q, vt proxime oſtendimus, æquales: Cum ergo quadrantes ſint C L, G M; erunt & arcus* Coroll. 16. 1. huius.
L P, M Q, æquales.

SI *denique circulus* B N D, *magis inclinetur, erit ex proxime demoſtratis, arcus C P, maior arcu G Q. Reliquus igitur L P, ex quadrante C L, minor erit reliquo M Q, ex quadrante G M, &c.*

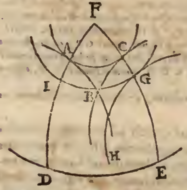
DVO *quoque alia Theoremata in alia verſione hoc loco adiecta ſunt, videlicet.*

I.

CIRCVLI maximi tangentes eundem parallelum, æqualiter inclinantur ad maximum parallelorum: qui vero maiorem parallelum tangit, inclinatior eſt ad maximum parallelorum. Et circuli 26.

æqua-

æqualiter inclinati ad maximum parallelorum, tangunt eundem parallelum: Qui vero inclinatior eſt ad maximum parallelorum, maiorem parallelum tangit.



MAXIMI *circuli* A B, C B, *tangant eundem parallelum* A C, *ſitque parallelorum maximus* D E. *Dico circulos* A B, C B, *æqualiter inclinari ad circulum* D E. *Sit enim* F, *polus pa-*
20.1.huius *rallelorum, & per* F, *& contactus* A, C, *circuli maximi deſcribantur* FAD,
5.huius. F C E, *qui per polos circulorum* A B, C B, *tranſibunt; atque adeo ipſos ad*
15.1.huius. *angulos rectos ſecabunt. Quare arcus* A F, C F, *metientur altitudinem poli* F, *circuli* D E, *ſupra circulos* A B,
28.tertij. C B; *ac proinde cum arcus* A F, C F, *æquales ſint, propterea quòd rectæ ſubtenſæ* F A, F C, *æquales ſunt, ex defin.*
21.huius. *poli, æqualiter inclinabitur circulus* D E, *ad circulos* A B, C B; *& hi viciſſim ad illũ æqualiter inclinabuntur.*

TANGAT *iam maximus circulus* G H, *maiorem parallelum* G I. *Dico maiorem eſſe inclinationem circuli* G H, *ad maximum parallelorum* D E, *quàm circuli*
20.1.huius. A B. *Deſcripto enim per* F, *& contactum* G, *circulo maximo* F G E, *metietur eodem modo, vt proxime demonſtratum eſt, arcus* F G, *altitudinem poli* F, *circuli* D E, *ſupra circulum* G H. *Eſt autem arcus* F G, *maior arcu* F A, *quòd circulus* G I, *maior ponatur circulo* A C, *ac proinde à polo* F, *remotior. Igitur magis inclinabitur cir-*
21.1.huius. *culus* D E, *ad circulum* G H, *quàm ad circulum* A B; *& viciſſim* G H, *magis ad* D E, *inclinabitur, quam* A B.

RVRSVS *circuli maximi* A B, C B, *æqualiter inclinentur ad circulum* D E,
20.1.huius. *maximum parallelorum. Dico illos eundem parallelum tangere. Per* F, *enim polum parallelorum, & polos circulorum* A B, C B, *circuli maximi deſcribantur* F A D,
15.1.huius. F C E, *ſecantes circulos* A B, C B, *in* A, C. *Et quoniam eos ſecant ad angulos rectos; metientur arcus* F A, F C, *altitudinem poli* F, *circuli* D E, *ſupra circulos* A B,
Schol. 21. huius. C B: *ſunt autem arcus* F A, F C, *æquales, quòd circuli* A B, C B, *æqualiter ponantur inclinari ad circulum* D E, *atque adeo & hic viciſſim ad illos. Si igitur ex polo* F,
3.huius. *interuallo* F A, *vel* F C, *circulus deſcribatur* A C, *tanget hic circulos* A B, C B; *propterea quod circulus* A C, *& circuli* A B, C B, *in eiſdem punctis* A, C, *ſecant circulos maximos* F D, F E, *qui per eorum polos tranſeunt.*

IAM *vero circulus maximus* G H, *magis inclinatus ſit ad circulum* D E.
20.1.huius. *Dico illum tangere maiorem parallelum. Deſcripto enim per* F, *polum parallelorum, & per polum circuli* G H, *circulo maximo* F G, *qui circulum* G H, *ſeca-*
15.1.huius. Schol. 21. huius. *bit ad angulos rectos, nimirum in puncto* G; *metietur rurſus arcus* F G, *altitudinem poli* F, *circuli* D E, *ſupra circulum* G H: *Eſt autem* F G, *maior quàm* F A, *quòd magis inclinatus ponatur circulus* G H, *quàm* A B. *Igitur circulus ex polo* F, *& interuallo* F G, *deſcriptus maior erit circulo ex eodẽ polo* F, *& interuallo* F A, *deſcripto.*

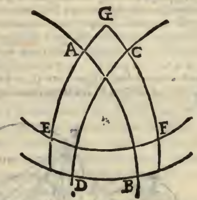
Cum

Cum ergo A B, A C, *ſe mutuo tangant in* A, *&* G H, G I, *ſe mutuo quoq; tangant in* G, *conſtat propoſitum.* 3. huius.

II.

CIRCVLI maximi ad maximum parallelorum æqualiter inclinati, polos habent in circunferentia eiuſdem paralleli. Et circuli maximi, qui polos habent in circunferentia eiuſdem paralleli, ad maximum parallelorum æqualiter inclinantur. 27.

CIRCVLI *maximi* A B, C D, *quorum poli* E, F, *æqualiter ſint inclinati ad* D B, *maximum parallelorum. Dico eorum polos* E, F, *eſſe in eodem parallelo. Deſcriptis enim per* G, *polum parallelorum, & per* E, F, *polos circulorum* A B, C D, *maximis circulis* G E, G F, (20.1. huius.) *qui recti erunt ad circulos* A B, C D; (15.1. huius.) *erunt arcus* E G, F G, *diſtantiæ polorũ* E, F, *à polo* G: *ſunt autem æquales, quòd circuli* A B, C D, *ponantur æqualiter inclinati ad circulum* D B. (Schol. 21. huius.) *Igitur circulus* E F, *ex polo* G, *& interuallo* G E, *vel* G F, *deſcriptus, parallelus eſt circulo* D B; *in quo quidem parallelo* E F, *circuli* A B, C D, *polos* E, F *habent. Quod eſt propoſitum.* (2. huius.)



SED *iam circuli maximi* A B, C D, *habeant polos* E, F, *in parallelo*, E F. *Dico eos æqualiter inclinari ad* DB, *maximum parallelorum. Erunt enim ex defin. poli, rectæ* G E, G F, *æquales, atque ob id arcus* E G, F G, *æquales quoque erunt. Cum ergo ijdem arcus ſint diſtantiæ polorum* E, F, *à* G, *polo parallelorum; æqualiter inclinati erunt circuli* A B, C D, *ad* D B, *parallelorum maximum.* 28. tertij. Schol. 21. huius.

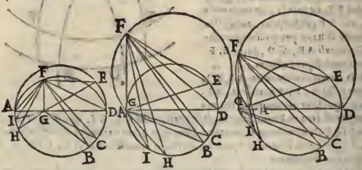
SEQVITVR *iam in codice græco propoſitio* 22. *cuius demonſtratio longiſſima eſt. Vnde quoniam in alia verſione multo breuius, dilucidiusque eadem demonſtratur, viſum eſt hoc loco inſerere alia tria theoremata alterius verſionis, vt facilius deinde propoſitionem* 22. *huius libri demonſtremus. Eſt autem primum Theorema ſecunda pars propoſ.* 1. *lib.* 3. *Theodoſii, quamuis magis vniuerſale ſit, vt hic proponitur. Primum ergo Theorema, quod ordine tertium eſt in hoc ſcholio, ita ſe habet.*

III.

SI ſuper diametro circuli conſtituatur rectum circuli ſegmentum, diuidatur autem ſegmenti inſiſtẽtis circunferentia in duas inæquales partes, & à puncto ſectionis ad circunferentiam circuli primi plurimæ rectæ lineæ cadant; erit recta ſubtendens minorem partem inſiſtentis ſegmenti omnium minima: quæ autem maiorem ſubtendit, omnium maxima. Reliquarum vero propinquior maximæ remotiore ſemper maior eſt: At propinquior minimæ remotiore ſemper 28.

minor eſt. Duæ vero rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circunferentiam circuli cadunt, à maxima æqualiter diſtantes.

SVPER *diametro* A D, *circuli* A B C D E, *conſtituatur rectum circuli ſegmentum* A F D, *quod ſecetur non bifariam in* F, *ſitque minor pars* A F, & *maior* D F: *Cadant autem ex* F, *plurimæ rectæ lineæ* F A, F I, F H, F B, F C, F D, F E. *Dico omnium minimam eſſe* F A: *maximam vero* F D: *At* F C, *maiorem, quàm* F B, &c. *Et* F I, *minorem, quàm* F H. &c. *Denique duas* F E, F C, *æquales eſſe, ſi æqualiter diſtent*
11. vndec. *à maxima* F D, *hoc eſt, ſi arcus* D E, D C, *æquales ſint.* Demittatur enim ex F, *in pla-*
38. vndec. *num circuli* A B C D E, *perpendicularis* F G, *quæ in* A D, *communem ſectionem cadet: eritque punctum* G, *vel inter puncta* A D, *vt in prima figuras* (*Id quod ſemper contingет, quando ſegmentum* A F D, *ſemicirculo maius non eſt, quamuis idem accidere poſsit in ſegmento maiore.*) *vel idem quod* A: *vel extra circulum in diametro* D A, *protracta, vt poſteriores duæ figuræ incidant.* Id quod ſolum in ſegmento, quod ſemicirculo maius ſit, contingere poteſt. *In prima autem figura non erit* G, *centrum circuli* A B C D E, *quod* G F, *non diuidat bifariam ſegmentum* A F D: Multò *minus in poſterioribus duabus figuris erit* G, *centrum circuli* A B C D E. *Iungantur rectæ* G I, G H, G B, G C, G E: *eruntque omnes anguli ad* G, *recti, ex defin.* 3. *lib.* 11. *Eucl.*



Quoniam vero rectarum ex G, *in circulum* A B C D E, *cadentium in prima figura,*
7. vel 8. tertij. & *tertia minima eſt* G A: *In omnibus autem figuris maxima eſt* G D: & G C, *ma-*
7. vel 15. vel 8. tertij. *ior, quàm* G B: *atque* G I, *minor, quàm* G H: *duæ denique* G C: G E, *æquales: erunt propterea in prima, & tertia figura duo quadrata rectarum* A G, G F, *minora duo-*
47. primi. *bus quadratis rectarum* I G, G F: *quibus cum æqualia ſint quadrata rectarum* F A; F I: *minus quoque erit quadratum ex* F A, *quadrato ex* F I; *atque adeo & recta* F A, *minor erit quàm* F I. Eodem modo *oſtendemus* F A, *in eadem figura prima, & tertia minorem eſſe, quàm* F H, &c. *In ſecunda verò figura minor quoque eſt* F A,
19. primi. *quam* F I, *vel* F H, &c. *propterea quòd in triangulis* A I F, A H F, (*in quibus angulus* A, *rectus eſt, ex defin.* 3. *lib.* 11. Eucl *ac proinde alij acuti.*) *recta* F A, *ſubtendit angulum acutum* I, *vel* H, *at recta* F I, *vel* F H, &c. *angulum rectum* A. *Minima ergo omnium eſt recta* F A. *Rurſus in omnibus figuris erunt duo quadrata*
47. primi. *ex* G D, G F, *maiora duobus quadratis ex* G C, G F: *quibus cum æqualia ſint quadrata ex* F D, F C: *maius quoque erit quadratum ex* F D, *quadrato ex* F C: *ac proinde & recta* F D, *maior erit, quam recta* F C. Non *aliter oſtendemus, rectam* F D,

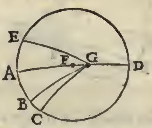
maio-

maiorem eſſe, quàm F B, &c. Maxima ergo omnium eſt recta F D. Præterea in omnibus figuris erunt duo quadrata ex G C, G F, maiora duobus quadratis ex G B, G F: quibus cum æqualia ſint quadrata ex F C, F B; erit quoque quadratum ex F C, 47. primi. *maius quadrato ex F B; ac proinde & recta F C, maior erit, quàm F B. Non aliter oſtendemus, rectam F C, quæ propinquior eſt maximæ F D, maiorem eſſe quacunque alia remotiore, &c. Adhuc in omnibus figuris erunt duo quadrata ex G I, G F, minora duobus quadratis ex G H, G F: quibus cum æqualia ſint quadrata ex F I,* 47. primi. *F H; erit quoque quadratum ex F I, minus quadrato ex F H; proptereaq́; & recta F I, minor, quàm F H, erit. Eodemq́; modo demonſtrabimus, rectam F I, quæ propinquior eſt minimæ F A, minorem eſſe quacunque alia remotiore, &c. Poſtremo erunt duo quadrata ex G C, G F, æqualia duobus quadratis ex G E, G F: quibus cum æqualia ſint quadrata ex F C, F E, æqualia quoque erunt quadrata ex F C,* 47. primi. *F E; atque adeò & recta F C, F E, æquales erunt. Conſtat ergo id, quod proponitur. Cæterum vt ex demonſtratione patet, eam rectam dicimus propinquiorem maximæ F D, quæ cadit in punctum vicinius puncto D: illam verò propinquiorem minimæ F A, quæ cadit in punctum propinquius puncto A.*

IIII.

SI in ſphæræ ſuperficie intra circuli cuiuſque peripheriam punctum ſignetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circunferētiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur ſemicirculo minores; maximus eſt, qui per circuli polum ducitur; minimus autem, qui ei adiacet: Reliquorum verò propinquior maximo, remotiore ſemper maior eſt: Duo verò arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter ſe æquales ſunt. 31.

SIT *in ſphæra circulus* A B C D E, *cuius polus* F, *ſigneturq́; in ſphæra ſuperficie intra peripheriam circuli præter polum* F, *punctum quodlibet* G, *à quo plurimi arcus maximorum circulorum ad circunferentiam circuli* A B C D E, *ducantur, quorum* G A, *in vtramque partem eductus tranſeat per polum* F; *arcus verò* G B, *propinquior ſit ipſi* G A, *quàm* G C; *duo denique* G B, G E, *æqualiter diſtent ab eodem* G A, *vel à* G D; *ſintque omnes hi arcus ſemicirculo minores: quod tum demum erit, cum ſe mutuo non interſecabunt in alio puncto, quàm in* G. *Cum enim circuli maximi ſe mutuo diuidant bifariam, erunt arcus* G A, G E, *ſemicirculo minores, cum nondum ſe interſecent. Eademq́; ratione erunt alij arcus ex* G, *exeuntes minores* 11.1.huius.



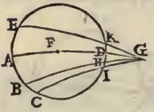
ſemicirculo, ſi ſe mutuo non interſecent. Quòd ſi vnus eorum, vt v. g. arcus G A, *eſſet ſemicirculus, tranſirent omnes alij per punctum* A, *eſſentq́; ſemicirculi quoque: Si verò* G A, *eſſet ſemicirculo maior, ſecarent eum omnes alij, antequam ad circunferentiam peruenirent, eſſentq́; ſemicirculo maiores, vt patet. Vnde nihil colligi poſſet. Dico arcum* G A, *omnium eſſe maximum, &* G D, *minimum:* G B, *verò maiorem eſſe arcu* G C; *duos denique* G B, G E, *eſſe æquales. Quoniam enim arcus* A D, *ſecat circulum* A B C, *bifariam, & ad angulos rectos; erit recta ſubtenſa* A D, *diameter* 15.1.huius.

meter circuli A B C; *& ſuper ipſam rectum circuli ſegmentum* A G D, *conſtitutum, quod quidem inæqualiter ſecatur in* G, (*Nam quia, ex defin. poli, rectæ ſubtenſæ*
28. tertij. F A, F D, *æquales ſunt, erunt quoque arcus* F A, F D, *æquales; ac proinde arcus* A D, *ſectus erit bifariam in* F, *atque ob id in* G, *non bifariam*) *maiorq; pars eſt* G A,
Schol. 21. huius. *& minor* G D. *Igitur rectarum ductarum ex* G, *ad circunferentiam circuli* A B C, *maxima eſt* G A, *& minima* G D: G B, *verò maior quàm* G C; *&* G B, G E, *æqua-*
Schol. 28. tertij. *les. Quare cum arcus, quibus ſubtenduntur, ponantur ſemicirculo minores, erit & arcus* G A, *maximus, &* G D, *minimus:* G B, *verò maior, quàm* G C; *Arcus de-*
28. tertij. *nique* G B, G E, *æquales.*

V.

32. S I in ſphæræ ſuperficie extra circuli cuiuſque peripheriam punctum ſignetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circunferentiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur ſemicirculo minores, ſecanteſq; circunferentiam circuli; maximus eſt, qui per circuli polum ducitur; Reliquorum verò maximo propinquior, remotiore ſemper maior eſt: Minimus autem eſt ille, qui inter punctum, & circuli circunferentiam extra circulum interijcitur; Reliquorum verò minimo propinquior, remotiore ſemper minor eſt: Duo verò arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter ſe æquales ſunt.

I N *ſphæra circulus ſit* A B C D E, *cuius polus* F, *ſigneturq; in ſphæræ ſuperficie extra peripheriam circuli, punctum quodvis* G, *præter alterum polum circuli* A B C D E: *& à* G, *plurimi arcus maximorum circulorum ducantur ad circunferentiam circuli* A B C D E, *ipſam ſecantes; quorum* G D F A, *per polum* F, *tranſeat; arcus verò* G H B, *propinquior ſit ipſi* G D F A, *quàm* G I C: *duo denique* G H B, G K E, *æqualiter diſtent ab eodem* G D F A, *vel à* G D, *ſintque omnes hi arcus ſemicirculo minores: quod tum demum erit, cum ſe mutuo non interſecabunt in alio puncto, quàm in* G, *veluti in antecedenti theoremate eſt oſtenſum. Dico arcum* G A, *eſſe omnium maximum; &* G B, *maiorem quàm* G C: *Minimum autem eſſe* G D; *&* G H, *minorem quàm* G I: *Denique duos arcus* G B, G E,



31.1. huius. *Item* G H, G K, *æquales eſſe. Quoniam enim arcus* G A, *ſecat circulum* A B C D E, *bifariam, & ad angulos rectos; erit recta ſubtenſa* A D, *diameter circuli* A B C D E, *& ſuper ipſam rectum circuli ſegmentũ conſtitutum* D G, *quod initium ſumens à* D, *per* G, *ducitur, donec in alio puncto* A, *circulum* A B C D E, *iterum ſecet: quod quidem non bifariam ſectum eſt in* G, (*quòd* G, *non ponatur polus circuli* A B C D E, *in quo dictum ſegmentum bifariam diuiditur, vt in præcedenti theoremate oſtenſum eſt.*) *maiorque pars eſt à puncto* G, *vſque ad* A, *cum in ea ſit reliquus polus,* (*alias arcus* G D A, *per vtrumque polum duceretur.*) *minor verò* D G. *Igitur rectarum ex* G,
Schol. 21. huius. *ad circunferentiam circuli* A B C D E, *ductarum, maxima eſt* G A, *& minima* G D;

G B, *vero*

G B, verò maior quàm G C; & G B, G E, æquales. Item G H, minor quàm G I; & G H G K, æquales. Quapropter cum arcubus ſemicirculo minoribus ſubtendantur, ex hypotheſi, erit quoque arcus G A, omnium maximus, & G D, minimus: at G B, maior, quàm G C; & G H, minor quàm G I: Denique G B, G E, nec non G H, G K, æquales inter ſe. Quod eſt propoſitum. Schol. 28. tertij. 28. tertij.

PERSPICVVM *autem eſt in proximis duobus theorematibus arcus ſingulos ex G, ductos non debere eſſe maiores ſemicirculo: alias non auferrent maiores lineæ maiores arcus, & contra, vt conſtat ex ſcholio propoſ. 28 lib. 3. Eucl.*

THEOREMA 20. PROPOS. 22. 33.

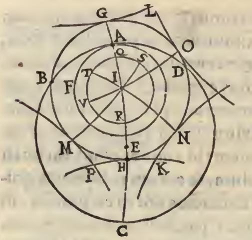
SI in ſphæra maximus circulus vnum quidem circulum tangat, alium vero ei parallelum ſecet, poſitum inter ſphæræ centrum, & eum circulum, quem tangit maximus circulus, polus autem maximi circuli fuerit inter vtrumque parallelorum, deſcribanturque maximi circuli tangentes duorum parallelorum maiorem: hi omnes erunt inclinati ad maximum circulum, & eorum rectiſſimus quidem erit ille, cuius contactus erit in eo puncto, in quo maius ſegmentum paralleli maioris bifariam diuiditur; humillimus vero & maxime inclinatus, cuius contactus erit in eo puncto, in quo minus ſegmentum bifariã diuiditur: Reliquorum autem illi quidem, qui æqualiter diſtant ab alterutro eorum punctorum, in quibus ſegmenta bifariam ſecantur, ſunt ſimiliter inclinati: qui vero contactum remotiorem habet à puncto, in quo maius ſegmentum bifariam ſecatur, inclinatior perpetuo eſt, quam qui contactum eidem puncto propiorem habet. Poli denique maximorum circulorum erunt in vno circulo, qui & minor erit eo circulo,

quem

quem tangit maximus in principio circulus, & eidem parallelus erit.

IN ſphæra maximus circulus A B C D, cuius polus E, tangat circulum A F, ſecet autem alium huic parallelum G B H D, poſitum inter ſphæræ centrum, & circulum A F, ita vt circulus G B H D, maior ſit, quam A F; ſitque E, polus circuli maximi A B C D, inter vtrumque circulum A F, G B H D. Quoniam verò maximus circulus A B C D, ſecat circulum G B H D, non biſariam, cum non tranſeat per eius polos, hoc eſt, per polos parallelorum, erit ſegmentum B H D, ad polum conſpicuum, qui ſit I, mai⁹ ſemicirculo, & BGD, minus. Ducatur per E, polum circuli A B C D, & I, polũ parallelorũ circulus maximus G A C, qui ſecabit ſegmenta BGD, BHD, biſariam: puncta autem M, N, æqualiter diſtent ab H; & O, magis diſtet ab H, quàm N. Tangant autem parallelum G B H D, in punctis G, H, M, N, O, circuli maximi G L, H K, MP, N K, O L, qui quidem omnes inclinati erunt ad maximum circulum A B C D, cum non tranſeant per E, polum ipſius. Cum enim E, polus ponatur inter parallelos A F, G B H D, non poterunt circuli tangentes circulum G B H D, per E, tranſire, alias ſecarent ipſum, cum alter polus, per quem etiam neceſſario tranſeunt, ſit extra dictos parallelos, vt patet.

19.huius. 20.1.huius. 9.huius. 14.huius.



Coroll. 10. 1.huius. Dico circulum H K, eſſe rectiſsimum, hoc eſt, minime inclinatum, humilimum autem, id eſt, maximè inclinatum eſſe G L; At M P, N K, ſimiliter inclinari, & O L, magis quàm N K: Polos denique horum circulorum tangentium eſſe in vno eodemque parallelo, qui minor ſit, quàm A F. Quoniam enim E, polus

Coroll. 16. 1.huius. eſt circuli A B C D, erit E A, quadrans maximi circuli; ſumatur ei æqualis arcus H Q; eritque punctum Q, inter puncta A, & I, cum arcus H A, maior ſit quadrante, (quòd E A, quadrans ſit oſtenſus.) & H I, quadrante mi-

Coroll. 16. 1.huius. nor, propterea quòd arcus ex I, polo per H, vſque ad maximum parallelorum

2.huius. porrectus ſit quadrans. Si igitur ex polo I, ad interuallum I Q, circulus deſcribatur Q T R, erit is ipſi AF, parallelus, & eo minor. In hoc ergo paral-

20.1.huius lelo Q T R, dico eſſe polos omnium circulorum parallelum G B H D, tangentium. Per polum enim I, & puncta contactuum deſcribantur circuli maxi-

5.huius. mi M I S, N I T, O I V; qui tranſibunt quoque per polos tangentium. Quia

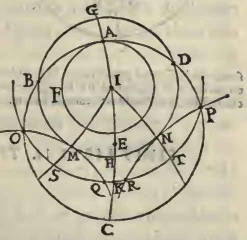
28.tertij. vero arcus H I, M I, N I, O I, G I, æquales ſunt, quòd ex definitione poli, rectæ illis arcubus ſubtenſæ æquales ſint, eademque ratione & arcus I Q, I S, I T, I V, I R, æquales ſunt; erunt toti arcus H Q, M S, N T, O V, G R, æqua-

æquales; atque adeò cum H Q, ſit quadrans, omnes illi arcus quadrantes erunt. Quare cum demonſtratum ſit eos tranſire per polos tangentium, erunt puncta Q, S, T, V, R, poli circulorum tangentium, quæ quidem omnia ſunt in parallelo Q T R, quod vltimo loco proponebatur demonſtrandum. Coroll. 16. 1.huius.
Iam vero quia arcus circulorum maximorũ ex E, polo circuli maximi ABCD, ad Q, S, T, V, R, polos tangentium ducti metiuntur diſtantias poli E, à polis tangentium; eſtque omnium maximus E Q; minimus autem ER; æquales verò E S, E T; & denique E T, maior, quàm E V, quòd omnes hi arcus ſint ſemicirculo minores; (eſt enim E Q, quadrante E A, minor; atque adeo reliqui eum non ſecabunt citra punctum Q, ideoque ſemicirculo minores erunt.) erit circulus H K, minimè inclinatus ad circulum maximum ABCD; & G L, maximè; at M P, N K, æqualiter, ſeu ſimiliter; & O L, magis quàm N K, quod primo loco demonſtrandum proponebatur. Quocirca ſi in ſphæra maximus circulus. &c. Quod erat demonſtrandum. Schol. 21. huius. Schol. 21. huius.

THEOR. 21. PROPOS. 23. 34.

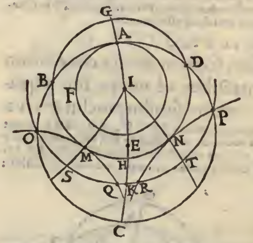
IISDEM poſitis, ſi circunferẽtiæ circulorum tangentium à contactibus ad nodos ſint æquales; prædicti circuli maximi ſimiliter inclinati erũt.

RVRSVS in ſphæra maximus circulus A B C D, cuius polus E, tangat circulum A F, ſecet autem alium huic parallelum G B H D, poſitum inter ſphæræ centrum, & circulum A F, ita vt G B H D, maior ſit, quàm A F; ſitque E, polus maximi circuli A B C D, inter vtrumque circulum AF, GBHD: Tangãt deinde in punctis M, N, circuli maximi MO, NP, circulũ GBHD, ſecantes A B C D, in O, P, nodis, ſintque arcus M O, N P, æquales. Dico circulos M O, N P, ſimiliter inclinari ad maximum circulum ABCD. Ducatur enim per E, polum circuli A B C D, & I, polum parallelorum circulus maximus GA C: Itẽ per I, polum parallelorũ, & puncta contactuum circuli maximi I M, I N, qui per polos quoque circulorum tangentium tranſibũt; atque adeo ipſos ad angulos rectos ſecabunt. 20.1.huius. 5.huius. 15.1.huius.



Quoniam igitur ſegmenta circulorum æqualia, nempe ſemicirculi, qui tendunt ex M, & N, per I, donec iterum ſecent circulos tangentes M O, N P, inſiſtunt diametris circulorum M O, N P, (eſt enim communis ſectio circulorum

11.1.huius. lorum maximorum I M, MO, diameter vtriuſque, cum ſe mutuo ſecent bifariam) ad angulos rectos, & diuiduntur non biſariam in I, quod I, polus parallelorum non ſit polus tangentium; ponunturque arcus M O, N P, æquales; 12.2.huius. erunt ductæ rectæ I O, I B, æquales. Si igitur ex I, polo parallelus deſcribatur O K, ad interuallum I O, tranſibit is quoque per P. Et quia circulus maximus I M, tranſiens per polos circulorum M O, O Q, ſe ſecantium in 9.huius. O, Q, ſecat eorum ſegmenta biſariam, æquales erunt arcus M O, M Q, & S O, S Q; Eodemque argumento æquales erunt arcus N P, N R, & T P, T R; nec non K O, K P, & C O, C P; propterea quòd circulus maximus IkC, 9.huius. tranſiens per polos circulorum O K P, O C P, ſecat eorum ſegmenta biſariam in K, & C. Cum ergo arcus M O, N P, ponantur æquales, erunt & toti O M Q, P N R, quorum ipſi dimidij ſunt, æquales; 29.tertij. atque adeo & rectæ ſubtenſę O Q, PR, æquales erunt. 28.tertij. Igitur & arcus O S Q, P T R, ęquales erunt; ac proinde & eorum dimidij O S, P T, æquales erunt. Sunt autem & toti K O, K P, oſtenſi ęquales. Reliqui ergo KS, KT, æquales erunt; atque adeo, cum ſint vnius eiuſdemque circuli, ſimiles inter ſe erunt. 10.huius. Quia verò arcubus K S, K T, ſimiles ſunt arcus H M, H N; erũt quoq; æquales arcus HM, H N. Itaque cum ſegmentum B H D, biſariam 9.huius. ſecetur in H, ſintque ęquales arcus H M, H N; erunt circuli M O, N P, ſimiliter inclinati ad circulum A B C D. Quare iiſdem poſitis, ſi circunferentiæ à contactibus, &c. Quod erat demonſtrandum.



FINIS LIBRI II. THEODOSII.

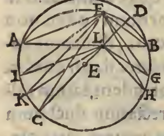
THEO-

THEODOSII SPHAERICORVM LIBER TERTIVS.

THEOREMA 1. PROPOS. 1.

SI recta linea circulum in partes inæquales ſecet, ſuper qua conſtituatur rectum circuli ſegmentum, quod non ſit maius ſemicirculo; diuidatur autem ſegmenti inſiſtentis circunferentia in duas inæquales partes: Recta linea ſubtendens earum minorem, minima eſt linearum rectarum ductarum ab eodem puncto ad minorem partem circunferentiæ primi circuli: Rectarum verò ductarum ab eo ipſo puncto ad circunferentiam interceptam inter illam minimam rectam, & diametrum, in quam cadit perpendicularis deducta ab illo puncto ſemper minimæ propior remotiore minor eſt. Omnium autem maxima eſt ea, quæ ab illo eodẽ puncto ducitur ad extremitatem eiuſdem diametri: Item recta ſubtendens maiorem circunferentiam ſegmenti inſiſtentis, minima eſt earum, quæ cadunt in circunferentiam interceptam inter ipſam, & diametrum, ſemperque huic propior remo

tiore minor eſt. Si verò recta linea ſubiectum circulum ſecans ſit eius diameter, & reliqua omnia eadem ſint, vt ſupra; recta linea ſubtendens minorem partem circunferentiæ ſegmenti inſiſtentis, minima eſt rectarum ductarum ab illo eodem puncto ad primi, & ſubiecti circuli circunferentiam; ea verò, quæ maiorem partem circunferentiæ ſegmenti inſiſtentis ſubtendit, maxima eſt.

RECTA linea AB, ſecet circulum A C B D, cuius centrum E, in partes


inæquales, quarum maior ſit A C B: Iuſiſtat
autem ipſi A B, rectum circuli ſegmentum
AFB, ſemicirculo nõ maius, quod in partes in-
æquales diuidatur in F; ſitque minor pars BF:
11. vndec. Ex F, demittatur in circulum A C B D, per-
38. vndec. pendicularis F L, quæ in A B, communem ſe-
ctionem cadet: Per E, autem, & L, diameter
agatur CD; & ex F, in circunferentiam ACB,
maioris ſegmenti circuli A C B D; plurimę
rectæ cadãt F B, F G, F H, F C, F A, FI, F K.
Dico omnium minimam eſſe F B, & FG, mino-
rem, quàm F H; Omnium autem maximam eſ-
ſe F C. Item F A, eſſe omnium minimam, quæ
ex F, in portionem A C, cadent; & F I, minorem, quàm F K. Ducantur ex L,
lineæ rectę L G, L H, L I, L K; eruntque ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes an-
guli ad L, quos recta F L, facit, recti. Quoniam igitur recta L D, eſt omnium
7. tertij. rectarum ex L, cadentium minima, & L B, minor, quàm L G, L H, L C, L K,
L I, L A; erunt quadrata ex F L, L B, minora quadratis ex F L, L G: Eſt au-
47. primi. tem tam quadratum ex F B, quadratis ex F L, L B, quàm quadratum ex F G,
quadratis ex F L, LG, æquale. Igitur erit quoq; quadratum ex F B, minus qua-
drato ex FG; atq; adeo & recta FB, minor erit quàm FG. Nõ aliter oſtẽdemus,
rectã F B, minorẽ eſſe, quàm F H, FC, F K, F I, FA. Quare FB, omniũ minima eſt.

7. tertij. RVRSVS quia L G, minor eſt, quàm L H, erunt quadrata ex F L, L G,
minora quadratis ex F L, L H: Eſt autem tam quadratum ex F G, quadratis
47. primi. ex F L, L G, quàm quadratum ex F H, quadratis ex F L, L H, æquale. Igitur
& quadratum ex F G, quadrato ex F H, minus erit; atq; adeo & recta F G, mi-
nor erit, quàm recta F H.

7. tertij. AMPLIVS quia L C, omnium ex L, cadentium maxima eſt; erunt qua-
drata ex F L, L C, maiora quadratis ex F L, L K: Eſt autem tam quadratum
47. primi. ex F C, quadratis ex F L, L C, quàm quadratum ex F k, quadratis ex FL, Lk,
æquale. Igitur & quadratum ex F C, maius erit quadrato ex F K; ac proinde &
recta F C, maior erit, quàm recta F K. Non aliter demonſtrabimus, rectam FC,
maiorem eſſe, quàm F I, & F A. Eſt ergo recta F C, omnium maxima.

ITEM

ITEM quia L A, minor eſt, quàm L I, L k, L C; erunt quadrata ex F L, L A, minora quadratis ex F L, L I: Eſt autem tam quadratum ex F A, quadratis ex F L, L A, quam quadratum ex F I, quadratis ex F L, L I, æquale. Igitur & quadratum ex F A, minus erit quadrato ex F I; atque ob id recta quoque F A, minor erit, quàm recta F I. Eodem modo oſtendemus, rectam k A, maiorem eſſe, quàm F K, F C. Eſt ergo F A, omnium rectarum ex F, in arcum A C, cadentium minima. 7. tertij. 47. primi.

DENIQVE quia L I, minor eſt, quàm L K; erunt quadrata ex F L, L I, minora quadratis ex F L, L K: Eſt autem tam quadratum ex F I, quadratis ex F L, L I, quàm quadratum ex F K, quadratis ex F L, L K, æquale. Igitur & quadratum ex F I, minus erit quadrato ex F K, ideoque & recta F I, minor erit, quàm recta F K. 7. tertij. 47. primi.

QVOD ſi recta A B, ſecet circulum A C B D, bifariam, ita vt ſit eius diameter, demonſtratum à nobis iam eſt theoremate tertio ſcholij propoſ. 21. præcedentis libri, rectam F B, minimam eſſe, & F A, maximam. Vnde non eſt neceſſe, idem hoc loco demonſtrare. Immo plura ibi ſunt demonſtrata, quàm hic proponuntur. Si recta igitur linea circulum in partes inæquales ſecet, &c. Quod oſtendendum erat.

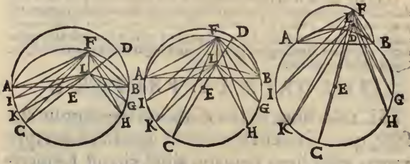
THEOREMA 2. PROPOS. 2.

30. Secundi huius.

SI recta linea ſecans circulum ſegmentum auferat, quod ſemicirculo minus non ſit, ſuper ipſa autem recta linea ſtatuatur aliud circuli ſegmentum, quod & ſemicirculo maius non ſit, & inclinatum ſit ad alterum ſegmentum, quod ſemicirculo maius non eſt; diuidatur vero inſiſtentis ſegmenti circunferentia in partes inæquales: Recta linea ſubtendens minorem circunferentiæ partem minima eſt rectarum omnium ductarum ab illo puncto, à quo ipſa ducitur, ad ſubiecti circuli circunferentiam illam, quæ ſemicirculo minor non eſt: & reliqua omnia, quæ in præcedẽti, ſequuntur.

RECTA linea A B, à circulo A C B D, cuius centrum E, auferat ſegmentum A C B, ſemicirculo non minus, ſed vel ſemicirculo æquale, vt in prima figura, vel maius, vt in alijs figuris; & ſuper recta A B, ſtatuatur ſegmentum aliud circuli A F B, ſemicirculo non maius, ſed vel ſemicirculo æquale, vt in poſtrema trium figurarum, vel minus, vt in primis duabus figuris, & inclinatum ad ſegmentum alterum A D B, quod ſemicirculo maius non eſt, cum A C B, vel ſemicirculo æquale, vel maius ponatur. Diuidatur quoque cir-

cunferentia A F B, in F, in partes inæquales, & ſit F B, minor. Ex F, demittatur in planum circuli A C B D, perpendicularis F L, quæ ad partes ſegmenti A D B, cadet, propterea quod ſegmentum A F B, ad ſegmentum A D C, eſt inclinatum, ita vt punctum L, ſit vel intra ſegmentum A D B, vel extra, vel certe in ipſa circunferentia A D B. Per centrum autem E, & punctum L, diameter agatur C D, & ex F, in circunferentiam A C B, plurimæ rectæ cadant F B, F G, &c. Dico omnium minimam eſſe F B; & F G, minorem quàm F H: omnium autem maximam eſſe F C: Item F A, eſſe omnium minimam, quæ ex F, in circunferentiam A C, cadunt; & F I, minorem quàm F K. Ducantur ex L, rectæ lineæ L B, L G, L H, L A, L I, L K, eruntque omnes anguli ad L, quos facit perpendicularis F L, recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.



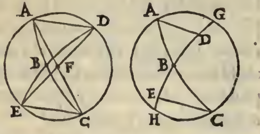
7. vel 8. vel 15. tertii. Quoniam igitur recta L D, eſt omnium minima, (hæc autem linea nihil eſt omnino in ea figura, vbi punctum L, cadit in D.) & L B, minor, quàm L G, L H, L C, L K, L I, L A, & omnium maxima L C, &c. demonſtrabimus, vt in præcedenti, rectam F B, eſſe omnium minimam, & F G, minorem quàm F H: Item
7. vel 8. vel 15. tertij. & 47. primi. F C, omnium maximam, & F A, minimam omnium ex F, in circunferentiam A C, cadentium; & F I, minorem quàm F K. Si igitur recta linea ſecans circulum, &c. Quod erat oſtendendum.

1.
THEOREMA 3. PROPOS. 3.

SI in ſphæra duo circuli maximi ſe mutuo ſecent, ab eorum verò vtroque æquales circunferentiæ ſumantur vtrinque à puncto, in quo ſe ſecant: Rectæ lineæ, quæ extrema puncta circunferentiarum connectunt ad eaſdem partes, æquales inter ſe ſunt.

IN ſphæra duo circuli maximi A B C, D B E, ſe mutuo ſecent in B, & in vno quoque vtrinque à B, ſumantur duo arcus æquales B A, B C, & BD, BE, iungan-

iunganturque rectæ A D, C E. Dico rectas A D, C E, æquales eſſe. Polo enim B, & interuallo B A, circulus deſcribatur, qui etiam per C, tranſibit, ob æqualitatem arcuum B A, B C. Aut igitur idem circulus tranſit etiam per D, atque adeo & per E, ob æqualitatem arcuum B D, B E, aut non. Tranſeat primũ per D, & E, vt in priori figura; ſintque communes ſectiones circulorum maximorũ, & circuli A D C E, rectæ A C, D E. Et quoniã circuli maximi A B C, D B E, per B, polum circuli A D C E, tranſeuntes ſecant ipſum bifariã, 15.1.huius.



erunt A C, D E, diametri circuli A D C E, & F, centrum; ac proinde rectæ F A, F D, rectis F C, F E, æquales. Cum ergo & angulos æquales comprehendant ad verticem F; erunt & rectæ A D, C E, æquales. 15.primi. 4.primi.

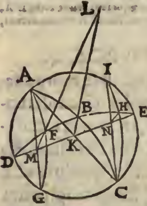
SED non tranſeat iam circulus ex B, polo deſcriptus ad interuallum B A, per D, ſed vltra punctum D, atque adeò & vltra punctum E, excurrat. Producantur arcus B D, B E, ad G, H. Quoniam igitur arcus B G, B H, æquales ſunt, quòd ex defin. poli, rectæ ſubtenſæ B G, B H, æquales ſint: Sunt autem & B D, B E, ex hypotheſi, æquales; erunt & reliqui D G, E H, æquales. Et quoniam rectæ ductæ A G, C H, æquales ſunt, vt proxime demonſtratum eſt in prima parte huius propoſ. erunt & arcus A G, C H, æquales. Quia igitur circulus maximus G B H, per polum B, ductus ſecat circulum A G C H, bifariam, & ad angulos rectos, inſiſtet ſegmentum G H, rectum diametro circuli A G C H. Cum ergo arcus D G, E H, æquales ſint, & minores dimidio arcu G D H; ſintque arcus G A, H C, oſtenſi quoque æquales; erunt rectæ D A, E C, inter ſe æquales. Si igitur in ſphæra duo maximi circuli ſe mutuo ſecent, &c. Quod erat demonſtrandum. 28.tertij. 28.tertij. 15.1.huius. 12.1.huius.

THEOREMA 4. PROPOS. 4. 2.

SI in ſphæra duo maximi circuli ſe mutuò ſecent, ab eorumque altero æquales circunferentiæ ſumantur vtrinque à puncto, in quo ſe interſecant, & per puncta terminantia æquales circunferentias ducantur duo plana parallela, quorum alterum conueniat cum communi ſectione ipſorum circulorum extra ſphæram verſus prædictum punctum; ſit vero vna illarum æqualium circunferentiarum maior vtralibet circunferentiarum in alte-

ro maximo circulo interceptarum inter prædictū punctum, & vtrumque planorum parallelorum: Ea circunferentia, quæ eſt inter illud punctum, & planum, quod non conuenit cum communi ſectione ipſorum circulorum, maior eſt, quam ea eiuſdem circuli circunferentia, quæ eſt inter idem punctum, & planum, quod conuenit cum communi ſectione circulorum.

IN ſphæra duo maximi circuli A B C, D B E, ſe mutuo ſecent in B, & in A B C, ſumantur arcus B A, B C, æquales, & per A, C, puncta duo plana pa-
1.1. huius. rallela inter ſe ducantur facientia in ſuperficie ſphæræ circunferentias circulorum A F G, C H I, quæ ſecent circunferentiam D B E, in punctis F, H; ſit verò arcus B A, vel B C, maior vtralibet circunferentiarum B F, B H, inter punctum B, & plana parallela interceptarum. Ex polo deinde B, & interuallo B A, vel B C, circulus deſcribatur A D C E, qui puncta F, H, tranſcendet, propterea quòd arcus B F, B H, minores ponuntur arcubus B A, B C. Producantur arcus B F, B H, vſque ad circunferentiam circuli A D C E, ad puncta D, E; ſintque communes ſectiones circuli A D C E, & circulorum A F G, C H I, rectæ A G, C I; communes autem ſectiones circulorum maximorum, & circuli A D C E, rectæ A C, D E; quæ ipſius diametri erunt, atque adeo eiuſdem centrum K, cum circuli maximi ipſum per B, polum bifariam ſecent. Secet autem recta D E, rectas A G, C I, in M, N. Sit quoque maximorum circulorum communis ſectio K B, recta, cum qua producta ad partes B, conueniat planum A F G, productum extra ſphæram in puncto L. Quo poſito, non conueniet alterum planum C H I, cum recta K B, ad partes B, ne cum ſibi parallelo plano A F G, conueniat. Dico arcum B H, maiorem eſſe arcu B F. Sint enim rectæ F M, H N, communes ſectiones circuli D B E, & circulorum A F G, C H I. Et quoniam planum A F C, conuenit productum cum recta K B, producta in L, erit L, punctum tam in plano D B E, quàm in plano A F G; atque adeo in cōmuni eorum ſectione, nempe in recta M F. Producta ergo M F, coibit cum K B, producta in L. Quoniam verò planum D B E, ſecat plana pa-
15.1. huius.



16. vndec. rallela A F G, C H I, erunt ſectiones factæ M F, N H, parallelæ. Rurſus quia
16. vndec. planum A D C E, eadem plana parallela ſecat, erunt quoque ſectiones factæ
29. primi. A G, C I, parallelæ. Anguli ergo alterni K A M, K C N, æquales ſunt:

ſunt

ſunt autem & anguli A K M, C K N, ad verticem æquales, & latera K A, KC, 15.primi.
æqualia, cum ſint ſemidiametri circuli A D C E. Igitur & latera K M, K N, 26.primi.
æqualia erunt: ſunt autem & ſemidiametri K D, K E, æquales. Reliquæ ergo rectæ D M, E N, æquales erunt. Rurſus quoniam recta B K, ex B, polo circuli A D C E, ad eiuſdem centrum K, ducta, recta eſt ad planum circuli, erit angulus M K L, in triangulo K L M, rectus, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Angulus igitur K M L, acutus erit. Cum ergo duo anguli F M N, H N M, duobus ſint rectis æquales; erit angulus H N M, obtuſus. Quare, vt mox, lemmate ſequenti oſtendemus, arcus E H, minor erit, arcu D F; atque adeo, cum æquales ſint arcus B D, B E, quòd rectæ ſubtenſæ B D, B E, ex defin. poli, ſint æquales, maior erit arcus B H, arcu B F. Si igitur in ſphæra duo maximi circuli ſe mutuo ſecent, &c. Quod erat demonſtrandum.

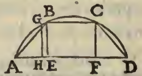
Schol. 8. 1. huius. 17.primi. 29.primi. 28.tertij.

LEMMA.

Q V O D *autem arcus* EH, *arcu* DF, *minor ſit, facile demonſtrabimus, hoc propoſito theoremate prius demonſtrato.*

S I arcui circuli recta ſubtendatur, ad quam ex arcu duæ perpendiculares demittantur auferentes verſus terminos arcus duos arcus æquales; auferent eædem duas rectas ex recta ſubtenſa æquales. Et ſi duæ perpendiculares ad rectam ſubtenſam ducantur auferētes duas rectas æquales; auferent eædem duos arcus æquales.

A R C V I circuli A B C D, ſubtendatur recta A D, ad quam ex arcu demittantur duæ perpendiculares B E, C F, auferentes duos arcus A B, D C, æquales. Dico eaſdem auferre æquales rectas A E, D F. Ducta enim recta B C, erunt A D, B C, parallelæ, Schol. 27. tertij.
ob æqualitatem arcuum A B, D C: ſunt autem & B E, C F, parallelæ. Parallelogrammum igitur eſt B E F C, atque adeò 28.primi.



& rectæ B E, C F, æquales. Et quoniam æqualibus arcubus A B, D C, rectæ ſubtenſæ A B, D C, æquales ſunt; erunt quadrata ex A B, D C, æqualia. Cum ergo tam illud æquale ſit quadratis ex A E, B E, quàm hoc quadratis ex D F, C F; ſi auferantur æqualia quadrata rectarum B E, C F, æqualia erunt quadrata rectarum A E, D F; ac proinde & rectæ A E, D F, æquales erunt. quod primo loco proponebatur. 34.primi. 29. tertij. 47.primi.

S E D iam perpendiculares B E, C F, auferant æquales rectas A E, D F. Dico eaſdem auferre æquales arcus A B, D C. Si enim non ſunt æquales, ſit, ſi fieri poteſt, maior arcus A B, à quo æqualis abſcindatur A G, & ex G, ad A D, perpendicularis ducatur G H. Erit igitur, vt proxime demonſtratum eſt, recta A H, rectæ D F, æqualis, atque adeò & rectæ A E, pars toti: Quod eſt abſurdum. Non eſt ergo arcus A B, maior arcu D C: eademque ratione neque minor erit. Aequalis ergo eſt.

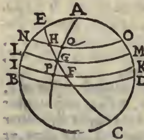
quod

quod eſt propoſitum. Ex his conſtat, arcum H E, in figura propoſitionis minorem eſſe arcu D F. Nam cum angulus F M K, acutus ſit, & H N K, obtuſus, ſi ex M, N, ad D E, perpẽdiculares ducerentur, caderent hæ in arcus D F, B H, auferrentque, vt in proximo lemmate oſtendimus, arcus æquales. Quare arcus H E, minor eſt arcu D F.

3. ## THEOR. 5. PROPOS. 5.

SI in circunferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, huncque maximum circulum ſecẽt ad angulos rectos duo alij maximi circuli, quorũ alter ſit vnus parallelorum, alter verò obliquus ſit ad parallelos; ab hoc autem obliquo circulo æquales circunferentiæ ſumantur deinceps ad eandem partem maximi parallelorum, perque illa puncta terminantia æquales circunferentias deſcribantur paralleli circuli: Circunferentiæ maximi illius circuli primo poſiti inter parallelos interceptæ inæquales erunt, ſemperque ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN circunferentia maximi circuli A B C D, ſit A, polus parallelorum, eumq́ue ſecent duo maximi circuli B D, E C, ad angulos rectos, quorum B D, ſit maximus parallelorum, & E C, ad parallelos obliquus: & per F, G, H, puncta, quæ ex obliquo circulo arcus æquales auferunt F G, G H, deſcribantur paralleli I K, L M, N O, ex polo A. Dico arcum I L, maiorẽ eſſe arcu L N.



20.1.huius Per polum enim A, & punctum G, circulus maximus deſcribatur A P, ſecans parallelos in P, Q. Quoniam igitur in ſphæræ ſuperficie intra periphæriam circuli I K, punctum G, ſignatum eſt præter polum A, & ex G, duo arcus G P, G F, circulorum maximorum cadunt in circunferentiam circuli I K; erit arcus G P, omnium minimus; atque adeo minor quam G F: quod arcus G P, G F, minores ſint ſemicirculo, cum ſe non interſecent, antequam parallelum I K, diuidunt. Rurſus quia in ſuperficie ſphæræ extra periphæriam circuli N O, punctum G, ſignatum eſt præter eius polumq́ erit

Schol. 21. 8. huius.

erit & arcus G Q, omnium ex G, cadentium minimus, hoc eſt, minor, quàm G H: quod arcus G Q, G H, minores ſint ſemicirculo, cum ſe non interſecent, antequàm parallelo N O, occurrant. Vterque igitur arcus F G, G H, vtroque G P, G Q, maior eſt. Et quoniam recta per G, & centrum ſphæræ ducta, id eſt, communis ſectio circulorum maximorum A P, E C, ſecant paralleli I K, planum intra ſphæram; (non enim recta illa ad centrum ſphæræ perueniet, hoc eſt, ad centrum maximi circuli B D, niſi prius planum circuli I K, ſecet; quòd parallelus I K, poſitus ſit inter maximum parallelorum, & punctum G.) ſecabit eadem recta planum paralleli N O, extra ſphæram, ſi recta illa, & planum circuli ad partes G, producantur: propterea quòd punctum G, poſitum eſt inter maximum parallelorum, & parallelum N O. Quoniam igitur duo circuli maximi A P, E C, ſe mutuo ſecant in G, puncto, & à circulo E C, vtrinque à puncto G, duo arcus æquales ſumpti ſunt G F, G H, & per F, H, plana parallela circulorum I K, N O, ducta, quorum N O, occurrit communi ſectioni circulorum maximorum A P, E C, extra ſphæram, vt oſtenſum eſt, eſtque vterque arcuum G F, G H, maior vtroque arcuum G P, G Q, erit arcus G P, maior arcu G Q: Eſt autem arcus G P, arcui I L, & arcus G Q, arcui L N, æqualis. Igitur & arcus I L, arcu L N, maior erit. Quare ſi in circunferentia maximi circuli ſit polus, &c. Quod demonſtrandum erat.

Schol. 11. huius. 4. huius. 10. 2. huius.

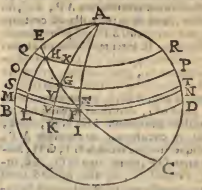
THEOREMA 6. PROPOS. 6. 4.

SI in circunferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, huncq; maximum circulum ad angulos rectos ſecent duo alij circuli maximi, quorum alter ſit vnus parallelorũ, alter verò obliquus ſit ad parallelos; ſumantur autem ab obliquo circulo æquales circunferentiæ deinceps ad eaſdem partes maximi illius paralleli, & per puncta terminantia æquales circũferentias, perq; polum, deſcribantur maximi circuli: Hi circunferentias inæquales intercipient de maximo parallelorum, quarum propior maximo circulo primo poſito ſemper erit remotiore maior.

IN circunferentia maximi circuli A B C D, ſit A, polus parallelorum, eumq́ue ſecent duo maximi circuli B D, E C, ad angulos rectos, quorum B D, ſit parallelorum maximus, at E C, ad parallelos obliquus, ex quo ſumantur

K arcus

arcus æquales F G, G H; & per puncta F, G, H, perque polum A, circuli ma-
20.1.huius ximi deſcribantur A I, A K, A L, ſecantes B D, in I, K, L. Dico arcum K L, maiorem eſſe arcu I K. Deſcribantur enim per eadem puncta F, G, H, paralleli M N, O P, Q R, ſecantes A K,



5.huius. in V, X. Erit igitur arcus M O, maior arcu O Q; atque adeo, cũ
10.2.huius arcui M O, arcus V G, & arcui O Q, arcus G X, ſit æqualis; erit & V G, maior, quàm G X. Sumatur arcus G Y, ipſi G X, æqualis, & per Y, parallelus deſcribatur S T, ſecans circulum A I, in Z. Quoniam igitur arcus G Y, G X, æquales ſunt, nec non G F, G H, erunt ductæ rectæ H X, Y F, æquales. Et quia cir-
3.huius. culus maximus A I, per polum A,
15.1.huius. ſecat circulum S T, ad angulos rectos, & bifariam, erit communis ſectio, nempe recta ex Z, ad alteram ſectionem ducta diameter circuli S T, ſuper quam inſiſtit ſemicirculus rectus ad circulum A I, nempe ſemicirculus à puncto Z, incipiens, & per S, vſq; ad alteram ſectionem progrediens, (hoc eſt, ſegmentum circuli, quod ſemicirculo maius non eſt.) auferetque recta illa ex circulo A I, ſegmentum ſemicirculo maius, quod nimirum à puncto Z, per I, vſque ad alteram ſectionem cum circulo S T, ducitur, atque eſt Y Z, arcus inſiſtentis ſemicirculi quadrante
10.2.huius minor, (propterea quòd arcus I k, qui illi eſt ſimilis, quadrante quoque minor eſt. quod ita oſtendi poteſt. Quoniam circuli maximi B D, E C, recti ſunt ad maximum circulum A B C D, erit hic viciſsim ad illos rectos, ac proinde
13.1.huius. per illorum polos tranſibit. Quare eorum ſegmenta, quæ ſemicirculi ſunt, bi-
9.2.huius. fariam ſecabit, id eſt, in quadrantes. Quadrans ergo eſt arcus circuli B D, poſitus inter B, & illud punctum, vbi ſe mutuo ſecant circuli B D, E C; ideoque I K, quadrante minor. Nam circulus A k, cadit inter puncta B, I, cum circulum A B C D, ſecet in altero polo.) atque adeo reliquus arcus ex ſemicirculo inſiſtente interceptus inter Y, & alteram ſectionem cum circulo A I, quadran-
2.huius. te maior; erit recta Y Z, omnium rectarum ex Y, cadentium in circunferentiam Z I, minima; atq; adeò minor quàm Y F, hoc eſt, quàm H X, quam æqualē oſtendimus eſſe rectæ Y F. Quocirca cum circulus Q R, minor ſit circulo S T, auferet recta H X, maior maiorem arcum ex ſuo circulo, quàm recta Y Z, minor ex ſuo, vt mox oſtendemus. Maior igitur eſt arcus H X, quàm vt ſimilis eſſe
10.2.huius poſsit arcui Y Z: Eſt autem arcui H X, arcus k L, & arcui Y Z, arcus I k, ſimilis. Igitur & k L, maior eſt, quàm vt ſimilis ſit ipſi I k; ac proinde, cum ſint in eodem circulo, maior erit arcus k L, quàm I k. Quamobrem, ſi in circumferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, &c. Quod demonſtrandum erat.

LEMMA.

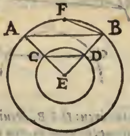
QVOD autem recta H X, maiorem arcum auferat ex ſuo circulo quàm recta Y Z, ex ſuo, perſpicuum fiet, ſi prius theorema, quod ſequitur, demonſtretur.

ÆQVALES

ÆQVALES rectæ lineæ ex circulis inæqualibus auferunt arcus inæquales, maiorque eſt arcus minoris circuli, quàm vt ſimilis ſit arcui maioris circuli.

SINT circuli inæquales A B, C D, circa idem centrum E, deſcripti: ducantur autem ex E, duæ rectę vtcunque E A, E B, ſecantes circulum C D, in punctis C, D: eruntq́; arcus A B, C D, ſimiles, cum illis idem angulus E, inſiſtat ad centrum. Et quoniam rectæ E A, E B, proportionaliter ſunt ſectæ in punctis C, D, quòd E A, E B, æquales ſint, nec non E C, E D; erunt rectæ ductæ A B, C D, parallelæ; atque adeo triangula E A B, E C D, ſimilia, habentia angulos E A B, E C D, inter ſe æquales, nec non & angulos E B A, E D C, & angulũ E, communem. Quare erit, vt E A, ad A B, ita E C, ad C D: Eſt autem E A, maior quam E C. Igitur & A B, maior erit, quàm C D. Accommodetur igitur ipſi C D, in circulo A B, æqualis B F; eritq́; arcus A B, maior, quàm F B. Quare cum arcus C D, arcui A B, ſit ſimilis; erit arcus C D, maior, quàm vt ſimilis ſit ipſi F B. Aequales igitur rectæ F B, C D, ex circulis inæqualibus A B, C D, inæquales arcus auferunt, maiorq́; eſt arcus C D, circuli minoris, quàm vt ſimilis ſit arcui F B, circuli minoris. quod eſt propoſitum.

Schol. 33. ſexti. — 2. ſexti. — Coroll. 4. ſexti. — 4. ſexti. — 14. quinti. — 1. quarti. — Schol. 28. tertij.

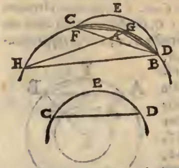


HINC perſpicuum eſt, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem, quàm vt ſimilis ſit ei, quem ex circulo maiore aufert linea minor. Cum enim recta CD, æqualis ipſi F B, auferat arcũ CD, maiorem, quàm vt ſimilis ſit arcui FB; multo magis linea maior quàm CD, auferet maiorem arcum, quàm vt ſimilis ſit arcui F B; cum illa maior maiorem arcum abſcindat, quam C D. Quare in propoſ. hac ſexta etiam recta H X, maior exiſtens, quàm recta Y Z, auferet ex circulo minore Q R, arcum H X, maiorem, quàm vt ſimilis ſit arcui Y Z, quem recta Y Z, aufert ex S T, circulo maiore.

Schol. 28. tertij.

HOC autem lemmate demonſtrato, facile etiam oſtendemus, æquales rectas lineas ex circulis inæqualibus auferre arcus inæquales ſimpliciter, ita vt arcus minoris circuli ſimpliciter maior ſit arcu circuli maioris, & non ſolũ maior, quàm vt ſimilis ſit. Sint enim rectæ lineæ CD, BF, æquales, auferatq́; CD, arcum minoris circuli C E D, & F B, arcum circuli maioris FGB. Dico ſimpliciter arcum CED, maiorem eſſe arcu F G B. Congruente enim recta CD, rectæ FB, cadet neceſſario arcus CED, extra arcũ F G B; atque adeo arcus CED, maior erit arcu FGB, cum ille hunc totum intra ſe

contineat, ſintq́; ambo arcus in eandẽ partem caui, atq́; eadem extrema puncta habeant, vt vult Archimedes in ſuppoſitionibus ante lib. 1. de ſphæra & cylindro. Neque vero arcus C E D, arcui F G B, congruet, aut intra ipſum cadet. Nam ſi dicatur congruere, congruet etiam tota circumferentia circuli C E D, toti circumferentiæ circuli F G B, atque adeo æquales erunt circuli. quod eſt abſurdum, cum inæquales ponantur: Si vero arcus C E D, dicatur cadere intra arcum F G B, cuiuſmodi eſt arcus C A D, quoniam vt paulo ante in hoc lemmate oſtenſum eſt, arcus C E D, id eſt, C A D, maior eſt, quàm vt ſimilis ſit arcui F G B, ſumatur arcus H F B, arcui C A D, ſimilis, atque adeo maior arcu F G B: Aſſumpto autem in arcu C A D, puncto A, vtcunque, ducantur rectæ A F, A B; productaque recta F A, donec arcum F G B, ſecet in G, ducantur rectæ G H, G B. Itaque quoniam arcus C A D, H F B, ſimiles ſunt, erunt anguli C A D, H G B, in illis ſegmentis exiſtentes, æquales. Quia



16. primi. *vero angulus C A D, angulo C G B, maior eſt, externus interno; & angulus C G B, angulo H G B, maior quoque, totum parte; erit multò maior angulus C A D, angulo H G B. quod eſt abſurdũ. Oſtenſus enim eſt æqualis. Non ergo arcus C E D, cadet intra arcũ F G B: ſed neq; ei congruit, vt demõſtratũ eſt. Cadet ergo extra, atq; adeo maior erit arcus C E D, arcu F G B, vt dictũ eſt.*

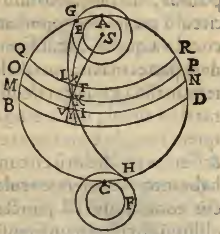
HINC etiam liquido conſtat, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem ſimpliciter eo, quem minor linea ex circulo maiore aufert.

5.
THEOR. 7. PROPOS. 7.

SI in ſphæra maximus circulus tãgat aliquem ſphæræ circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus ſit, tangatq́; circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primo poſitus, fuerintq́; eorum contactus in maximo circulo primo poſito, & ſumantur à circulo obliquo circun-

cunferentiæ æquales, & continuæ ad eaſdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias deſcribantur paralleli circuli: Hi circumferentias inæquales intercipient de maximo circulo primo poſito, quorum ea, quæ propior erit maximo parallelorum, erit maior remotiore.

IN ſphæra maximus circulus A B C D, tangat circulum A E, in puncto A; atque adeo & alium C F, illi æqualem: Alius autem circulus maximus GH, 6.2.huius.
ad parallelos obliquus tangat alios duos circulos maiores illis, quos ABCD, tangit, ſintq́ue puncta contactuum G, H, in maximo circulo A B C D; ſitq́; B D, maximus parallelorum: Ex obliquo denique circulo G H, ſumantur arcus æquales I k, K L, & per puncta I, k, L, paralleli deſcribantur M N, O P, Q R. Dico arcum M O, maiorem eſſe arcu O Q. Nam per k, & S, polum parallelorum circulus maximus deſcribatur S k, ſecans parallelos in punctis T, 20.1.huius
V. Item per k, deſcribatur maximus circulus k E, tangens parallelum A E, in E, ſecansq́; 15.2.huius
parallelos alios in X, Y; ita tamen, vt hæc puncta X, Y, ſint inter puncta L, T, & V, I. quod ita fiet. Quoniam per k, duo circuli deſcribi poſſunt tãgentes circulum A E, quorum vnus inter arcus k G, k S, cadit, alter vero extra ipſos; (Nã ſi ambo ex eadem parte circuſum A E, tangerent, ſecarent ſeſe mutuo prope puncta contactuum, quòd alter alteri occurreret. quod eſt abſurdum; cum ſe interſecent in puncto, quod ipſi K, opponitur inter alterum polum, & maximum parallelorũ.) ſi prior ſumatur, ſchol.15.2. huius.



cadẽt puncta X, Y, inter puncta L, T, & V, I, vt patet. Igitur quoniã in ſphæræ ſuperficie intra peripheriam circuli MN, punctum k, ſignatum eſt præter polum S, & ex k, tres arcus cadunt in eius circunferentiam k V, k Y, k I; erit k V, omnium minimus, & K Y, minor, quàm k I. Rurſus quia in ſuperficie Schol.23.3 huius.
ſphæræ extra peripheriam circuli Q R, ſignatum eſt punctum K, præter eius polum, & ex K, in eius circunferentiam cadunt tres arcus K T, K X, K L, Schol.21.3 huius.
erit K T, omnium minimus, & k L, minor quam K L. Vterque igitur arcus

kI,

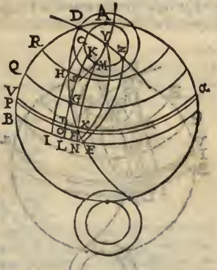
K I,KL,vtroque KY,KX,maior eſt. Et quoniam recta per K,& ſphęræ centrũ ducta, id eſt, communis ſectio maximorum circulorum G H, E Y, ſecat planum paralleli Q R, extra ſphæram, ſi recta illa, & planum circuli Q R, producantur ad partes K, vt in demonſtratione propoſ. 5. huius lib. dictum
4. huius. eſt; erit arcus K Y, maior arcu K X: Sed arcui K Y, arcus M O, & arcui K X,
13.2. huius arcus OQ, æqualis eſt; Sunt enim ſemicirculi, quorum vnus ex A, per B, alter vero ex E, per K, ducitur, non conuenientes, vt ex ijs, quæ in demonſtratione propoſ. 13. ſecundi lib. diximus, perſpicuum eſt. Igitur & arcus MO, maior erit arcu O Q. Si ergo in ſphæra maximus circulus tangat, &c. Quod demonſtrandum erat.

6. THEOREMA 8. PROPOS. 8.

SI in ſphæra maximus circulus aliquem ſphæræ circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo poſitus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo poſito; ſumantur autem de obliquo circulo æquales circunferentiæ continuæ ad eaſdem partes maximi parallelorum, perque puncta terminantia æquales circunferentias deſcribantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo poſitus, & ſimiles parallelorũ circunferentias intercipiant, habeantque eos ſemicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia æquales obliqui circuli circunferentias, per quæ deſcribuntur, eiuſmodi, vt minime conueniant cum illo circuli maximi primo poſiti ſemicirculo, in quo eſt contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inæquales intercipient

cipient circunferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primò poſito ſemper erit maior remotiore.

IN ſphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C, in A; atque adeo 6.2.huius.
alium illi æqualem, & parallelum: & alius circulus maximus D E, ad paralle-
los obliquus tangat alios parallelos maiores, ſintque cõtactus in circulo AB,
cuiuſmodi eſt punctum D; & ſit B E, parallelorum maximus: Ex obliquo au-
tem circulo D E, ſumantur arcus æquales F G, G H; & per puncta F, G, H,
circuli maximi deſcribantur C I, K L, M N, tangentes parallelum A C, in
C, K, M, ſecanteſque B E, maximum parallelorum in I, L, N, ita vt ſimiles
arcus parallelorum interci-
piant, eorumque ſemicirculi
à punctis C, K, M, incipien-
tes, & per F, G, H, tranſeun-
tes non conueniant cum ſe-
micirculo circuli A B, ab A,
incipiente, & per B, tran-
ſeunte. Dico arcum I L, ma-
iorem eſſe arcu L N. Deſcri-
bantur enim per F, G, H, pa-
ralleli P F, Q G, R H, ſecan-
tes circulum K L, in O, S. Erit
ergo arcus P Q, maior arcu 7 huius.
Q R; quibus cum ſint æqua- 13.2.huius.
les arcus GO, GS, erit & GO,
maior, quàm G S. Fiat G T,
ipſi G S, æqualis, & per T, pa
rallelus deſcribatur V T, ſe-
cans circulum M N, in X. Et
quoniam communis ſectio cir
culorum M N, V X, hoc eſt,
recta ab X, ſectione, ad alte-



ram ſectionem ducta aufert ſegmentum, quod incipit ab X, & tranſit per V,
vſq; ad alteram ſectionem, ſemicirculo minus; (Nam circulus maximus M N,
ſecans parallelum V X, non per polos aufert ſegmentum maius ſemicirculo, 19.2.huius.
quod nimirum eſt inter maximum parallelorum, & polum conſpicuum, quale
eſt ſegmentum incipiens ab X, & tranſiens per α, vſque ad alteram ſectio-
nem cum circulo M N.) aufertque ex maximo circulo M N, ſegmentum maius
ſemicirculo, quod nimirum ab X, incipiens per N, ad alteram ſectionem tran-
ſit; eſtque ſegmentum X V, ad ſegmentum X M, inclinatum verſus partes R.
Nam ſi per N, & Y, polum parallelorum circulus maximus deſcribatur Y N,
erit hic rectus ad B E. Ergo M N, qui inter hos duos eſt poſitus, (Quoniam 15.1.huius
enim ex puncto F, duo circuli tangentes parallelum A C, duci poſſunt, vnus Schol.15.2.
ad ſiniſtram circuli maximi Y N, & ad dexteram alter, nos priorem eligim:us, huius.
vt nimirum ponatur inter maximbs circulos Y N, B E.) ad eundem B E, in-
clinatus

clinatus eſt ad partes R, & viciſsim B E, atque adeò & ſibi parallelus V X, ad M N, ad eaſdem partes R, erit inclinatus. Item ſegmentum incipiens ab X, & per V, vſque ad alteram ſectionem tranſiens ſectum eſt inæqualiter in T, eſtque minor pars T X, vt mox oſtendemus. Igitur recta T X, minor eſt, quàm recta T F: Sed recta T F, æqualis eſt rectæ H S. Igitur & recta T X, minor erit quàm recta H S; atque adeo, vt in lemmate propoſ. 6. huius lib. demonſtratum eſt, maior erit arcus H S, quàm vt ſimilis eſſe poſsit arcui T X. Cum ergo arcus I L, arcui H S, & arcus L N, arcui T X, ſit ſimilis, maior erit quoque arcus I L, quàm vt ſimilis ſit arcui L N; atque adeo, cum in eodem circulo ſint, erit I L, maior, quam L N. Si igitur ſphæra maximus circulus aliquem ſphæræ circulum tangat, &c. Quod erat oſtendendum.

2. huius. 3. huius. 13. 2. huius.

LEMMA. I.

QVOD autem arcus T X, minor ſit ſemiſſe ſegmenti, quod ab X, incipit, et per V, vſque ad alteram ſectionẽ protenditur, ita demonſtrabimus. Per E, ducatur circulus maximus E Z, tangens parallelum A C, in Z, puncto, quod ſit ad dexteram circuli maximi N Y: cùm ex E, duo circuli tangẽtes A C, deſcribi poſſint, vnus ad ſiniſtram circuli N Y, et ad dexteram alter. Eritq́; E Z, quadrans. Nam circulus maximus Z Y, per Y, polum circuli A C, & per Z, cõtactum deſcriptus trãſit quoq; per polum circuli tangentis E Z. Quare idem circulus Y Z, ſecabit ſegmenta circulorum B E, E Z, bifariam. Cum ergo hi maximi circuli ſe bifariam ſecent, ſecabitur ſegmẽtum à puncto E, per Z, vſque ad alteram ſectionem, in duos quadrantes in puncto Z; atque adeo E Z, quadrans erit. Eodem modo quadrans erit E D, ſi per polum Y, & contactum D, circulus maximus Y D, deſcribatur. Eſt autem & arcus circuli maximi inter E, & Y, polum, quadrans. Igitur circulus maximus ex E, tanquam polo, & interuallo E Z, deſcriptus tranſibit per puncta Y, D. Non aliter oſtendemus N M, eſſe quadrantem; atque adeo circulum maximum ex N, polo, & interuallo N M, deſcriptum tranſire per Y, polum parallelorum, qualis eſt M Y, atque adeo ſecare arcum B D, vltra punctum D, & ar-

Schol. 15. 2. huius. 5. 2. huius. 9. 2. huius. 11. 2. huius. Corol. 16. 1 huius.

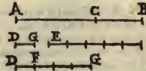


& arcum N B, vltra arcum D B, ideoque & arcum X V, vltra eundem arcum D B: propterea quòd maximi circuli Z Y D, M Y, ſe mutuo ſecant in Y, polo, & punctum M, eſt inter D, & Z. Quoniam verò circulus maximus M Y, ductus per Y, polum paralleli A C, & per contactum M, tranſit etiam per polum circuli tangentis N M; tranſibit per polos 5. 2. huius *circulorum X V, & N M, ſe mutuo ſecantium in X. Quare bifariam ſecabit ipſorum ſegmenta. Cum ergo vltra punctum V, ſecet ſegmentum ab* 9. 2. huius. *X, per V, vſque ad aliud punctum, vbi ſe mutuo ſecãt circuli X V, N M, vt proxime eſt oſtenſum; erit X V, arcus minor ſemiſſe ſegmenti ab X, per V, vſque ad alteram ſectionem; ac proinde multo minor ſemiſſe eiuſdem ſegmenti erit T X. quod eſt propoſitum.*

LEMMA. II.

PROPOSITIS duabus magnitudinibus inæqualibus, reperire aliam mediam, quæ datæ cuicunque magnitudini commenſurabilis ſit.

SINT propoſitæ duæ magnitudines inæquales A B, A C, & data alia quæcunque D G: oporteatq; inuenire aliam mediam, hoc eſt, quæ maior quidem ſit, quàm A C, minor vero, quàm A B, & ipſi D G, commenſurabilis. Sit primum D G, minor, quàm B C, exceſſus inter magnitudines A B, A C; & E, multiplex ipſius D G, proxime maior quàm A C. Quo poſito, erit E, minor, quàm A B. Si enim æqualis eſſet, ſi detraheretur ex E, vna magnitudo ipſi D G, æqualis (quę quidem minor ponitur, quàm B C,) maneret adhuc reliqua multiplex ipſius D G, maior quàm A C. Non ergo E, eſſet multiplex ipſius D G, proxime maior, quàm A C. Quod eſt abſurdum. Non ergo æqualis eſt E, ipſi A B; atque adeo multo magis neque maior erit. Minor igitur eſt, quàm A B; atque adeo cum maior quoque ſit quàm A C, & ipſi D G, commenſurabilis, quòd eius multiplex ſit, conſtat propoſitum.



SED iam data magnitudo D G, non minor ſit, quàm B C. Diuiſa igitur D G, bifariam, & dimidia parte rurſus bifariam, & ſic deinceps, donec relinquatur pars D F, minor quàm B C; ſit E, ipſius D F, multiplex 1. decimi. *proximè maior, quàm A C; eritq; F, ipſi D F, commenſurabilis; atque adeo & ipſi D G: propterea quod vtraque E, & D G, ipſi D F, commen*- 12. decimi. *ſurabilis eſt. Rurſus eodem pacto, vt paulo ante demonſtrauimus, erit E, minor, quam A B. Cum ergo maior quoque ſit, quàm A C, & ipſi D G, commenſurabilis; conſtat propoſitum.*

I. THEOR.

8. THEOREMA 9. PROPOS. 9.

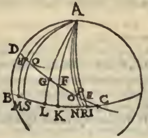
SI polus parallelorum ſit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecent, quorum circulorum alter ſit vnus parallelorũ, alter verò ad parallelos obliquus ſit: & ab hoc obliquo circulo ſumantur æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non ſint, ſed tamen ſint ad eaſdem partes maximi illius paralleli; per polum autem, & ſingula puncta æquales circunferentias terminantia deſcribantur maximi circuli: Inæquales circunferentias de maximo parallelo intercipient, quarum ea, quæ propior erit maximo circulo primo poſito, ſemper erit maior remotiore.

IN circunferentia maximi circuli A B, ſit A, polus parallelorum, cumque ſecent duo maximi circuli B C, D C, ad angulos rectos, quorum B C, ſit maximus parallelorum, & D C, ad parallelos obliquus; ex quo ſumantur arcus æquales non continui E F, G H: & per puncta E, F, G, H, & polum
10.1.huius A, deſcribantur maximi circuli A E I, A F K, A G L, A H M. Dico arcum M L, maiorem eſſe arcu K I. Aut enim intermedius arcus F G, vtrique æqualium E F, G H, commenſurabilis eſt, aut incommenſurabilis. Sit primum commenſurabilis. In-
4.decimi. uenta autem maxima communi menſura X, diuidantur tres arcus E F, F G, G H, in partes ipſi X, æquales, vt in prima figura apparet; & per puncta diuiſionum, & polum A,
10.1.huius. circuli maximi ducantur. Quoniam igitur arcus E Q, Q F, F P, &c. æquales ſunt, ma-
6.huius. ior erit arcus M R, arcu R L, & R L, maior, quàm L, S, &c. Igitur cum M R, maior ſit quàm K V, & R L, maior quàm V I, erit & totus M L, maior toto K I. quod eſt propoſitum.



SED iam ſit arcus intermedius F G, incommenſurabilis vtrique arcuum æqualium E F, G H. Dico Rurſus arcum M L, maiorem eſſe arcu K I. Si enim maior non eſt, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum, ſi fieri poteſt, M L, minor quàm K I, vt in ſecunda figura; & ex

& ex K I, ſumatur K N, ipſi M L, æqualis; & per N, & A, circulus maximus
deſcribatur A O N, ſecans circulum C D, & in O. Deinde per lemma 2. præ- 10.1. huius
cedentis propoſ. inueniatur arcus F P, maior quidem, quàm F O, minor ve-
rò quàm F E, & ipſi F G, commenſurabilis:
ſitque G Q, ipſi F P, (qui minor eſt, quàm
E F, atque adeo minor etiam quàm G H, ip-
ſi E F, æqualis.) æqualis: & per P, Q, & A,
circuli maximi deſcribantur A P R, A Q S. 10.1.huius
Quoniam igitur arcus P F, G Q, æquales
ſunt non continui, eſtque vtrique illorum
commenſurabilis arcus intermedius FG; erit,
vt demonſtratum iam eſt in prima figura, ar-
cus S L, maior arcu K R. Igitur & multo
maior erit, quàm K N; ac proinde & M L, mul
to maior erit, quàm K N: Sed & K N, ipſi
M L, æqualis poſitus eſt. Quod eſt abſurdum. Non ergo M L, minor eſt
quàm K I.



SIT deinde, ſi fieri poteſt, arcus M L, æqualis arcui KI, vt in tertia figura.
Diuiſis autẽ arcubus EF, G H, bifariã in N, O, deſcribantur per N, O, & A, cir 20.1.huius
culi maximi A N P, A O Q. Erit igitur arcus M Q, maior arcu Q L, & K P, 6.huius.
maior quàm PI. Quare Q L, minor erit, quàm
dimidiũ ipſius M L; & K P, maior, quàm dimi-
dium ipſius K I. Cum ergo M L, K I, ponãtur
æquales; erit Q L, minor, quàm K P, quod eſt
abſurdum. Quoniam enim arcus F N, G O,
dimidij æqualium arcuum E F, G H, æquales
ſunt non continui, non poterit Q L, minor
eſſe, quàm K B; vt proximè in ſecunda figura
demonſtratum eſt. Non ergo arcus M L, ar-
cui KI, æqualis eſt: ſed neque minor eſt oſten
ſus. Maior ergo eſt. Si igitur polus paralle-
lorum ſit in circunferentia, &c. Quod erat
demonſtrandum.



SCHOLIVM.

SICVT Theodoſius in hac propoſitione 9. idem demonſtrauit de arcubus non continuis, quod de continuis propoſ. 6. docuit, ita in alia verſione demonſtrantur tribus Theorematibus eadem de arcubus non continuis, quæ Theodoſius de continuis demonſtrauit propoſ. 5. 7. & 8. Primum autem theorema eiuſmodi eſt.

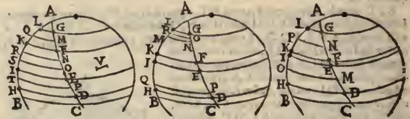
I.

SI polus parallelorum ſit in circunferentia maximi circuli, quem
duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecẽt, quorum circulorum 7.
alter ſit vnus parallelorum, alter verò ad parallelos obliquus ſit, & ab
hoc obliquo circulo ſumantur æquales circunferentię, quę continuę
quidem non ſint, ſed tamen ſint ad eaſdem partes maximi illius pa-

 ralleli;

ralleli; per ſingula autem puncta æquales circunferentias terminantia, deſcribatur paralleli circuli. Circunferentię maximi illius circuli primo poſiti inter parallelos interceptæ, inæquales erunt, ſemperq́; ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN circunferentia maximi circuli A B, *ſit polus parallelorum, quem alij duo maximi* B C, A C, *ſecent ad angulos rectos, ſitque* B C, *parallelorum maximus, &* A C, *ad parallelos obliquus. Sumantur arcus non continui æquales* D E, F G: *ac per* D, E, F, G, *paralleli ducantur* D H, E I, F K, G L. *Dico arcum* H I, *maiorem eſſe arcu* K L. *Aut enim arcus intermedius* E F, *vtrique æqualium* D E, F G, *commenſurabilis*
4. decimi. *eſt, aut incommenſurabilis. Sit primum commenſurabilis. Inuenta autem maxima menſura* V, *ſecentur tres arcus* D E, E F, F G, *in partes ipſi* V, *æquales, & per puncta diuiſionum paralleli deſcribantur, vt in prima figura apparet. Quoniam igitur*



5. huius. *arcus continui* D P, P E, E O, *&c. æquales ſunt; erit arcus* H T, *maior arcu* T I, *&* T I, *maior, quàm* I S, *&c. Quare cum* H T, *maior ſit, quàm* K Q, *&* T I, *maior quam* Q L; *erit totus* H I, *maior toto* K L. *Quod eſt propoſitum.*

SED *iam* E F, *incommenſurabilis ſit vtrique* D E, F G. *Dico adhuc arcum* H I, *maiorem eſſe arcu* K L. *Si enim maior non eſt, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum minor; & ex* K L, *(vt in ſecunda figura) auferatur ipſi* H I, *æqualis* K M: *& per* M, *parallelus ducatur* M N. *Deinde per Lemma* 2. *Propoſ.* 8. *huius lib. reperiatur arcus* F O, *maior quidem, quàm* F N, *minor verò quam* F G, *& commenſurabilis intermedio arcui* E F: *Sitque* E P, *ipſi* F O, *(qui minor eſt, quàm* F G, *atque adeo minor etiam, quam* D E, *ipſi* F G, *æqualis,) æqualis, ac per* O, P, *paralleli deſcribantur* O R, P Q. *Quoniam igitur arcus non continui* P E, F O, *æquales ſunt, eſtque vtrique illorum commenſurabilis arcus intermedius* E F; *erit, vt iam eſt demonſtratum in prima figura, arcus* Q I, *maior arcu* K R. *Ergo & multo maior erit, quàm* K M; *ac proinde multo magis arcus* H I, *maior erit quàm* K M: *Sed &* H I, *æqualis ponitur ipſi* K M. *Quod eſt abſurdum. Non ergo* H I, *minor eſt, quàm* K L.

SIT *deinde, ſi fieri poteſt, arcus* H I, *arcui* K L, *æqualis, vt in tertia figura. Diuiſis autem arcubus* D E, F G, *biſariam in* M, N, *ducantur per* M, N, *paralleli* M O,
5. huius. N P. *Erit igitur arcus* H O, *maior, quàm* O I; *&* K P, *maior, quàm* P L. *Quare* O I, *minor erit, quam dimidium ipſius* H I; *&* K P, *maior dimidio ipſius* K L. *Cum*

ergo

ergo H I, K L, ponantur æquales, minor erit O I, quàm K P. Quod eſt abſurdum. Quia enim arcus E M, F N, dimidij æqualium D E, F G, æquales ſunt, & non continuus, non poterit O I, minor eſſe, quam K P, vt in ſecunda figura demonſtratum eſt. Non ergo arcus H I, arcui K L, æqualis eſt: Sed neque minor eſt oſtenſus. Maior igitur eſt. Quod eſt propoſitum.

II.

SI in ſphæra maximus circulus tangat aliquem ſphæræ circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus ſit, tangatque circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primò poſitus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo poſito; & ſumantur à circulo obliquo circunferentiæ æquales, quæ continuæ quidem non ſint, ſed tamen ſint ad eaſdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias deſcribantur paralleli circuli: H I circunferentias inæquales intercipient de maximo circulo primò poſito, quarum ea, quæ propior erit maximo parallelorum, maior erit remotiore. 9.

HOC Theorema demonſtrabitur ex propoſ. 7. huius lib. quemadmodum precedens Theorema ex propoſ. 5. demonſtratũ fuit: dummodo duo circuli maximi A B, A C, præcedentis Theorematis tangant duos parallelos, vt in propoſ. 7. huius lib. dictum eſt. Reliqua conſtructio figuræ à conſtructione præcedentis Theorematis non differt, &c.

III.

SI in ſphæra maximus circulus aliquem ſphæræ circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo poſitus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo poſito; ſumantur autem de obliquo circulo æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non ſint, ſed tamen ſint ad eaſdem partes maximi parallelorum, per quę puncta terminantia æquales circunferentias deſcribantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo poſitus, & ſimiles parallelorum circunferentias intercipiant, habeantque eos ſemicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia æquales obliqui circuli circunferentias, per quæ deſcribuntur, eiuſmodi, vt minimè cõueniant cum illo circuli maximi primò poſiti ſemicirculo, in quo eſt contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inæquales intercipient circunferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primò poſito, ſemper erit maior remotiore. 10.

HOC

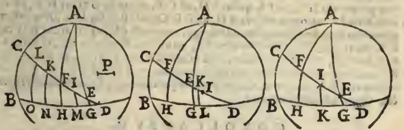
HOC etiam Theorema demonſtrabitur ex propoſ. 8. huius lib. quemadmodum propoſitio 9. ex propoſ. 6. fuit oſtenſa, dummodo maximi circuli propoſ. 9. ex A, prodeuntes tangant eundem circulum minorem illo, quem D C, tangere debet, &c.

11. THEOREMA 10. PROPOS. 10.

SI polus parallelorum ſit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecent, quorum alter ſit vnus parallelorum, alter verò ſit obliquus ad parallelos; in hoc autem obliquo circulo ſumãtur duo quælibet puncta ad eaſdem partes maximi illius paralleli, perq; polum parallelorum, & per vtrumque illorum punctorum deſcribantur maximi circuli: Erit, vt circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primò poſitum, & proximum maximum circulum per polum, & per vnum punctorum deſcriptum, ad circunferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam, ita circunferentia maximi parallelorum intercepta inter duos magnos circulos per polum, perque vtrumque punctorum deſcriptos, ad circunferentiam aliquam, quæ ſit minor, quam circunferentia obliqui circuli inter vtrumque punctum intercepta.

SIT polus A, parallelorum in circunferentia maximi circuli A B, quem duo alij maximi circuli B D, C D, ſecent ad angulos rectos, & ſit B D, parallelorum maximus, & C D, ad parallelos obliquus; in quo ſumptis duobus
20.1.huius punctis vtcunque E, F, deſcribantur per A, polum, & per E, F, circuli maximi A E G, A F H. Dico, vt eſt arcus B H, ad arcum C F, ita eſſe arcum H G, ad arcum minorem arcu F E. Aut enim arcus C F, F E, commenſurabiles ſunt, aut incommenſurabiles. Sint primum commenſurabiles, vt in prima fi-
3.decimi. gura; & inuenta eorum maxima menſura P, diuidantur arcus C F, F E, in ar-
20.1.huius cus maximæ menſuræ æquales, perque puncta diuiſionum, & polum A, circuli maximi ducantur I M, K N, L O. Quoniam igitur arcus continui C L, L K,

K F, F I, I E, æquales ſunt, erit arcus B O, maior quàm O N,& O N, maior quàm N H,&c. Igitur maior erit proportio B O, ad C L, quàm O N, ad L K; & maior proportio O N, ad L K, quàm N H, ad K F,&c. Quare, cum ſint quotcunque magnitudines B O,O N, N H,& totidem numero C L,LK, 6.huius. 8.quinti.



K F, ſitque maior proportio primæ B O, ad primã C L, quàm ſecundæ O N, ad ſecundam L K; & maior ſecundæ O N, ad ſecundam L K, quàm tertiæ N H, ad tertiam K F; maior erit proportio B H, ad C F, quàm N H, ad K F: Sed proportio N H, ad K F, maior adhuc eſt proportione H M, ad F I, vt oſtenſum eſt. Multo ergo maior eſt proportio B H, ad C F, quàm H M, ad F I: Sed adhuc maior eſt proportio H M, ad F I, quàm H G, ad F E; propterea quòd arcus H M, M G, multitudine æquales ſunt arcubus F I, I E; eſtque maior proportio primæ H M, ad primam F I, quæ ſecundæ M G, ad ſecundam I E, vt dictum eſt. Multo igitur maior eſt proportio B H, ad C F, quàm H G, ad F E. Sit vt B H, ad C F, ita H G, ad P. Erit ergo maior proportio quoque H G, ad P, quam H G, ad F E; ac proinde P, arcus minor erit arcu F E. Quare eſt, vt arcus B H, ad arcum C F, ita arcus H G, ad arcum P, arcu F E, minorem. Quod eſt propoſitum. 34.quinti. 8.quinti. 34.quinti. 8.quinti. 10. quinti.

SED iam ſint arcus C F, F E, incommenſurabiles, vt in ſecunda figura. Dico adhuc, vt eſt arcus B H, ad arcum C F, ita eſſe arcum H G, ad arcum arcu F E, minorem. Si enim non ita ſit, erit, vt B H, ad C F, ita H G, vel ad arcũ arcu F E, maiorem, vel ad ipſummet F E. Sit primum, ſi fieri poteſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum F I, arcu F E, maiorem. Inueniatur per lemma 2. propoſ. 8. huius lib. arcus F K, maior quidem quàm F E, minor autem quàm F I, & ipſi C F, commenſurabilis, ducaturque per K, & A, polum circulus maximus K L. Quoniam igitur commenſurabiles ſunt arcus C F, F K, erit, vt demonſtratum iam eſt in prima figura, vt B H, ad C F, ita H L, ad arcum arcu F K, minorem: Sed vt B H, ad C F, ita ponebatur H G, ad F I. Igitur erit quoque, vt H G, ad F I, ita H L, ad arcum arcu F K, minorem: & permutando, vt H G, ad H L, ita F I, ad arcum arcu F K, minorem: Sed H G, arcus minor eſt arcu H L. Igitur & arcus F I, minor erit, quàm arcus arcu F K, minor, totum quàm pars. Quod eſt abſurdum. Non ergo eſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, maiorem. 20.1.huius.

SIT deinde, ſi fieri poteſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad F E, vt in tertia figura. Diuiſo arcu F E, biſariam in I, deſcribatur per I, & per A, polum circulus 20.1.huius

culus

culus maximus I K. Quoniam igitur arcus continui F I, I E, æquales ſunt, erit
6.huius. H K, maior quàm K G; atque adeo H K, maior erit dimidio ipſius H G. Qua-
8.quinti. re maior erit proportio H K, ad F I, quàm arcus dimidij ipſius H G, ad F I:
15.quinti. Sed vt dimidium arcus H G, ad F I, dimidium arcus F E, ita eſt totus arcus H G, ad totum arcum F E. Igitur maior erit proportio H K, ad F I, quam HG, ad F E: Ponitur autem, vt H G, ad F E, ita B H, ad C F. Igitur maior erit quoque proportio H K, ad F I, quàm B H, ad C F; atque adeo arcus H K, ad ar-
10.quinti. cum arcu F I, maiorem erit, vt B H, ad C F. Quod eſt abſurdum. Demonſtratum enim proxime fuit in ſecunda figura, non poſſe eſſe, vt eſt arcus B H, ad C F, ita arcum H K, ad arcum arcu F I, maiorem. Non ergo eſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad F E: ſed neque, vt B H, ad C F, ita eſt H G, ad arcum arcu F E, maiorem, vt demonſtratum eſt. Igitur erit, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, minorem. Quare ſi polus parallelorum ſit in circunferentia, &c. Quod oſtendendum erat.

COROLLARIVM.

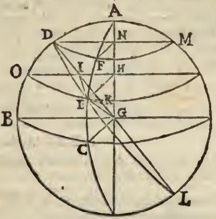
HINC fit, maiorem eſſe proportionem arcus B H, ad arcum C F, quàm arcus H G, ad
10.huius. arcum F E. Cum enim ſit, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, minorem: Sit autem
8.quinti. maior proportio arcus H G, ad arcum arcu F E, minorem, quàm ad F E; erit quoque maior proportio B H, ad C F, quàm H G, ad F E.

12. THEOR. 11. PROPOS. 11.

SI polus parallelorum ſit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecent, quorum alter ſit vnus parallelorum, alter vero ſit obliquus ad parallelos; alius autem maximus circulus per polos parallelorum tranſiens obliquum circulũ ſecet inter maximum parallelorum, & eum, quem obliquus circulus tangit: Diameter ſphæræ ad diametrum eius circuli, quem tãgit obliquus circulus, maiorem rationem habet, quàm circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo poſitum, & maximum circulum per polos parallelorum tranſeuntem, ad circunferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam.

IN-

IN circumferentia maximi circuli A B, ſit parallelorum polus A, cumque duo alij circuli maximi B C, D E, ad angulos rectos ſecent, quorum B C, ſit maximus parallelorum, & DE, ad parallelos obliquus tãgens parallelum D F. Per polum quoq; A, alius circulus maximus deſcribatur A E, ſecans obliquũ D E, in puncto E, inter maximũ parallelorum B C, & parallelum D F, quem obliquus tangit, poſito. Dico diametrum ſphæræ ad diametrum paralleli D F, maiorem habere rationẽ, quàm circunferẽtiam BC, ad circunferentiam D E. Sit A G, recta communis ſectio circulorũ A B, A E; & B G, communis ſectio circulorũ AB, BC; eruntq; A G, B G, ſemidiametri ipſorum, (cum ſe mutuo ſecent bifariã circuli maximi in ſphæra) atque adeo & ſphæræ, ſecantes ſe ſe in G, centro ſphæræ, & circulorum maximorum. Sit quoque D L, communis ſectio circulorum A B, D E, quæ quoque diameter ſphæræ erit tranſiens per centrum G. Rurſus D M, ſit communis ſectio circulorum A B, D F; eritque D M, diameter circuli D F; propterea quòd circulus A B, parallelum D F, ſecet bifariam per polos. Item F N, C G, ſint communes ſectiones circulorum D F, B C, cum circulo A E. Ex polo A, interuallo vero A E, parallelus deſcribatur O E, ſintque O H, E H, communes eius ſectiones cum circulis A B, A E; Eruntque & F N, E H, C G, ſemidiametri circulorum D F, O E, B C, quòd ipſos bifariam ſecet circulus maximus A E, per polos; atque adeo communes ſectiones diametri ſint occurrentes diametris D M, O H, B G, in centris N, H, G. Eſt enim & O H, diameter circuli O E, cum eum circulus A B, per polum A, bifariam ſecet. Sit rurſum E G, communis ſectio circulorum maximorum A E, D E, quæ etiam diameter erit tranſiens per G, centrum ſphæræ. Denique E I, communis ſit ſectio circulorum D E, O E. Et quoniam recta A G, ducta per polos paralleli O E, recta eſt ad planum paralleli, caditque in eius centrum H; erit angulus O H G, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. in triangulo G H I, rectus; atque adeo angulus H G I, acutus. Latus igitur G I, maius erit latere H I. Auferatur recta I K, rectæ I H, æqualis, iungaturque recta E K. Rurſus quia vterq; circulus D E, O E, rectus eſt ad circulum A B; erit & E I, communis eorum ſectio ad eundem perpendicularis: ac proinde, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. vterque angulus E I H, E I K, rectus. Quoniam igitur duo latera E I, I H, trianguli E I H, duobus lateribus E I, I K, trianguli E I K, æqualia ſunt, anguloſq; continent æquales, nẽpe rectos, vt oſtendimus, erunt anguli quoq; I H E, I K E, æquales. Quia verò maior eſt proportio rectæ G I, ad rectam I K, quàm anguli I K E, hoc eſt anguli O H E, ſibi æqualis,



11.1.huius. 15.1.huius. 15.1.huius. 15.1.huius. 10.1.huius. 19.primi. 19.vndec. 4.primi.

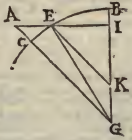
10. vndec. ad angulũ I G E, vt mox demonſtrabimus: Eſt autem angulus O H E, angulo B G C, æqualis; (ſunt enim rectæ O H, B G, communes ſectiones planorum pa-
16. vndec. rallelorũ OE, B C, factæ à plano A B, parallelæ; necnõ & rectæ E H, C G, communes ſectiones eorundem planorum factæ à plano A E.) erit quoque maior proportio rectæ G I, ad rectam I K, hoc eſt, ad rectam ſibi æqualem I H, quàm anguli BGC, ad angulum D G E: Vt autem angulus BGC, ad angulum DGE,
33. ſexti. ita eſt arcus B C, ad arcum D E. Maior igitur proportio quoq; erit rectæ GI,
4. ſexti. ad rectam I H, quàm arcus B C, ad arcum D E: Eſt autem, vt G I, ad I H, ita
15. quinti. G D, ad D N, hoc eſt, ita tota diameter D L, ad totam diametrum D M. (ſunt enim D N, O H, communes ſectiones planorum parallelorum D F,
16. vndec. O E, factæ à plano A B, parallelæ.) Igitur maior quoque proportio erit D L, diametri ſphæræ ad D M, diametrum paralleli D F, quàm arcus B C, ad arcum D E. Quapropter, ſi polus parallelorum ſit in circunferentia maximi circuli, &c. Quod demonſtrandum erat.

LEMMA.

QVOD *autem maior ſit proportio rectæ G I, ad rectam I K, quàm anguli IKE, ad angulum I G E, hoc theoremate propoſito demonſtrabimus.*

IN omni triangulo rectangulo, ſi ab vno acutorum angulorum vtcunque ad latus oppoſitum linea recta ducatur; erit maior proportio huius lateris ad eius ſegmentum, quod prope angulum rectum exiſtit, quàm anguli acuti, quem linea ducta cum prædicto latere, effecit, ad reliquum angulum acutum trianguli.

SIT triangulum rectangulum E G I, habens angulum I, rectum, ducaturque ab angulo acuto I E G, ad latus oppoſitum G I, recta linea E k, vtcunque. Dico maiorem eſſe proportionem rectæ G I, ad I K, quàm anguli acuti I K E, ad angulum acutum I G E. Ducatur enim
31. primi. *per G, recta G A, ipſi E K, parallela, occurrens rectæ I E, protractæ in A. Et quoniam angulus I, rectus eſt, erit angulus I E G, acutus, & propterea A E G, obtuſus. Latus igitur E G,*
19. primi. *in triangulo G E I, maius eſt latere G I; in triangulo verò A E G, minus latere A G. Quare arcus circuli ex centro G, ad interuallum G E, deſcriptus ſecabit rectam G I, productam vltra I, nempe in B, rectam vero G A, citra A, vt in C. Quoniam igitur triangulum G A E,*



maius eſt ſectore G C E, maior erit proportio trianguli G A E, ad
8. quinti. *triangulum G E I, quàm ſectoris G C E, ad triangulum G E I: Eſt*
8. quinti. *autem maior adhuc proportio ſectoris G C E, ad triangulum G E I, quàm*

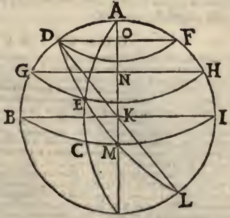
ad ſectorem G E B; quòd triangulum G E I, minus ſit ſectore G E B. Multo igitur maior erit proportio trianguli G A E, ad triangulum G E I, quàm ſectoris G C E, ad ſectorem G E B: ac proinde & componendo maior erit proportio trianguli G A I, ad triangulum G E I, quàm ſectoris G C B, ad ſectorem G E B: Eſt autem vt triangulum G A I, ad 28. quinti.
triangulum G E I, ita recta A I, ad rectam I E; & vt ſector G C B, 1. ſexti.
ad ſectorem G E B, ita angulus B G C, ad angulum B G E. Maior igitur Corol. 1. 33 ſexti.
erit quoque proportio A I, ad I E, quàm anguli B G A, hoc eſt, quàm anguli ſibi æqualis I K E, ad angulum I G E: Vt autem A I, ad I E, ita eſt 29. primi.
G I, ad I K. Igitur & maior erit proportio rectæ G I, ad rectam I K, 3 vel 4. ſexti.
quàm anguli I K E, ad angulum I G E. Quod eſt propoſitum.

SCHOLIVM.

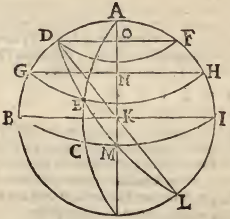
ADDITVR *in alia verſione hoc loco ſequens Theorema.*

IISDEM poſitis, Diameter ſphæræ ad diametrum paralleli per punctum obliqui circuli, per quod maximus circulus è polo tranſit, deſcripti, minorem rationem habet quàm circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo poſitum, & maxmum circulum per polos parallelorum tranſeuntem, ad circunferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam. 13.

SINT *deſcripti circuli, vt in præcedenti propoſ. Dico minorem eſſe proportionem diametri ſphæræ ad diametrum paralleli G E, quàm circunferentiæ B C, ad circunferentiam D E. Sint G H, B I, communes ſectiones circulorum G E, B C, cum circulo A B, quæ diametri illorum erunt, cum A B, per eorum polos ductus ipſos ſecet bifariã, & ad angulos rectos. Erit ergo B I, diameter etiã ſphæræ.* 15.1. huius.
Et quoniã circulus D E, ponitur rectus ad A B, tranſibit D E, per polos ipſius A B. 13.1. huius.
Eodem modo B C, per polos eiuſdem A B, tanſibit, cum recta ad ipſum ponatur. Quare M, punctum, vbi ſe mutuo ſecant, polus erit circuli A B: ac propterea ſegmẽtum DEL, quod rectum eſt ad circulum AB, inæqualiter diuidetur in E, puncto, vbi circuli DE, GE, ſe interſecant, minorq́; pars erit E D: quandoquidem arcus M D, M L, æquales ſunt, quod rectæ illis ſubtenſæ, ex defin. poli, æquales ſint. 28. tertij.



ſchol. 21 2. huius. *Recta igitur ducta* E D, *minor erit, quàm recta* E G: *ac proinde cum circulus* G E, *minor ſit circulo* D E, *maior erit circunferentia* E G, *quàm circunferentia* D E. lemma 6. huius. *Si enim recta recta* E D, *æqualis aufert ex circulo* G E, *maiorem arcum, quàm recta* D E, *ex circulo* D E: *multo magis recta* E G, *quæ maior eſt, quàm recta* E D, *vt oſtendimus, maiorem arcum auferet, &c. Quare minor erit propor-* 8. quinti. *tio arcus* B C, *ad arcum* G E, *quàm ad arcum* D E. *Quoniam vero eſt, vt arcus* B C, *ad totam circunferentiam circuli* B C, *ita arcus* G E, *ad totam circũferentiã circuli* G E, *propter ſimilitudinem arcuum* B C, G E; *(In hoc enim conſiſtit ſimilitudo arcuum, vt ad ſuorum circulorum circunferentias integras eandem habeant proportionem, vt in ſcholio prop. 33. li. 6. Eucl. tradidimus) atque adeo permutando, vt arcus* B C, *ad arcũ* G E, *ita tota circunferentia circuli* B C, *ad totam circunferentiam circuli* G E: *erit quoque minor proportio circunferentiæ circuli* B C, *ad circunferentiã circuli* G E, *quàm arcus* B C, *ad arcum* D E: *Vt autem circunferentia circuli* B C, *ad circunferentiam circuli* G E, *ita eſt diameter* B I, *(quæ ſphæræ etiam diameter eſt.) ad diametrum* G H., *vt Pappus demonſtrauit, & nos in libello Archimedis de dimenſione circuli oſtendimus. Igitur minor quoque erit proportio diametri ſphæræ* B I, *ad* G H, *diametrum paralleli* G E, *quàm arcus* B C, *ad circunferentiam* DE. *Quod eſt propoſitum.*



COROLLARIVM.

HINC fit, iiſdem poſitis, maiorem eſſe rationem circunferentiæ B C, maximi parallelorum interceptæ inter maximum circulum A B, primo poſitum, & maximum circulum A C, per polos parallelorum tranſeuntem, ad circunferentiam D E, obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam, quàm ſinus totius ad ſinum circunferentiæ A E, maximi circuli per polos parallelorum tranſeuntis; minorem vero, quàm ſinus totius ad ſinum circunferentiæ A D, maximi circuli primò poſiti inter polos parallelorum, & obliquum circulum interceptæ. Quoniam enim hoc Theoremate oſtenſum eſt, maiorem eſſe rationem arcus B C, ad arcum D E, quàm diametri ſphæræ ad diametrum paralleli G E: vt autem diameter B I,
19. quinti. ſphæræ ad G H, diametrum circuli G E, ita eſt B K, ſemidiameter, hoc eſt, ſinus totus, ad
10. 2. huius. G N, ſemidiametrum, hoc eſt, ad ſinum arcus A E. (Cum enim arcus A G, A E, æquales ſint, ſitque G N, ſinus arcus A G; erit quoque G N, ſinus arcus A E.) Maior igitur erit quoque ratio arcus B C, ad arcum D E, quàm ſinus totius B K, ad G N, ſinum arcus A E.
13. huius. RVRSVS, quoniã oſtenſum eſt, minorem eſſe rationem arcus B C, ad arcum D E, quàm diametri ſphæræ ad diametrum paralleli D F: Vt autem diameter ſphæræ B I, ad D F, diame-
15. quinti. trum paralleli D F, ita eſt B K, ſinus totius ad D O, ſinum arcus A D. Minor igitur quoque eſt proportio arcus B C, ad arcum D E, q̃ ſinus totius ad ſinũ arcus AD. Quod eſt propoſitũ.

CÆTERVM quid ſit ſinus, ex ſequenti tractatione intelligetur.

THEO-

THEOREMA 12. PROPOS. 12. 14.

SI in ſphæra maximi circuli tangant vnum, eundemq; parallelorum, intercipiantq; ſimiles parallelorum circunferentias inter vtrũque maximorum circulorum interiectas; alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus circulos tangat maiores illis, quos tangunt maximi circuli primò poſiti, ſecetq; obliquus idem circulus eoſdem maximos circulos primò poſitos in punctis poſitis inter maximum parallelorum, & circulum, quem tangunt circuli maximi primo poſiti: Diameter ſphæræ ad diametrum circuli, quem tangit obliquus circulus, maiorem rationem habet, quàm circunferentia maximi paralleli intercepta inter circulos primo poſitos, eundemq; circulum tangentes ad circunferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam.

IN ſphæra duo maximi circuli A B, C D, tangant eundem parallelum A C, intercipiantq; ſimiles parallelorum circunferentias inter ipſos interiectas; alius autem circulus maximus E F, tangat parallelum E G, maiorem parallelo A C, in E, ſitque obliquus ad parallelos, & ſecet duos priores A B, C D, inter maximum parallelorum H F, & parallelum A C, in punctis I, K. Dico maiorem eſſe rationem diametri ſphæræ ad diametrum paralleli E G, quàm circunferentiæ B D, ad circunferentiam I K. Per L, enim polum parallelorum, & puncta E, I, K, maximi circuli deſcribantur L H, L M, L N; ac per K, parallelus K O, ſecans circulum A B, in P. 20.1.huius.



Quoniam igitur maior eſt ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus H M, ad arcum E I; ratio 11. huius.

coroll. 10. huius. tio autem arcus H M, ad arcum E I, maior eſt, quàm arcus M N, ad arcum I K; erit quoq; maior ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus M N, ad arcum I K. Et quia arcus P K, ſimilis eſt arcui B D, ex hy-
10.2. huius. potheſi, & arcus OK, ſimilis arcui M N; eſtque arcus P K, minor arcu OK; erit quoque arcus B D, minor arcu M N; ac proinde minor erit ratio arcus B D,
8. quinti. ad arcum I K, quàm arcus M N, ad eundẽ arcum IK. Cum ergo oſtenſum ſit, rationem diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, maiorem eſſe, quàm arcus M N, ad arcum I K; Multo maior erit ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus B D, ad arcum I K. Si igitur in ſphæra maximi circuli tangant vnum, &c. Quod erat demonſtrandum.

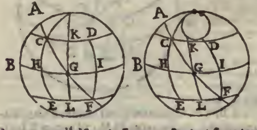
SCHOLIVM.

IN exemplari græco habetur, maiorem eſſe rationem duplæ diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, *quàm arcus* B D, *ad arcum* I K *Quod quidem ex noſtra demonſtratione liquidò conſtat. Cum enim diameter ſphæræ maiorem habeat rationem ad diametrum circuli* E G, *quàm arcus* B D, *ad arcum* I K; *multo maiorem rationem habebit dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli* E G, *quàm arcus* B D, *ad ar-*
8. quinti. *cum* I K; *propterea quòd dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli* E G, *maiorem rationem habet, quàm diameter ſphæræ ad eandem diametrum circuli* E G.

15. ## THEOR. 13. PROPOS. 13.

SI in ſphæra paralleli circuli intercipiant circunferentias maximi alicuius circuli vtrinq; æquales ab illo puncto, in quo ipſe maximus circulus ſecat maximum parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias, & per parallelorum polos deſcribantur maximi circuli, aut ſi deſcribantur maximi circuli, qui vnum eundemque parallelorum tangant: æquales intercipient circunferentias de maximo parallelorum.

IN ſphæra A B, paralleli circuli C D, E F, auferant de maximo circulo A F, duas circunferentias æquales G C, G F, vtrinque à puncto G, in quo circulus A F, ſecat maximum parallelorum B G; & per puncta C, G, F, ducatur maximi circuli ſiue per polos parallelorum, vt in priori figura, ſiue tangẽtes vnum eundemque parallelũ, vt in figura poſteriori, ſecantes maximum parallelorum in H, I.



H,I. Dico arcus G H,G I, æquales eſſe. Quoniam enim arcus GC,G F, æquales ponuntur, erunt paralleli C D, E F, æquales: Igitur & arcus G K, G L, 17. 2.huius
æquales erunt. Quare rectæ ductæ C K, F L, æquales erunt; ac proinde in cir- 18. 2.huius
culis æqualibus C D,E F, arcus æquales auferent C K, F L; & idcirco inter 3.huius.
ſe ſimiles erunt arcus C k, F L: Eſt autem arcus G H, arcui C K, & arcus 28.tertij.
G I, arcui F L, ſimilis. Igitur & arcus G H, G I, ſimiles inter ſe erunt, ac 10. vel. 13.
proinde, cum ſint eiuſdem circuli, æquales inter ſe. Si igitur in ſphæra ma- 2.huius.
ximus circulus, &c. Quod demonſtrandum erat.

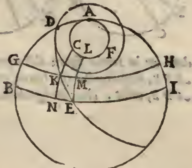
SCHOLIVM.

HINC *etiam conſtat, iiſdem poſitis, omnes arcus maximorum circulorum inter parallelos interceptos inter ſe æquales eſſe, quales ſunt* C H, H E, K G, G L, D I,
I F. *Cum enim arcus* G C, G H, *arcubus* G F, G I, *æquales ſint, erunt & recta* C H, 3.huius.
F I, *æquales; ac propterea & arcus* C H, F I, *æquales erunt: Sunt autem arcui* CH, 28.tertij.
arcus K G, D I, *& arcui* F I, *arcus* L G, E H, *æquales. Igitur omnes illi ſex ar-* 10.vel 13.
cus æquales erunt. 2.huius.

THEOREMA 14. PROPOS. 14. 16.

SI in ſphæra maximus circulus aliquem circulum tangat, alius autem maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo poſitus: inæquales intercipient circunferẽtias parallelorũ circulorum, quarum propiores vtriuis polorum maiores erunt, quàm vt ſimiles ſint remotioribus.

IN ſphæra maximus circulus A B, tangat circulum AC; & alius maximus DE, tãgat alium maiorẽ DF, ſecetque duos parallelos quoſcũq; GH, B I, in k, E. Dico arcus k H, E I, inæquales eſſe, maioremque eſſe k H, polo conſpicuo propiorem, quàm vt ſimilis ſit arcui E I, remotiori: vel ipſum E B, polo occulto propiorẽ eſſe maiorem, quam vt arcui K G, remotiori ſimilis ſit. Per puncta enim E, K, deſcribantur maximi circuli L E, C N, tangentes circulum A C, ita vt ſemicirculi à C, per 15.2.huius
N, & ab A, per B, procedentes non conueniant: item ſemicirculi ab L, per E, & ab A, per I, tendentes non coeant. Erunt igitur arcus M H, E I, ſimiles. Quare k H, maior eſt, quàm vt arcui E I, ſimilis ſit. Eodem 13.2.huius
modo,

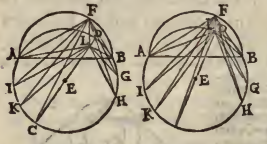


modo, quoniam ſimiles ſunt arcus B N, G k, erit B E, alteri polo propior maior, quàm vt ſimilis ſit arcui G k, ab eodem polo remotiori. Itaque ſi in ſphæra maximus circulus aliquẽ circulum tangat, &c. Quod erat demonſtrandum.

FINIS LIBRI III. THEODOSII.

AD LECTOREM.

POTERVNT, ſi placet, hæ duæ figuræ tribus illis propoſitionis ſecundæ lib. 3. adiungi, vt omnes caſus lineæ perpendicularis F L, perſpiciantur. In prima namque harum figurarum ſegmentum inſiſtens A F B, eſt ſemicirculus, caditq́, perpendicularis F L, intra ſegmentum A D B: In poſteriore autẽ eadem F L, in ipſam circunferentiam A D B, cadit, exiſtente eodem ſegmento inſiſtente A F B, ſemicirculo; quemadmo*dum & in tertia figura dictæ propoſitionis idem ſegmentum inſiſtens A F B, ſemicirculus eſt, lineaq́, perpendicularis F L, extra ſegmentum A D B, cadit. Hoc, benigne lector, te latere noluimus.*



CHRISTOPHORI
CLAVII BAMBERGENSIS
E SOCIETATE IESV

SINVS, VEL SEMISSES RECTARVM IN CIRCVLO SVBTENSARVM:

LINEAE TANGENTES: ATQVE SECANTES.

N

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

SINVS, VEL SEMISSES RECTARVM in circulo ſubtenſarum:

LINEÆ TANGENTES, ATQVE SECANTES.

PRÆFATIO.

DICI vix poteſt, quantam in rebus tã Aſtronomicis, quàm Geometricis, vtilitatē habeat Sinuū cognitio: cū innumerabilia pene problemata Aſtronomica, & Geometrica ad vſum per calculum & rationem Sinuū reuocentur, vt tum ex noſtris triangulis rectilineis, ac ſphæricis, tum ex Almageſto Ptolemæi, ex noſtra Gnomonica, & ex alijs variorum Aſtronomorum libris manifeſtum eſt. Quare, cum à paucis admodum Sinuum demonſtrationes ſint explicatæ, operæpretiū me facturum arbitror, ſi, quantà potero breuitate, ac perſpicuitate, ex varijs auctoribus, præſertim ex Ptolemæo, Purbachio, Sinuū vtilitas.

atque Iohanne Regiomontano, demonſtrationes colligam, quibus omnium arcuum ſinus & chordas cognitas habeamus, vt & tabulas Sinuum, ac chordarum iam à multis ſcriptoribus ſupputatas examinare; (facile enim error in numerorum impreſſione committitur) & nouas alias, quando res tulerit (poſito Sinu toto vel diametro quotcunq; particularum) condere poſſimus.

QVONIAM vero Recentiores ſumma felicitate ex ſinubus alias lineas collegerũt, nimirum Tangentes, atque Secantes, vt facilius quædam, ac breuius demonſtrarent; de hiſce etiam lineis agemus. Habent enim lineæ hæ egregium vſum in rebus Aſtronomicis & Geometricis, vt ex noſtris triangulis planis, ac ſphæricis fiet perſpicuum. Initium autem ſumemus à definitionibus.

DEFINITIONES.

I.

Complementũ arcus quid.

COMPLEMENTVM arcus alicuius, eſt exceſſus, quo quadrans eum ſuperat, ſi arcus minor eſt quadrante, vel ab eo ſuperatur, ſi eſt quadrante maior.

CHOR-

II.

CHORDA eſt linea recta arcum quemcunque in circulo ſubtendens. Chorda quid.

III.

SINVS rectus eſt dimidium chordæ ſubtendentis duplũ eius arcus, cuius dicitur ſinus rectus. Sinus rectus quid.

Vel aliter.

SINVS rectus eſt linea perpendicularis cadens ab vno extremo arcus, cuius dicitur ſinus rectus, in diametrum circuli ab altero extremo eiuſdem arcus ductam.

IIII.

SINVS verſus eſt pars diametri circuli inter extremum dati arcus, cuius dicitur ſinus verſus, & ſinum rectum eiuſdem arcus intercepta. Sinus verſus quid.

V.

SINVS complementi alicuius arcus eſt ſinus rectus alterius arcus, qui complementum eſt illius arcus, cuius dicitur ſinus complementi. Sinus complementi quid.

VI.

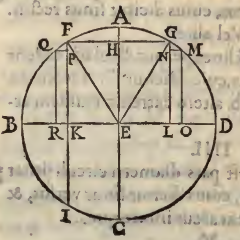
SINVS totus eſt ſemidiameter circuli, hoc eſt, ſinus rectus, vel verſus quadrantis circuli. Sinus totus quid.

VII.

SINVS tam rectus, & verſus, quàm complementi alicuius anguli rectilinei eſt ſinus illius arcus, qui in circulo deſcripto ex angulo inter duas rectas angulum conſtituentes interijcitur. Sinus anguli rectilinei quid.

EXPO-

ONATVR *circulus* A B C D, *cuius centrum* E, *per quod ducantur duæ diametri* A C, B D, *ſeſe ad rectos angulos ſecantes & totum circulum in quatuor*
26. tertij. *quadrantes æquales diuidentes, vtpote qui angulis rectis æqualibus in centro ſub tenduntur: ſumanturque arcus æquales* A F, A G: *Item* B F, B I: *& recte ducantur*
Exẽpla definitionum. F G, F I, *ſecantes diametros in* H, *&* K. *Arcus igitur* F B, *dicitur complementum arcus* F A: *quia quadrans* A B, *arcum* F A, *ſuperat arcu* F B. *Eadem ratione arcus* F A, *complementum nominatur arcus* F B. *Item arcus* B I, *complementum appellatur arcus* A I: *quia arcu* B I, *ſuperatur quadrans* A B, *ab arcu* A I.



RECTA *deinde* F G, *chorda dicitur arcus* F A G: *& recta* F I, *chorda arcus* F B I. *Et quia diameter* AC, *ſecãs arcũ* FAG, *bifariã ſecat quoq; rectã* FG, *bifariã, vt ex coroll.* 1. *propoſ.* 10. *lib.* 13. *Eucl. cõſtat, (quod tamen in lẽmate ſequẽti breuius oſtẽdemus.) erit recta* F H, *ſinus rectus arcus* FA, *iuxta priorẽ defin. ſinus recti: quia eſt dimidiũ chordæ* F G, *ſubtendentis arcũ* FAG, *duplum arcus* FA, *cuius* F H, *dicitur ſinus. Itaq; ſi quemlibet arcũ, eiusq; chordam bifariã ſecemus, dimidiũ chordæ dicetur ſinus rectus dimidiati arcus. Hinc factum eſt, vt Sinus recti à plerisque dicantur Semiſſes rectarum*
Sinus recti cur dicãtur ſemiſſes rectarum in circulo ſubtenſarum. *in circulo ſubtenſarum. Eadem quoque recta* F H, *erit ſinus rectus eiuſdem arcus* F A, *ſecundum poſteriorem defin. ſinus recti: quoniam perpendicularis eſt, ducta ab* F, *extremo dicti arcus ad diametrum* A C, *ab altero extremo* A, *eiuſdem arcus ductam;*
3. tertij. *propterea quod recta* E A, *ſecans rectã* F G, *bifariam, ſecat eandẽ ad angulos rectos.*

RECTA *vero* A H, *ſinus verſus eſt eiuſdem arcus* F A: *cum ſit pars diametri* A C, *inter* A, *extremum dicti arcus, & ſinum eius rectum* F H, *intercepta. Dicitur autem verſus hic Sinus, quia verſo modo collocatur, ſi cum ſinu recto conferatur.*
Sinus verſus cur dicatur ſagitta. *Hunc nonnulli dicunt ſagittam, quoniam inſtar ſagittæ eſt in arcu* F A G, *à chorda* F G, *excuſſa.*

RECTA *porrò* F K, *eſt ſinus complementi arcus* F A: *quia eſt ſinus rectus arcus*
Sin⁹ verſus cõplemẽti alicuius arcus quid. F B, *qui complementum eſt arcus* F A.

RECTA *autem* K B, *eſt ſinus verſus complementi arcus* F A, *hoc eſt, ſinus verſus arcus* F B, *qui complementum eſt arcus* F A.

Sinus rect⁹ prim⁹ ac ſecundus: Itẽ ſinus primus & ſin⁹ ſecundus apud quoſdam quid. NONNVLLI *porro Aſtronomi Sinum, quem nos rectum diximus, appellant Sinum rectum primum; Sinum vero, quem Sinum complementi diximus, vocant Sinum rectum ſecundum. Vt rectam* F H, *appellant ſinum rectum primum arcus* F A: *rectam vero* F K, *ſinum rectum ſecundum eiuſdem arcus. Sunt alij etiam, qui ſinum rectum ſimpliciter appellent ſinum primum, verſum autem dicant ſinum ſecundum.*

Quod

Quod dixerim, vt intelligas auctores, qui variè de ſinubus ſunt locuti. Nos communem modum loquendi retinuimus. Cæterum cum ſcriptores de ſinu aliquo loquuntur, ſemper intelligunt ſinum rectum: niſi illum vocent ſinum complementi, aut verſum.

SEMIDIAMETER *deinde* A E, *ſinus eſt tam rectus, quàm verſus quadrantis* A B: *qui totus dicitur, ſiue maximus, propterea quòd maximus ſit omnium ſinuum tam rectorum, quàm complemẽtorum, immo vero & maior omnibus ſinubus verſis illorum arcuum, qui quadrante minores ſunt: Solum minor eſt ſinubus verſis illorum arcuum, qui quadrante ſunt maiores, vt infra dicemus, qui quidem rarius in vſum veniunt, quàm alij. Vel certe dicitur totus, ſiue maximus, quia in tabula Sinuum, in qua Sinus recti tantummodo ponuntur, omnium Sinuum maximus eſt ille, qui quadranti, ſeu gradibus 90. reſpondet, vt ex tabula Sinuum, quam infra ponemus, perſpicuum erit.*

[Qu]andoſit mentio alicuius ſinus abſolute, intelligit ſinus rectus.

Sinus totus vel maximus cur ſic dicatur.

POSTREMO, *ducta recta* E F, *erit recta* F H, *ſinus rectus anguli* F E H: *recta autem* F K, *ſinus complementi eiuſdem anguli; & recta* A H, *eiuſdem anguli ſinus verſus: quoniam recta* F H, *eſt ſinus rectus arcus* F A, *in circulo deſcripto ex angulo* F E H, *interceptus inter rectas* E F, E A, *angulum dictum conſtituentes: recta autem* F K, *eſt ſinus complementi eiuſdem arcus: & recta* A H, *ſinus verſus.*

CAETERVM *duo arcus ſemicirculum conſtituentes eundem prorſus habent ſinum, tam rectum, quàm complementi; quemadmodũ & duo arcus circulum conficientes vnam eandemq; chordam habent: ſinus tamen verſi eorum differunt, conficiuntq; totam circuli diametrum. Vt duo arcus* F A, F C, *conficientes ſemicirculum* A B C, *eundem habent ſinum rectum* F H, *quemadmodum & duo arcus* F A G, F C G, *eorum dupli, circulum conficientes, eandem habent chordam* F G, *cuius dimidium eſt ſinus rectus* F H, *vt vult prior definitio ſinus recti; qui quidem ſinus rectus* F H, *linea perpendicularis eſt, ducta à communi extremo* F, *vtriuſque arcus* F A, F C, *ad diametrum* A C, *ab extremis reliquis* A, C, *eorundem arcuum ductam, vt vult poſterior ſinus recti definitio. Iidem duo arcus* F A, F C, *eundem ſinum complementi habent* F K; *propterea quòd arcus* F B, *cuius ſinus rectus eſt* F K, *eſt complementum vtriuſque arcus. Sinus tamen verſi ijdem non ſunt, ſed* A H, *eſt ſinus verſus arcus* F A; & C H, *eſt ſinus verſus arcus* F C: *qui quidem duo ſinus verſi diametrum* A C, *conſtituũt. Vbi vides ſinum verſum* C H, *arcus* F C, *quadrantem ſuperantis maiorem eſſe ſemidiametro, ſeu ſinu toto* C E.

Duo arcus ſemicirculum conficientes eũdem habẽt ſinum, quẽadmodum & duo arcꝰ circulũ conficiẽtes, eãdẽ chordã: ſinꝰ tñ verſos habent differentes, conficiẽtes totã diametrum.

Sinꝰ verſus arcus quadrãte maioris maior ẽ ſinu toto.

SIC *etiam duo anguli duobus rectis æquales eundem ſinum habent tam rectum, quam complementi. Vt patet in angulis* A E F, F E C, *quorum vtriuſque ſinus rectus eſt* F H; *ſinus autem complementi* F K: *propterea quod arcubus* A F, F C, *inſiſtunt, quorum vtriuſque ſinus rectus eſt* F H, *complementi autem ſinus* F K, *vt dictum eſt. Sinus tamen verſi eorundem angulorum ijdem non ſunt, ſed* A H, *ſinus verſus eſt anguli* A E F, *nempe arcus* A F; & H C, *eſt ſinus verſus anguli* F E C, *puta arcus* F C. *Conficiunt autem ambo ſinus verſi totam diametrum* A C.

Duo anguli duobꝰ rectis æquales eundẽ ſinũ habent, ſed ſinus verſos differẽtes, vtpote q totã diametrũ cõficiant.

RVRSVM *ſinus rectus cuiuſuis arcus æqualis eſt ſegmento diametri inter centrum, & ſinum rectum complementi eiuſdem arcus interiecto: Sinus autem complementi cuiuslibet arcus æqualis eſt ſegmento diametri inter centrum, & ſinum rectum eiuſdem arcus poſito. Vt* F H, *ſinus rectus arcus* F A, *æqualis eſt ſegmento diametri* E K: & F K, *ſinus complementi eiuſdem arcus* F A, *æqualis eſt ſegmento diametri* E H: *ob parallelogrammum* H K: *ſunt enim tam rectæ* H F, E K, *quàm rectæ* K F, E H, *parallelæ, propter rectos angulos* H, E, K, F. *Hinc fit, ſi ſint duo arcus, quorum vnus alterius ſit complementum, vtriuſuis ſinum rectum æqualem eſſe complemento ſinus*

Sinus tam rectus, q̃ cõplementi, cui ſegmento diametri ſit æqualis.

34. primi.

28. primi.

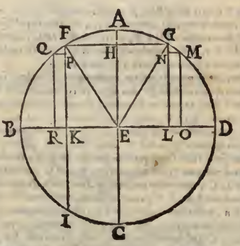
verſi

Alterius arcus. Vocamus autẽ cõplementum ſinus verſi ſegmentum diametri, quo ipſe ſinus verſus à ſemidiametro ſuperatur, ſi eius arcus quadrante minor eſt, vel ſemidiametrum ſuperat, ſi eius arcus maior eſt quadrante. Vt H E, *dicimus complementum tam ſinus verſi* A H, *arcui* F A, *reſpondentis, quàm ſinus verſi* C H, *arcuĩ* F C, *reſpondentis. Vides igitur, duorum arcuum* F A, F B, *quorum vnus alterius eſt complementum, ſinum rectum* F K, *arcus* F B, *æqualem eſſe ipſi* H E, *complemento ſinus verſi* A H, *alterius arcus* F A: *Et ſinum rectum* F H, *arcus* F A, *æqualem eſſe ipſi* E K, *complemento ſinus verſi* B K, *alterius arcus* F B. *Eadem ratione, quoniam arcus* F B, *complementum eſt arcus* F C, *vides ſinum rectum* F H, *arcus* F C, *æqualem eſſe ipſi* E K, *complemento ſinus verſi* B K, *alterius arcus* F B: *Et ſinum rectum* F K, *arcus* F B, *æqualem eſſe ipſi* E H, *complemento ſinus verſi* C H, *alterius arcus* F C. *Sic etiam ſinus complemẽti arcus cuiuſuis æqualis eſt complemẽto ſinus verſi eiuſdem arcus. Vt* F K, *ſinus complementi arcus* A F, *vel* F C, *æqualis eſt ipſi* H E, *complemento ſinus verſi* A H, *vel* C H, *arcus* A F, *vel* F C.

Duorum arcuum, quorum vnus alterius eſt complemẽtum, ſinus rect' vtriuſlibet æqualis eſt complemento ſinus verſi alterius arcus.

Complementum ſinus verſi quid.

34. primi.



PARI *ratione in eodem circulo, vel in circulis æqualibus, ſinus tam recti, quàm verſi, aut ſinus complementorum arcuum æqualium, & quadrante minorum, æquales ſunt: Et contra, æqualium ſinuũ tam rectorum, quàm verſorum, aut ſinuum complementorum, arcus quadrãte minores æquales ſunt. Arcuũ verò inæqualium, & quadrante minorum, ſinus inæquales ſunt, ſinus quidem tam rectus quàm verſus maioris maior, minoris verò minor; ſinus autem complemẽti maioris arcus minor, & minoris maior; Et contra, inæqualium ſinuum tam rectorum, quam verſorum, aut ſinuum complementorum, inæquales arcus ſunt, maioris quidem ſinus tam recti quàm verſi maior arcus, & minoris minor; maioris autem ſinus complementi arcus minor, & minoris maior. Sint enim arcus æquales* B F, D G. *Dico eorum ſinus rectos* F K, G L, *æquales eſſe: Item ſinus verſos* K B, L D, *nec non ſinus complementorũ* E K, E L. *Cum enim arcus* B F, D G, *æquales ſunt, erunt quoque anguli* B E F, D E G, *æquales. Sunt autẽ & recti anguli* K, L, *æquales, nec non & latera* E F, E G, *æqualia, nempe ſemidiametri. Igitur & tam latera* F K, G L, *quàm latera* E K, E L, *inter ſe æqualia erunt, nempe ſinus recti inter ſe, & ſinus complementorum inter ſe. Detractis autem* E K, E L, *æqualibus ex ſemidiametris* E B, E D, *reliqui erunt ſinus verſi* K B, L D, *æquales. quod eſt propoſitum. Sint iam ſinus æquales, ſiue recti* F K, G L, *ſiue verſi* K B, L D, *ſiue ſinus complementorum* E K, E L. *Dico arcus* B F, D G, *eſſe æquales. Nam ſi* F K, G L, *ſint æquales, erunt eorum*

In eodem circulo, aut æqualibus, arcuum æqualium ſinus æquales ſunt: & contra. At arcuũ inæqualium ſinus inæquales ſunt; & contra.

27. tertij.

26. primi.

quadrata

quadrata æqualia. Cum ergo quadrata rectarum E F, E G, *æqualia quoque ſint, &* 47. primi.
illi quidem æqualia ſint quadrata ex F K, K E, *huic vero quadrata ex* G L, L E; *ac proinde duo quadrata ex* F K, K E, *duobus quadratis ex* G L, L E, *æqualia: ſi auferantur duo æqualia quadrata rectarum* F K, G L, *æqualia remanebunt quadrata ex* E K, E L; *ac proinde & rectæ* E K, E L, *æquales erunt. Quare cum latera* E F, E K, *lateribus* E G, E L, *æqualia ſint, & baſis* F K, *baſi* G L, *æqualis; erunt anguli* 8. primi.
F E B, G E D, *æquales; ac proinde & arcus* B F, D G, *æquales erunt. Quod ſi ſinus* 26. tertij.
complementorum E K, E L, *ſint æquales, oſtendemus eodem modo, rectas* F K, G L, *æquales eſſe. Quare vt prius, erunt arcus* B F, D G, *æquales. Si tandem ſinus verſi* K B, L D, *ponantur æquales; ijs ablatis ex ſemidiametris* E B, E D, *relinquentur ſinus complementorum* E K, E L, *æquales. Quare rurſus oſtendemus, vt prius, arcus* B F, D G, *æquales eſſe. quod erat oſtendendum. Iam vero ſit arcus* B F, *maior arcu* D M, *& ducatur ſinus* M O. *Dico ſinum rectum* F K, *maiorẽ eſſe ſinu recto* M O: *Item ſinũ verſum* K B, *maiorẽ ſinu verſo* O D: *ſinũ vero cõplementi* E K, *minorẽ ſinu cõplementi* E O. *Poſito enim arcu* D G, *æquali arcui* B F, *erunt, vt demonſtrauimus, tam ſinus recti* F K, G L, *quàm verſi* K B, L D, *& ſinus cõplementorũ* E K, E L, *æquales. Cum ergo* L D, *maior ſit, quàm* O D, *erit quoque ſinus verſus* K B, *ſinu verſo* O D, *maior: Item cũ* E L, *minor ſit, quàm* E O, *erit quoque ſinus cõplementi* E K, *minor ſinu cõplementi* E O.
Ducatur M N, *ad* G L, *perpendicularis, eritque* N L, *ipſi* M O, *æqualis. Cum ergo* G L, 34. primi.
maior ſit, quàm N L, *hoc eſt, quàm* M O, *erit quoq; ſinus rectus* F K, *maior ſinu recto* M O. *quod demonſtrandum erat. Sit denique tam ſinus rectus* F K, *maior ſinu recto* M O, *quàm ſinus verſus* K B, *ſinu verſo* O D; *& ſinus complementi* E O, *maior ſinu complementi* E K. *Dico ſinui maiori tam recto, quàm verſo reſpondentem arcum* B F, *maiorem eſſe arcu* D M, *qui minori ſinui tam recto, quàm verſo reſpondet. At maiori ſinui complementi arcum reſpondentem* D M, *minorem eſſe arcu* B F, *qui minori ſinui complementi reſpondet. Nam ſi* F K, *maior ſit, quàm* M O, *auferatur* K P, *ipſi* M O, *æqualis, & ducatur* P Q, *ad* F K, *perpendicularis, ducaturque* Q R, *ad* B E,
perpendicularis, quæ ipſi P K, *hoc eſt, ipſi* M O, *æqualis erit; ac proinde, vt paulò ante* 34. primi.
oſtenſum eſt, erunt arcus B Q, D M, *æquales, propter æqualitatem ſinuum rectorum* Q R, M O. *Cum ergo arcus* B F, *arcu* B Q, *maior ſit, erit idem arcus* B F, *arcu* D M, *maior. Quòd ſi* K B, *maior ſit, quàm* O D, *abſcindatur* B R, *ipſi* D O, *æqualis, ducaturque* R Q, *ad* B E, *perpendicularis: Eruntq; arcus* B Q, D M, *vt paulo ante monſtrauimus, æquales, ob æqualitatem ſinuum verſorum* R B, O D. *Quare cũ arcus* B F, *maior ſit arcu* B Q, *erit idem arcus* B F, *arcu* D M, *maior. Si tandem maior ſit* E O, *quàm* E K, *detrahatur* E L, *ipſi* E K, *æqualis, ducaturque ad* E D, *perpendicularis* L G: *Eruntq; arcus* B F, D G, *ob æqualitatem ſinuum complementorum* E K, E L, *æquales, vt paulo ante fuit oſtenſum. Quam ob rem cum arcus* D M, *arcu* D G, *ſit minor, erit idem arcus* D M, *arcu* B F, *minor. Quod eſt propoſitum.*

Anguli æquales habent ſinus æquales, &c.

IDEM *prorſus dicendum eſt de ſinubus angulorum. Nam & anguli æquales habent ſinus æquales tam rectos, quam complemẽtorum, & verſos, &c. propterea quod æquales anguli inſiſtunt in centro æqualibus arcubus, &c.*

Si in triangulo rectangulo latus recto angulo oppoſitũ ſit ſinus totus, erit vtrumuis laterum reliquorum ſinus rectꝰ anguli acuti oppoſiti.

POSTREMO *in omni triangulo rectangulo, ſi latus recto angulo oppoſitum ponatur ſinus totus, reliqua duo latera ſunt ſinus recti reliquorum angulorum acutorum, quibus opponuntur. Vt in triangulo rectangulo* E K F, *in quo* E F, *eſt ſinus totus, vtpote ſemidiameter circuli ex* E, *deſcripti, latus* F K, *eſt ſinus rectus anguli* F E K, *ex defin. 6. Sic quoque ſi idem circulus ex* F, *deſcriberetur, eſſet latus* E K, *ſinus rectus anguli* E F K, *ex eadem defin. 6. Quod etiam hinc patet, quòd angulus* E F K,

29 primi. 34 primi.

æqualis eſt angulo alterno A E F; *cuius ſinus rectus eſt, ex defin.* 5 *recta* F H, *quæ quidem æqualis eſt lateri* E K. *Eodem pacto vtrumuis reliquorum laterum in triangulo rectangulo eſt ſinus complementi anguli acuti ſibi adiacentis, nempe ſinus complementi illius arcus, cuius alterum latus eſt ſinus rectus. Vt in eodem triangulo rectangulo* E K F, *latus* F K, *eſt ſinus complementi anguli* E F K, *ſiue arcus* F A, *cuius ſinui recto* F H, *alterũ latus* E K, *æquale eſt. Item latus* E K, *æquale eſt ipſi* F H, *ſinui complementi anguli* F E K, *ſiue arcus* F B, *cuius alterum latus* F K, *ſinus rectus eſt. Sed iam lemma, cuius ſupra fecimus mentionem, demonſtremus.*

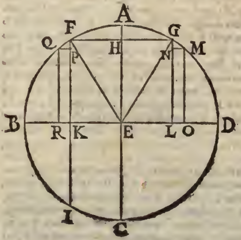
Si in triangulo rectangulo, latus recto angulo oppoſitũ ſit ſinus totus, erit vtrumuis reliquorum alterum latus ſinus rectus eſt.

LEMMA.

Recta linea è cẽtro ducta ſecans aliam rectã bifariã ſecat quoque arcum, cui illa ſubtenditur, bifariam: Et cõtra.

SI in circulo recta linea è centro ducta aliam rectam non per centrum ductam bifariam ſecet, ſecabit eadem & arcum, cui illa recta ſubtenditur, bifariam: Et ſi arcum ſecet bifariam, ſecabit quoque rectam ei ſubtenſam bifariam.

S E C E T in eadem figura recta E A, rectam F G, bifariam in H. Dico eandem ſecare quoque arcum F G, bifariã in A, & contra. Ducta enim recta E G; quoniã duo latera EF, EH, triãguli E F H, æqualia ſunt duobus lateribus E G, E H, trianguli E G H, vtrumq; vtrique; baſisq́; H F, baſi H G, ponitur æqualis; erit angulus F E H, angulo G E H, æqualis. Igitur arcus A F, arcui A G, æqualis erit. Quod eſt propoſitũ.



8. primi. 26. tertij.

V E R V M ſecet iã recta E A, arcum F G, bifariam in A. Dico eandem ſecare quoque rectam F G, bifariam in H. Quoniam enim arcus A F, A G, æquales ſunt, erunt quoq; anguli F E H, G E H, æquales. Igitur cum & duo latera E F, E H, trianguli E F H, duobus lateribus E G, E H, trianguli E G H, æqualia ſint; erunt & baſes H F, H G, æquales. Quod eſt propoſitum.

27. tertij. 4. primi.

E X hoc ſequitur, rectam E A, quæ arcum F G, bifariam ſecat in A, ſecare quoque rectam F G, bifariam in H; vt ſupra poſuimus.

QVONIAM vero Sinus totus (hoc eſt, ſemidiameter cuiusuis circuli) intelligitur ab Aſtronomis diuiſus in aliquot partes æquales, vt ratione harum partium omnes alios ſinus metiantur, proportiones ve omnium ſinuum ad ſinum totum, ſiue ad ſemidiametrum in numeris exprimant; explicādum paucis erit, in quot partes ſemidiametrum diſtribuerint: Neque enim omnes eodem modo eam ſunt partiti. Ptolemæus namque ſemidiametrum ſecat in 60. partes æquales, totam vero diametrum in 120. Quamlibet deinde partem concepit diuiſam eſſe in 60. Minuta, & quoduis Minutum in 60. Secunda. Hanc diuiſionem omnes fermè antiqui, & nonnulli ex recentioribus, inter quos eſt Orontius, ſecuti ſunt. Supputauit autem Ptolemæus lib. 1. Almageſti tabulam omnium chordarum, quæ arcubus ſemicirculi dimidiato gradu ſeſe ordine ſuperantibus, initio facto ab arcu 30. Minutorum, reſpondēt, in partibus, quarum 120. tota diameter continet. Orontius vero tabulam condidit omnium ſinuum, qui arcubus quadrantis vno Minuto ſeſe ordine ſuperantibus, initio facto ab arcu 1. Minuti, reſpondent, in partibus, quarum 60. ſemidiameter, ſeu ſinus totus continet. ArZahel vero Arabs conſtituit ſemidiametrum partium 150. ac proinde totam diametrum partium 300. quas quidem partes rurſus diſtribuit in Minuta, & Secunda, vt Ptolemæus. Sed vtrouis modo ſemidiameter, ſiue diameter diuidatur, permoleſtum eſt, alios omnes ſinus ſiue chordas in eiuſmodi partibus inueſtigare, cum ſemper multiplicatio, diuiſio, extractioq́; radicum per fractiones Aſtronomicas inſtituenda ſit: Vel certe Partes in Minuta, ac Secunda conuertendæ, & contra, Minuta ac Secunda in Partes: quæ res valde laborioſa eſt non ſolum parum exercitatis in Arithmeticis, verum etiam peritiſſimis.

Omnes ſinus exprimuntur in partibus, in quas ſinus totus concipitur eſſe diuiſus.

Semidiameter circuli in quot partes ſecetur à Ptolemæo & Arzahele.

QVAMOBREM alij Aſtronomi, inter quos eſt Georgius Purbachius, Ioannes Regiomontanus, Petrus Appianus, ſemidiametrum, hoc eſt, ſinum totum, in multo plures particulas æquales partiti ſunt, vtpote in partes 10000000. vel 100000. Ita enim opus non erit partes has in Minuta, ac Secunda diſtribuere; cum vna harum partium ſit vel multo minor, quàm vnum Secūdum ſemidiametri in partes 60. ſecundum Ptolemæum diuiſæ, vel certe non multo maior. Nam vnum Secundum eſt $\frac{1}{216000}$. totius ſemidiametri diuiſæ in 60. partes, cum 60. partes contineant 216000. Secunda: At vna particula ſemidiametri diuiſæ in partes 10000000. vel 100000. eſt $\frac{1}{10000000}$. vel $\frac{1}{100000}$. totius ſemidiametri. Conſtat autē minutiā hāc $\frac{1}{10000000}$. eſſe multo minorē illa $\frac{1}{215000}$. hanc vero $\frac{1}{100000}$. non eſſe multo maiorē illa eadem $\frac{1}{216000}$. Itaque etiā ſi in ſinu aliquo negligatur interdum vna ferme particula ex 10000000. particulis ſinus totius, multò tamen minor error committetur, quàm ſi, negligatur vnum ferè ſecundum ex 216000. Secundis, in qua ſinus totus intelligitur eſſe diuiſus: Si vero negligatur vna ferè particula ex 100000. particulis ſinus totius, non multò maior error cōmittetur, quàm ſi negligatur vnum fere ſecundum ex 216000. ſecundis, in quæ ſinus totus diſtribuitur.

Cōmodior eſt diuiſio ſemidiametri, vel ſinus totius in particulas 10000000. vel 100000. quàm in 60.

SVNT etiam, qui diſtribuant ſinum totum in partes 6000000. vel 60000. extantq́; tabulæ ſinuū à Ioan. Regiom. compoſitæ, in quibus ſinus totus tot particulas ponitur continere: ſed magis in vſu eſt apud Aſtronomos diuiſio ſinus totius in particulas 10000000. vel 100000. Immo communis fere vſus omnium obtinuit, vt in ſupputationibus, quæ ex ſinubus depromuntur, ſinus totus ſtatuatur particularum 100000. qualem & nos tam in ſphæra, quàm in Gnomonica alijſque operibus conſtituimus: quamuis, quo maior fuerit ſinus totus, eo etiam accuratior ſupputatio atque calculus reddatur. Conſtruxit porrò Ioan. Regiom. tabulam omnium Sinuum,

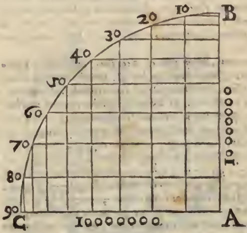
Quantus ſit ſinus totus ſecundum communem vſum, & quā tus ab auctore ſtatuatur. Item eo fieri calculū

accuratiorem, quo maior fuerit ſinus totus.

qui arcubus quadrantis vno Minuto ſeſe ordine ſuperantibus reſpondent, in partibus ſinus totius in partes 10000000. diuiſi; initio facto ab arcu 1. Minuti: quam nos ſumma cura, ac diligentia examinauimus, & in quibuſdam locis correximus; quoniam propter typographorum incuriam mendis omnino non carebat. Hanc tabulam emendatam infra ſubijciemus, ſi prius demonſtrationes ex Ioanne Regiomontano potiſſimum decerptas exponamus, quibus omnium arcuum ſinus numeris exprimi poſſint in partibus ſinus totius in quotuis partes diſtributi. Poſt tabulæ vero vſum ſubijciemus quoque Ptolemæi & aliorum demonſtrationes, quibus omnium arcuum chordæ numeris exprimantur, ex quibus rurſus facili negotio tabula ſinuũ conſtrui poteſt.

Quo pacto omnes ſinus poſſint cognoſci in maximo aliquo quadrante, ſine vllo ſupputationis labore, aut moleſtia.

ATQVE in primis, ſi in plano aliquo Quadrans tantæ magnitudinis construeretur, vt eius arcus commode in 90. gradus, & ſinguli gradus in 60. Minuta; itemque vtraque eius ſemidiameter, ſiue ſinus totus, in 10000000. partes æquales, vel etiam in plures, pauciores ve diuidi poſſet, facili negotio ſine vlla ſupputationis moleſtia, aut labore, omniũ ſinuũ magnitudines cognoſcerẽtur, ſi ex ſingulis arcus Minutis rectæ ad vtramque ſemidiametrũ perpendiculares ducerentur. Vt in quadrãte hoc A B C; ſi arcus B C, in Gradus, ac Minuta ſecetur; (Nos ob ſpatij anguſtias eum in nonem partes ſecuimus, vt ſingulæ denos complectãtur gradus.) Item vtraque ſemidiameter in 10000000. particulas, vel in plures, pauciores ve diſtribuatur, atque ad vtramque ſemidiametrum perpendiculares ducantur: erunt perpendiculares ad ſemidiametrum A B, ductæ, ſinus recti arcuum quadrantis à puncto B, incipientium; quibus æquales ſunt portiones ſemidiametri A C, inter punctum A, & perpẽdiculares ad ſemidiametrum A C, ductas. Quot ergo particulas cõtinebunt hæ portiones ex illis 10000000. tot particularũ erunt ſinus recti arcũ quadrantis. Eodem modo tam ſinus complementorum arcuum eorundem, quàm ſinus verſi cognoſcentur.



34. primi.

Perpendiculares enim ad ſemidiametrum A C, demiſſæ ſunt ſinus complementorum, quibus æquales ſunt portiones ſemidiametri A B, inter punctum A, & perpendiculares ad ſemidiametrum A B, ductas: Portiones vero eiuſdem ſemidiametri A B, inter punctum B, & dictas perpendiculares ſunt ſinus verſi eorundem arcuum à puncto B, incipientium. Sed quoniam fieri non poteſt, vt Quadrans tantæ magnitudinis reperiatur, qui commode tot diuiſiones recipiat, inueſtigabimus ſinuum magnitudines per demonſtrationes Geometricas, poſito ſinu toto quotcunq; particularum, ſequentibus propoſitionibus. Satis autem erit, ſinus rectos omnium arcuum inquiramus: ex his enim cognitis & ſinus complementorum, & verſi eorundem arcuum patefient, vt in vſu tabulæ Sinuum exponemus.

34. primi.

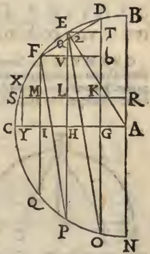
THEO-

THEOR. 1. PROPOS. 1.

IN Quadrante circuli ſumptis arcubus æqualibus, ſi ab eorum terminis ad alterutram ſemidiametrorum, vel ad rectam ſemidiametro parallelam, perpendiculares ducantur; erunt ſegmenta ſemidiametri, vel illius parallelæ inter illas perpendiculares intercepta, inæqualia, maiusq; erit illud, quod alteri ſemidiametro propinquius eſt.

Perpẽdiculares ex arcubus quadrãtis æqualibus ad alterutrã ſemidiametrorum, vel ad rectam ſemidiametro parallelam ductę auferũt ſegmenta inæqualia, maiuſq; eſt illud, qđ alteri ſemidiametro ꝓpinquius eſt.

SIT Quadrans ABC, in quo arcus æquales ſint D E, E F, à quorum terminis ad ſemidiametrum A C, vel ad rectam R S, ipſi A C, parallelam perpendiculares ducantur D K G, E L H, F M I. Dico ſegmenta G H, H I, vel K L, L M, inæqualia eſſe, maiusque eſſe G H, quàm H I, vel K L, maius, quàm L M. Completo enim ſemicirculo B C N, producantur rectæ D G, E H, F I, vſque ad O, P, Q. Ductis quoque rectis E T, F V, ad D O, E P, perpendicularibus, iungantur rectæ E O, F P. Et quoniam arcus D E, E F, æquales ſunt, 27. tertij.
erunt anguli quoque D OE, E P F, illis inſiſtentes, æquales: Sunt autem & recti anguli T, V, æquales. Igitur cum tres anguli trianguli E O T, tribus angulis trianguli F P V, ſint æquales; quòd tam illi, quàm hi duobus 32. primi.
rectis ſint æquales; erit & reliquus angulus T E O, reliquo angulo V F P, æqualis: ac propterea æquiangula erũt triãgula E O T, 4. ſexti.
F P V. Quare erit vt O E, ad E T, ita P F, ad 15. tertij.
F V: Eſt autẽ recta O E, maior, quàm recta P F; quod illa centro propinquior ſit, quàm hęc. Igitur & recta E T, maior eſt, quàm recta F V. Cum ergo recta E T, æqualis ſit 34. primi.
ſegmentis G H, K L, ob parallelogramma T H, T L; & recta F V, ſegmentis H I, L M, ob parallelogramma V I, V M; erit quoque ſegmentum G H, maius ſegmento H I, & ſegmentum K L, ſegmento L M. In quadrante ergo circuli ſumptis arcubus æqualibus, &c. Quod erat demonſtrandum.



BREVIVS. Ducatur recta D F, ſecans ſemidiametrum ductam A E, in Z, & rectam E H, in a, producaturque recta F V, vſque ad b. Quoniam igitur arcus D F, ſectus eſt bifariam in E, ſecta quoque erit recta D F, bifariam in Z, ex lemmate in definitionibus poſito, ac proinde D a, maior erit quàm

a F.

2.ſexti.

a F. Cum ergo ſit, vt D a, ad a F, ita b V, ad V F, erit quoque b V, maior, quàm V F, hoc eſt, G H, maior, quàm H I; & K L, maior quàm L M.

COROLLARIVM.

Differentię ſinuū recto rū à principio quadrātis vſq; ad eius finem ſenſim decreſcunt: adeo vt ſinꝰ minorū arcuū maiores habeāt differētias, quā ſinꝰ arcuū maiorū; dū modo arcꝰ habeāt differentias ęquales.

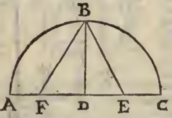
CONSTAT ex hac propoſitione, ſi quotcunque arcus quadrātis à ſemidiametro eadē incipientes habeant æquales differentias, exceſſusve; ſinus rectos minorum arcuum habere maiores differentias, quàm ſinus arcuum maiorum: adeo vt differentiæ ſinuum à principio quadrantis ad finem vſque ſemper decreſcant. Nam ſi in eadem figura huius propoſ. accipiatur arcus F X, arcubus D E, E F, æqualis, ducaturque recta X Y, ad ſemidiametrum A C, perpendicularis, habebunt quatuor arcus B X, B F, B E, B D, æquales exceſſus, cum B X, ipſum B F, superet arcu F X; & B F, ipſum B E, arcu E F, qui arcui F X, poſitus eſt æqualis; & arcus B E, arcum B D, arcu D E, qui arcui E F, æqualis eſt. Sinus autem recti eorum arcuum ſunt A Y, A I, A H, A G, vt ſupra in expoſitione definitionum docuimus, cum ſint partes ſemidiametri A C, inter centrum A, & ſinus complementorum interiectæ, vt patet. Et quoniam in hac propoſ. demonſtrauimus, rectam G H, maiorem eſſe, quàm H I, & H I, maiorem, quàm I Y; liquet, exceſſum G H, inter ſinus arcuum minorum B E, B D, maiorem eſſe exceſſu H I, inter ſinus arcuum maiorum B F, B E: Item exceſſum H I, inter ſinus arcuum minorum B F, B E, maiorem eſſe exceſſu I Y, inter ſinus maiorum arcuum B X, B F. Eademque ratio eſt de cæteris. Conſtat igitur, differentias ſinuum rectorum ſenſim decreſcere à principio quadrantis vſque ad eius finem: Id quod perſpicuè ex ſinuum tabula apparet.

PROBL. 1. PROPOS. 2.

Latera Decagoni, & Pentagoni in vno eodemq; circulo quo pacto inueniantur.

LATERA Decagoni, & Pentagoni æquilateri in vno eodemq; circulo inueſtigare.

QVAMVIS hæc latera inueniantur per ea, quæ ab Euclide lib. 4. ſunt demonſtrata: nihilominus eadem à Ptolemæo lib. 1. Almagesti cap. 9. inueſtigantur ratione alia, quæ ad plurimorum ſinuum inuentionem multum conducit. Eſt autem hæc ratio. Sit circulus, vel (quod ſatis eſt) ſemicirculus ABC, ad cuius diametrum A C, ex D, centro educatur perpendicularis D B. Diuiſa quoque ſemidiametro C D, biſariam in E, ducatur recta E B, cui ęqualis abſcindatur E F, iungaturque recta F B. Dico rectam B F, eſſe latus Pentagoni, & D F, latus Decagoni in circulo A B C. Cum enim recta C D, ſecta ſit biſariam in E, eique addita D F; erit rectangulum ſub C F, D F, vna cum quadrato rectæ D E, æquale quadrato rectæ E F, ideoq; quadrato rectæ E B, quæ ipſi E F, æqualis eſt: Eſt autem quadratum rectæ E B, æquale quadratis rectarum B D, D E. Igitur rectangulum ſub C F, D F, vnà cum quadrato rectæ D E, æquale eſt quadratis rectarum B D, D E: Ac proinde, dempto communi quadrato rectæ D E, relinquetur rectangulum ſub C F, D F, æquale quadrato rectæ B D, hoc eſt, quadrato rectæ C D. Quamobrem erit, vt C F, ad C D, ita C D, ad D F; proptereaque recta C F, diuiſa erit in D, extrema ac media ratione. Cum igitur maius ſegmentum C D, ſit latus Hexagoni in circulo A B C, ex coroll



6.ſecundi.

47.primi.

17.ſexti.

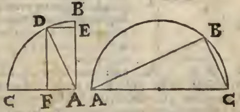
roll.propoſ. 15. lib. 4. Eucl. erit minus ſegmentum D F, latus Decagoni in eodem circulo, vt ad propoſ. 9. lib. 13. Eucl. demonſtrauimus. Rurſus quoniam quadrato lateris Hexagoni B D, vna cum quadrato lateris Decagoni D F, 10. tertij-
æquale eſt quadratum lateris Pentagoni in eodem circulo: Eſt autem eiſdem dec.
quadratis rectarum B D, D F, æquale quadratum rectæ B F; erit quadratum 47. primi.
lateris Pentagoni æquale quadrato rectæ B F; ac propterea recta B F, lateri Pentagoni æqualis. Latera igitur Decagoni, & Pentagoni æquilateri in vno eodemque circulo inueſtigauimus. Quod faciendum erat.

PROBL. 2. PROPOS. 3.

Ex ſinu recto cuiuſuis arcus quo pacto ſinus complementi eiuſdem arcus, & ex chorda cuiuſuis arcus qua ratione chorda reliqui arcus ſemicirculi cognoſcatur.

EX ſinu recto cuiuſuis arcus quadrante minoris cognito, ſinum complementi eiuſdem arcus; Itẽ ex chorda cuiuſuis arcus ſemicirculo minoris, chordam reliqui arcus ſemicirculi cognoſcere.

SIT primo cognitus ſinus rectus D E, arcus B D, cuius arcus complementi ſinus ſit D F, quem cognoſcere debemus. Ducta recta D A, erit quadratum rectæ D A, æquale quadratis rectarum D E, E A. Si igitur ex quadrato ſinus 47. primi.
totius D A, noti (Ponitur enim ſinus totus particularum certo numero comprehenſarum) detrahatur quadratũ ſinus recti D E, cogniti in partibus ſinus totius D A, relinquetur quadratum rectæ E A, notum; ac proinde per radicem quadratam recta E A, in eiſdem partibus nota erit. Cum ergo recti E A, æqualis ſit ſinui complementi arcus B D, hoc eſt, 34. primi.
rectæ D F, cognitus erit D F, ſinus complementi arcus B D, cuius ſinus rectus D E, notus eſt poſitus.



SIT deinde cognita chorda A B, arcus A B, & chorda B C, ſubtendens reliquum arcum B C, ſemicirculi, quam iubemur inueſtigare. Quoniam angulus 31. tertij.
B, rectus eſt in ſemicirculo, erit quadratum diametri A C, æquale quadratis 47. primi.
chordarum A B, B C. Si igitur ex quadrato diametri A C, notæ (Ponitur enim diameter diuiſa in particulas certo numero comprehenſas) dematur quadratum chordæ A B, notæ in partibus diametri A C, notum relinquetur quadratum chordæ B C; ac proinde per radicem quadratam chorda B C, in eiſdem partibus nota efficietur. Ex ſinu igitur recto cuiuſuis arcus, &c. cognouimus. Quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

Sinus verſus cognoſcitur ex cognito ſinu recto.

HINC efficitur, ſinum verſum cuiuſuis arcus cognoſci quoque ex cognito ſinu recto. Quoniam enim ex ſinu recto D E, cognoſcitur ſinus complementi D F, hoc eſt, A E; ſi ſinus comple-

complementi dati arcus B D, auferatur ex ſinu toto A B, notus relinquetur ſinus verſus E B, dati arcus B D. Pari ratione, ſi ſinus rectus D E, hoc eſt, A F, dati arcus B D, dematur ex ſinu toto A C, notus relinquetur ſinus verſus C F, complementi dati arcus B D.

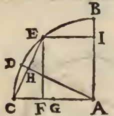
THEOR. 2. PROPOS. 4.

Cuiuſuis arcꝰ quadrãte minoris ſinꝰ rectus medio loco ꝑportionalis eſt inter ſemiſſẽ ſinus totius, & ſinũ verſum alteriꝰ arcꝰ, q prioris duplus eſt, & quadrante quoque minor.

SINVS rectus cuiuſlibet arcus quadrante minoris medio loco proportionalis eſt inter ſemiſſem ſemidiametri, ſeu ſinus totius, & ſinum verſum arcus alterius, qui prioris arcus duplus eſt, & quadrante quoque minor.

3. tertij.

SIT arcus quicunque C E, quadrante minor, cuius dimidium ſit C D. Diuiſa autem ſemidiametro A C, bifariã in G, ducatur ex E, ad A C, perpendicularis E F, iungaturque recta A D, quæ ductã chordam C E, ſecabit in H, bifariam, ex lemmate à nobis ad definitiones ſupra demonſtrato, atque adeo & ad angulos rectos. Erit igitur C H, ſinus rectus arcus C D, & C F, ſinus verſus arcus C E, qui duplus eſt arcus C D, cum E F, ſit eiuſdem arcus C E, ſinus rectus: vt ex definitionibus conſtat. Dico C H, ſinum rectum arcus C D, medio loco eſſe proportionalẽ inter C G, dimidiũ ſinus totius, & C F, ſinum verſum arcus C E, qui arcus C D, duplus eſt. Quoniã enim duo anguli A C H, A H C, trianguli A C H, æquales ſunt duobus angulis E C F, E F C, trianguli E C F, quod angulus C, vtrique triangulo ſit communis, & anguli H, F, recti; equiangula erunt triangula A C H, E C F. Igitur erit, vt A C, ad C H, ita E C, ad C F: Et permutando, vt A C, ad C E, ita C H, ad C F. Vt autem A C, ad C E, ita eſt C G, dimidium ipſius A C, ad C H, dimidium ipſius C E. Igitur erit quoque vt C G, ad C H, ita C H, ad C F; ac propterea C H, ſinus rectus arcus C D, medio loco proportionalis eſt inter C G, ſemiſſem ſinus totius, & C F, ſinum verſum arcus C E, qui arcus C D, duplus eſt. Igitur ſinus rectus cuiuſlibet arcus quadrante minoris, &c. Quod demonſtrandum erat.



32. primi.
4. ſexti.
15. quinti.

Ex ſinu recto cuiuſuis arcus cognito notus fit ſinus rectus alterius arcus, qui illius dimidiũ ſit.

COROLLARIVM.

32. primi.
3. huius.
17. ſexti.

COLLIGITVR hinc, ſi ſinus rectus alicuius arcus cognitus ſit, notum etiam fieri ſinum rectum alterius arcus, qui illius dimidium ſit: ita vt ex E F, ſinu recto arcus C E, cognito cognoſcatur etiam C H, ſinus rectus arcus C D, qui dimidium eſt arcus C E. Nam ex noto ſinu recto E F, notus fiet ſinus E I, complementi: quo ablato ex ſinu toto A C, (æqualis enim eſt ſinus E I, rectæ A F.) notus relinquetur ſinus verſus C F, arcus C E, vt in coroll. præcedentis propoſ. dictum eſt. Cum ergo ſinus C H, ſit medio loco proportionalis inter medietatem ſinus totius, & ſinum verſum C F, vt oſtendimus; erit rectangulum ſub dimidio ſinus totius, & ſinu verſo C F, contentum æquale quadrato ſinus C H. Quare ſi multiplicetur medietas ſinus totius in ſinum verſum C F, producetur quadratus numerus ſinus

ſinus C H, cuius radix quadrata notum dabit ſinum rectum C H. Eademque ratio eſt de cæteris.

IDEM hac etiam ratione oſtendi poteſt. Quoniam enim E F, ſinus rectus arcus C E, notus ponitur, cognoſcetur & E I, ſinus complementi eiuſdem arcus, hoc eſt, recta A F, illi æqualis. Detracta igitur recta A F, hoc eſt, ſinu complementi arcus C E, ex ſinu toto A C, cognitus erit ſinus verſus F C, arcus eiuſdem C E, vt etiam in coroll. propoſ.3. oſtendimus. Quia vero quadratum rectæ C E, æquale eſt quadratis rectarum E F, F C; fit, vt quadrata rectarum E F, F C, notarum in vnam ſummam collecta efficiant quadratum rectæ C E: cuius radix quadrata ipſam rectam C E, reddet notam; ac proinde huius radicis dimidium dabit C H, ſinum rectum arcus C D, qui dimidium eſt dati arcus C E, notum.

3.huius.
34.primi.

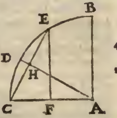
VICISSIM ex hac eadem propoſ.4. colligitur, ſi ſinus rectus alicuius arcus cognitus ſit, notum etiam fieri ſinum rectum alterius arcus, qui illius duplus ſit, dummodo quadrante ſit minor: ita vt ex C H, ſinu recto arcus C D, cognito cognoſcatur etiam E F, ſinus rectus arcus C E, qui arcus C D, eſt duplus. Cum enim ſinus C H, ſit medio loco proportionalis inter medietatem ſinus totius, & ſinum verſum F C, vt oſtendimus; erit rectangulum ſub dimidio ſinus totius, & ſinu verſo F C, contentum æquale quadrato ſinus recti C H. Quare quadratum ſinus C H, noti erit illud rectangulum; quo diuiſo per dimidium ſinus totius, notus euadet ſinus verſus F C. Quia vero recta C E, cum ſit dupla ſinus C H, noti nota eſt, erit & eius quadratum notum: à quo ſi auferatur quadratum ſinus verſi F C, noti, relinquetur etiam quadratum rectæ E F, notum; (cum quadratū rectæ C E, quadratis rectarum C F, F E, ſit æquale.) ac proinde radix quadrata illius notum dabit ſinum rectum E F.

Ex ſinu recto cuiuſuis arc' cognito not' ſit ſinus rectus alteri' arc', qui illi' ſit dupl' dummodo quadrante minor ſit.

SCHOLIVM.

QVOD ſi quando perpendicularis E F, ſemidiametrum A C, ſecet bifariam, vt in hac figura contingit, erit adhuc C H, ſinus arcus C D, medio loco proportionalis inter C F, ſemiſſem ſinus totius, & C F, ſinum verſum arcus C E, qui arcus C D, duplus eſt. Erunt enim rurſum triangula A C H, E C F, æquiangula; ac proinde, vt A C, ad C H, ita E C, ad C F: Et permutando, vt A C, ad C E, ita C H, ad C F. Cum ergo ſit, vt A C, ad C E, ita C F, dimidium ipſius A C, ad C H, dimidium ipſius C E: erit quoq; vt C F, ad C H, ita C H, ad C F: proptereaq; C H, ſinus rectus arcus C D, medio loco proportionalis eſt inter C F, ſemiſſem ſinus totius, & C F, ſinum verſum arcus C G, qui duplus eſt arcus C D.

4.ſexti.
15.quinti.



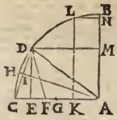
HINC fit, ſi perpendicularis E F, ſemidiametrum A C, ſecet bifariam, rectam C H, æqualem eſſe rectæ C F. Si enim maior eſſet, aut minor, non poſſet eſſe, vt C F, ad C H, ita C H, ad C F: cum vna proportio eſſet maioris inæqualitatis, & altera minoris inæqualitatis.

THEOR 3. PROPOS. 5.

SINVS rectus arcus graduum 54. componitur ex ſemiſſe ſinus totius, & ſinu recto arcus grad 18. Sinus autem verſus arcus grad. 72. componitur ex ſemiſſe ſinus totius, & ſinu verſo arcus grad. 36.

Sinus rect' grad. 54. æqualis eſt ſemiſſi ſin' toti', & ſinui gra. 18. ſimul. Sin' aūt verſus grad. 72 æqualis eſt ſemiſſi ſinus totius, & ſinui verſo grad. 36. ſimul.

IN quadrante ABC,ſit BD,arcus grad. 54. ac proinde eius cōplementum
C D,grad. 36.quod diuidatur bifariam in H,vt vterq; arcuū CH,H D, habeat
grad.18.Ducatur D M,ad AB,perpendicularis pro ſinu arcus grad.54.& D E,



ad AC,perpēdicularis pro ſinu arcus grad.36.Iunga
tur quoq; recta AH,quæ per lēma in definitionibus
demonſtratū ſecabit rectā C D,in I, bifariam,ac pro
3.tertij. inde & ad angulos rectos:eritq́; propterea C I,ſinus
rectus arcus C H,grad.18.Sūpta tandē recta E F,ipſi
E C,æquali,diuidantur A C,A F,bifariā in G, K ,&
ex K,ad A C,perpendicularis ducatur K L.Dico ſi-
34 primi. num rectū D M,arcus grad. 54.hoc eſt, rectam A E,
illi ęqualē,componi ex A G,dimidio ſinus totius, &
ex C I,ſinu recto arcus grad.18.hoc eſt,rectam G E,
(quæ cū A G,conſtituit totam rectā A E,)ęqualē eſ
ſe ſinui recto CI.Item ſinū verſum arcus grad.72.componi ex dimidio ſinus to
tius, & ex C E, ſinu verſo arcus C D, grad. 36.hoc eſt,rectam E K,(quæ cum
ſinu verſo C E, rectam C K,componit)æqualem eſſe dimidio ſinus totius,ip-
ſam vero C K, eſſe ſinum verſum arcus grad.72.hoc eſt,arcum C L, (cuius ſi-
nus verſus eſt C K,)eſſe grad.72.Ducta enim recta L N, ad A B , perpendicu-
lari,pro ſinu arcus B L , iungantur rectæ A D , D F. Quoniam igitur arcus
C H, grad. 18. continet $\frac{1}{5}$. quadrantis B C,(quòd quinquies 18. faciant 90.)
continebit arcus C D, $\frac{2}{5}$. eiuſdem quadrantis , ac proinde proportio arcus
33.ſexti. C D,ad arcum B C, erit vt 2.ad 5.Eſt autem,vt arcus C D, ad arcum B C,ita
angulus C A D, ad rectum angulum B A C. Igitur proportio anguli C A D,
ad angulum rectum B A C, erit quoque,vt 2.ad 5.ac proinde angulus C A D,
continebit $\frac{2}{5}$. vnius anguli recti.Cum ergo tres anguli trianguli C A D,con-
32.primi. tineant $\frac{10}{5}$. vnius recti,hoc eſt,æquales ſint duobus rectis, ſintq́ue inter ſe
5.primi. æquales duo anguli A C D, A D C;continebit vterque eorum $\frac{4}{5}$.vnius recti.
5.primi. Et quoniam angulus D F C,angulo D C F,eſt æqualis,quòd & rectę DF,DC,
æquales ſint;(cum enim D E, E F, latera trianguli D E F , ęqualia ſint lateri-
bus D E, E C, trianguli D E C, anguloſq́ue ad E,contineant æquales,vtpo-
4.primi. te rectos;æquales erunt baſes D F , D C,) continebit quoque angulus D F C,
$\frac{4}{5}$.vnius recti;ac proinde reliquus angulus D F A, ex duobus rectis,hoc eſt,ex
$\frac{10}{5}$. vnius recti,continebit $\frac{6}{5}$.vnius recti.Cum ergo angulus D A F,oſtenſus
32.primi. ſit continere $\frac{2}{5}$. vnius recti, & omnes tres anguli in triangulo A F D, conti-
neant $\frac{10}{5}$. vnius recti , continebit angulus A D F, $\frac{2}{5}$. vnius recti, propte-
6.primi. reaq́ue angulo D A F , æqualis erit. Quare æqualia erunt latera D F , A F.
Cum ergo recta D F, rectæ D C, oſtenſa ſit æqualis,erit & recta A F,rectæ DC,
æqualis : ideoque & k F , medietas ipſius A F , ipſi C I , medietati ipſius D C,
æqualis erit.

RVRSVS quoniam A K,K F, æquales ſunt; additis æqualibus E C,F E,
erit recta compoſita ex A k, E C , æqualis rectæ K E: ac proinde K E , medie-
tas erit ſemidiametri A C; quandoquidem A C, diuiſa eſt in duas partes æqua
les,quarum vna eſt K E, altera vero, recta ex A K, E C , compoſita . Eſt igi-
tur K E, æqualis ipſi C G. Ablata ergo communi recta G E , remanebunt
æquales G K , E C. Eſt autem E C, ſumpta ipſi E F , æqualis. Igitur &
G K, ipſi E F, æqualis erit ; additaque communi recta F G, erit E G, ipſi F K,
æqualis,hoc eſt,ipſi C I, cui oſtendimus ſupra rectam k F, eſſe æqualem. Com-
poni-

ponitur ergo A E, (quæ ſinui D M, arcus grad. 54. æqualis eſt.) ex A G, medietate ſinus totius, & G E, quæ æqualis eſt oſtenſa ſinui C I, arcus grad. 18. Quod eſt primum.

IAM vero, quoniam K F, ipſi E G; & E G, ipſi C I, oſtenſa eſt æqualis: erit K F, ſinui recto C I, æqualis: Eſt autem K F, ipſi A K, æqualis. Igitur erit quoque A K, ipſi C I, æqualis. Cum ergo A K, ſinui L N, ſit æqualis, erit etiam ſinus L N, ſinui C I, æqualis. Eſt autem C I, ſinus arcus grad. 18. Igitur & L N, ſinus erit arcus grad. 18. ac proinde arcus B L, cuius ſinus eſt L N, continebit grad. 18. ideoque eius complementum C L, continebit grad. 72. cuius ſinus verſus K C, cõponitur ex C G, medietate ſinus totius, & ex G K, quæ ſinui verſo E C, arcus C D, grad. 36. oſtenſa eſt æqualis. Quod eſt ſecundum. Itaque Sinus rectus arcus graduum 54. componitur, &c. Quod erat demonſtrandum. 34. primi.

COROLLARIVM.

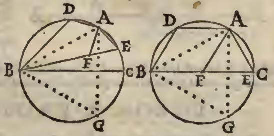
CONSTAT ex his, triangulum A C D, cuius baſis C D, ſubtẽdit gradus 36. verticemq; habet in centro, eſſe Iſoſceles, cuius vterque æqualium angulorum C, D, reliqui anguli ad centrum duplus eſt. Nam angulus C A D, oſtenſus eſt continere $\frac{2}{5}$, vnius recti, vtrumque vero C, & D, $\frac{4}{5}$.

THEOR. 4. PROPOS. 6.

DIFFERENTIA chordarũ duorum arcuũ ſemicirculi, quorum alter tãto minor ſit arcu grad. 120. quanto alter maior eſt, æqualis eſt chordæ arcus, quo alteruter dictorum arcuum ab arcu grad. 120. differt.

Differentia inter chordas duorũ arcuũ, quorũ alter tãto ſit minor arcu grad. 120. quãto alter maior eſt, æqual chordæ arcus, quo alteruter dictorũ arcuũ differt ab arcu grad. 120.

IN ſemicirculo A B C, ſit arcus B A, grad. 120. arcus vero B D, eo tanto minor, quanto arcus B E, maior eſt; quorum chordæ B D, B E: abſcindaturque B F, ipſi B D, æqualis, & iungantur rectæ A D, A E, A F. Dico E F, differentiã duarũ chordarum B D, B E, æqualem eſſe chordæ A E, vel A D. Cõpleto enim circulo, & inſcripto triãgulo æquilatero ABG, cuius vnum latus eſt AB, chorda arcus grad. 120. cum ſubtendat tertiã circunferentiæ partem; erit angulus AGB, tertia pars duorum rectorum. Cùm ergo ei æqualis ſit angulus A E B, in eodem cum illo exiſtens ſeg- 32. primi. 21. tertij.



ſegmento A G B; erit & A E B, tertia pars duorum rectorum. Deinde, quoniam latera D B, B A, trianguli D B A, lateribus F B, B A, trianguli F B A,
27.tertij. æqualia ſunt, anguloſque continent æquales; erunt baſes A D, A F, inter ſe
29.tertij. æquales. Cum ergo A D, ipſi A E, æqualis ſit, propter æquales arcus A D,
5.primi. A E; erit & A F, eidem A E, æqualis; ac propterea anguli A E F, A F E, æquales inter ſe erunt: Eſt autem A E F, vt oſtendimus, tertia pars duorum rectorum. Igitur & A F E, tertia pars erit duorum rectorum; atque adeo & reliquus
32.primi. E A F, tertia pars erit duorum rectorum. Quare triangulum A E F, æquilaterum erit, ex coroll. propoſ. 6. lib. 1. Eucl. ideoque recta E F, differentia chordarum B D, B E, chordæ A E, vel A D, æqualis erit. Differentia ergo chordarum duorum arcuum ſemicirculi, &c. quod erat demonſtrandum.

Duæ chordę duorum arcuũ cõficiẽtiũ gra. 120. ſimul ęquales sũt chordę arc⁹ cõpoſiti ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum.

COROLLARIVM.

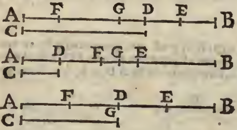
SEQVITVR hinc, ſi duorum arcuum, qui ſimul grad. 120. conficiant, chordæ ſimul iunguntur, effici chordam arcus compoſiti ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum, ſi inæquales ſint. Ita namque vides chordas B D, D A, arcuum B D, D A. conficientium grad. 120. ſimul ſumptas æquari chordæ B E, arcus B A E. compoſiti ex arcu B A, grad. 120. & arcu A E, qui minori A D, æqualis eſt: propterea quòd vt demonſtratum eſt, differentia E F, inter chordas B D, B E, æqualis eſt chordæ A D.

THEOR. 5. PROPOS. 7.

Si quãtitas ſup. & quãtitaté ſemiſſis ſemiſsé ſuperabit exceſſus ſemiſſe.

SI quantitas quantitatem excedat, ſemiſsis illius ſemiſsem huius ſuperabit exceſſus ſemiſſe.

SVPERET quantitas AB, quantitatẽ C, exceſſũ DB, qui bifariã ſecetur in E, & ipſi EB, æqualis ponatur AF. Quoniã igitur AF, E B, toti exceſſui D B, æquales ſunt, erit reliqua F E, ipſi C, æqualis. Secetur F E, bifariã in G. Quia ergo G E, G F, æquales sũt; additis æqualibus EB, F A, æquales quoque erũt GB, GA; ac proinde & AB, in G, ſecta erit bifariã. Semiſsis igitur B G, ipſius A B, ſuperat G E, ſemiſſem



ipſius F E, hoc eſt, ipſius C, exceſſũ E B, qui ſemiſsis eſt exceſſus D B. Si quantitas ergo quantitatem excedat, &c. Quod demonſtrandum erat.

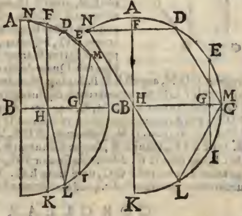
THEOR. 6. PROPOS. 8.

DIFFERENTIA ſinuum duorum arcuũ qua-

quadrantis, quorum alter tanto minor ſit arcu grad. 60. quanto alter maior eſt, æqualis eſt ſinui arcus, quo alteruter dictorũ arcuum ab arcu grad. 60. differt.

Differentia inter ſinus duorũ arcuum, quorum alter tanto ſit minor arcu grad. 60. quãto alter maior eſt, ęqual ſinui arcus, quo alteruter dictorũ arcuũ differt ab arcu grad. 60.

IN quadrante A B C, ſit arcus C D, grad. 60. arcus vero C E, eo tanto minor, quanto arcus C F, maior eſt: quorum ſinus recti E G, F H. Dico horum ſinuum differẽtiam æqualem eſſe ſinui arcus D E, vel D F. Producto enim quadrante, vna cum ſinubus E G, F H, ad I, K; ſumatur arcus C L, arcui C D, æqualis, ita vt totus arcus D C L, cõtineat grad. 120. Et quia & arcus C I, C K, æquales ſunt arcubus C E, C F; quòd per lemma in definitionibus poſitum recta B C, ſecet arcus E C I, F C K, biſariam, cum & rectas E I, F K, biſariam ſecet: erunt quoque reliqui arcus L I, L K, reliquis arcubus D E, D F, æquales. Sumptis quoque arcubus E M, F N, qui arcubus D E, D F, æquales ſint, ducantur chordæ L M, L N. Et quoniam arcus F N, arcui L K, & arcus E M, arcui L I, ęqualis eſt; additis communibus F L, M I, erit tam arcus N L, arcui F K, quàm arcus M L, arcui E I, æqualis: ac proinde tam chorda N L, chordæ F K, quam chorda M L, chordæ E I, æqualis. Quoniam igitur arcus L M, tanto minor eſt arcu L D, grad. 120. quanto arcus L N, eodem maior eſt; erit per propoſ. 6. differentia chordarum L N, L M, chordæ D N, vel D M, æqualis; hoc eſt, recta k F, rectam I E, ſuperabit chorda D N, vel D M. Quare per antecedentem propoſ. ſemiſſis H F, hoc eſt, ſinus arcus C F, ſuperabit ſemiſſem G E, id eſt, ſinum arcus C E, ſemiſſe chordæ D N, vel D M, hoc eſt, ſinu arcus D F, vel D E. Quod demonſtrandum erat.



29. tertij.

3. tertij.

ALITER. In quadrante A B D, arcus B E, ſit grad. 60. & arcus E F, E G, æquales, ac proinde arcus B F, tanto minor arcu B E, quanto arcus B G, eodem arcu B E, maior eſt: ducanturque F H, G I, ad B D, perpendiculares, quæ ſinus erunt arcuum B F, B G. Ducta autem chorda F G, ſecet eam ſemidiameter ducta D E, in L. Et quoniam arcus F G, biſariam ſectus eſt in E, erit quoque recta F G, biſariam ſecta in L, ex lemmate in definitionibus demonſtrato; ac propterea & ad angulos rectos. Eſt ergo F L, ſinus arcus E F; & G L, ſinus arcus E G. Ducta quoque recta F K, ad G I, perpendiculari, erit I K, recta

34.primi. ctæ F H, æqualis, ob parallelogrammum F I. Quare G K, differentia erit ſinuum F H, G I. Dico hanc differentiam G K, æqualem eſſe ſinui F L, vel G L. Ducta enim recta B E, quæ latus hexagoni eſt, ac propterea, ex coroll. propoſ. 15. lib. 4. Eucl. ſemidiametro D E, æqualis; ſecetur B D, bifariã in M, iungaturq́; recta E M. Quoniã igitur latera D M, M E, lateribus B M, M E, æqualia ſunt, & baſis D E, baſi B E, æqualis, erunt anguli ad M, æquales, atque adeo recti. Completo autem ſemicirculo A B C, & productis rectis G I, E M, ad N, O, erit arcus N O, arcui G E, hoc eſt, arcui E F, æqualis, ex ſcholio propoſ. 27. lib. 3. Eucl. propterea quod rectæ G N, E O, parallelæ ſunt, ob rectos angulos I, M. Addito ergo communi arcu F O, erit arcus F N, arcui E O, æqualis: Sed arcus E O, duplus eſt arcus B E. (Nam recta D B, rectam E O, ſecans ad angulos rectos ſecat eandem bifariam: ac proinde & arcum E O, bifariam, ex ſcholio in definitionibus poſito) Igitur & arcus F N, eiuſdem arcus B E, duplus erit. Quare ductis rectis D F, D N, erit quoque angulus F D N, anguli E D B, duplus: Eſt autem idem angulus F D N, in centro anguli F G N, in circunferentia duplus. Igitur æquales ſunt anguli E D M, F G K: Sunt autem & recti M, K, æquales. Aequiangula ergo ſunt triangula E D M, F G K: atque idcirco erit vt E D, ad D M, ita F G, ad G K. Cum ergo E D, dupla ſit ipſius D M, (ſecta enim eſt D B, ipſi D E, æqualis, bifariam in M.) erit & F G, ipſius G K, dupla: Eſt autem & F G, ipſius F L, vel G L, dupla. Igitur recta G K, differentia ſinuum F H, G I, æqualis eſt rectæ F L, ſinui arcus E F, vel rectæ G L, ſinui arcus E G. Differentia ergo ſinuum duorum arcuum quadrantis, &c. quod erat demonſtrandum.

8.primi.

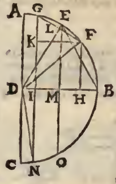
32.primi.

3.tertij.

33.ſexti.

20.tertij.

4.ſexti.



COROLLARIVM.

Duo ſinus duorum arcuũ conficientium grad. 60. ſimul æquales ſunt ſinui arcus compoſiti ex arcu grad. 60. & arcu minore illorum duorum.

HINC ſequitur, ſi duorum arcuum conficientium grad. 60. ſinus ſimul componantur, effici ſinum arcus cõpoſiti ex arcu grad. 60. & arcu minore illorũ duorũ, ſi inæquales ſunt. Ita enim vides in figura poſterioris demonſtrationis huius propoſ. ſinus rectos F H, F L, arcuum B F, F E, conficientium grad. 60. ſimul ſumptos æquari ſinui recto G I, arcus B E G, compoſiti ex arcu B E, grad. 60. & arcu E G, qui minori E F, æqualis eſt: propterea quòd, vt demonſtratum eſt, differentia G K, inter ſinus F H, G I, æqualis eſt ſinui F L.

PROBL. 3. PROP. 9.

Qua rõne omniũ arcuum ſinus recti ſupputentur.

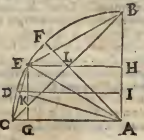
SINVS rectos omnium arcuum quadrantis ſeſe ordine ſuperantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas diſtributi, ſupputare.

PRIMVM omnium ſupputabimus ſinus rectos arcuum ſeſe 15. gradibus ſupe-

ſuperãntium,reſpectu Sinus totius particularum 100000. quot nimirum communiter ab omnibus, & à nobis etiam conſtituitur,vt ſupra diximus. Vt autẽ accuratior fiat ſupputatio, ponemus in hiſce ſupputationibus Sinum totum partium 10000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexterã ex ſingulis ſinubus inuentis,(addita tamen vnitate,ſi duæ figuræ abiectæ numerũ 50.ſuperent)relinquãtur ſinus magis exquiſiti reſpectu ſinus totius partium 100000.Quòd ſi quis ſinus deſideret plurium particularum, poſito nimirũ ſinu toto partiũ 10000000.quot eum Ioan.Regiom.poſuit,& nos in ſequẽti tabula ſtatuemus, conſtituendus erit Sinus totus partiũ 1000000000. Nam hac ratione,abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex ſingulis ſinubus inuentis,vt dictum eſt, remanebunt Sinus magis exquiſiti reſpectu Sinus totius partium 10000000. Ratio huius rei eſt, quòd in ſinuum inueſtigatione error ſolum contingere poteſt in vna aut altera figura ad dextram: quare, abiectis duabus figuris ad dextram, relinquentur ſinus reſpectu ſinus totius minoris exquiſitiſsimi. Id quod in ſupputationibus ſinuum quiuis facile experietur,& nos infra demonſtrabimus. Pari ratione,ſi inueſtigandi ſint ſinus reſpectu alterius Sinus totius, qui plures, aut pauciores particulas contineat, quàm 100000. vel 10000000. conſtituendus erit in ſupputatione Sinus totus, qui ad dexteram illum ſuperet duabus figuris his, 00; adeo vt illius ſit centuplus,quemadmodum & hic 10000000. quem in calculo aſſumimus,centuplus eſt illius 100000. quem nos cum alijs Aſtronomis in vſu recipimus.

Sinus tot^9 in cui^9 partib^9 alij ſinus ompu iãtur, quot particularũ ponẽdus ſit, vt alij ſinus inueniãtur magis exquiſiti reſpectu Sinus totius partiũ 100000. vel pauciorum. pluriũve.

SIT igitur in quadrante A B C, arcus C D, grad. 15. C E, 30. C F, 45. ac proinde E B, grad. 60. & D B, 75. vtpote complementa arcuum grad. 30. & 15. Horum ergo arcuum ſinus rectos ita ſupputabimus. Ducantur E H, D I, ad A B, perpendiculares, quæ ſinus recti erunt arcuum grad. 60. & grad. 75. Ductam autem chordam B C, ſecet recta A F, in L, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonſtrato; ac proinde ad angulos rectos: eritque B L, ſinus rectus grad. 45. hoc eſt, arcus B F. Ducatur rurſus E G, ad A C, perpendicularis pro ſinu grad. 30. Item ductam chordã C E, ſecet recta A D, in K, bifariam, ex dicto lemmate; ac propterea ad angulos rectos; eritque C K, ſinus rectus grad. 15. Denique rectæ iungantur A E, E B. Quoniam igitur arcus B E, grad. 60. ſexta pars eſt totius circunferentiæ circuli, cum ſexies 60. faciant 360. grad. erit recta B E, latus Hexagoni; atque adeo, ex coroll. propoſ. 15. lib. 4. Eucl. ſemidiametro A E, æqualis. Anguli ergo E A B, E B A, æquales erunt: Sunt autem & anguli ad H, æquales, vtpote recti. Igitur cum duo anguli E A H, E H A, trianguli A E H, æquales ſint duobus angulis E B H, E H B, trianguli B E H, latuſque A E, lateri B E, æquale; erit latus A H, lateri B H, æquale; ac proinde A H, medietas erit ſemidiametri A B. Quare cum E G, ſinus rectus grad. 30. ſit ipſi A H, æqualis, erit ſinus rectus grad. 30. medietati ſemidiametri, ſiue ſinus totius, æqualis. Cum ergo ſinus totus ponatur 10000000. erit E G, ſinus grad. 30. talium particularum 5000000. nempe medietas ſinus totius.



3. tertij.

Supputatio ſinuum arcuũ gradibus 15. ſeſe ſuperantiũ. quales ſunt arcus grad. 15. 30. 45. 60. 75. & 90.

5. primi.

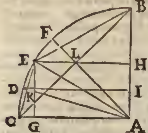
26. primi.

34. primi.

Sinus rect^9 grad. 30. æqualis eſt medietati ſinus toti^9.

EX hoc ſinu, per propoſ. 3. cognoſcetur ſinus complementi arcus grad. 30. nem-

nempe ſinus E H, grad.60. ſi nimirum quadratũ ſinus 5000000. ex quadrato ſinus totius 10000000. auferatur, & reliqui numeri radix quadrata accipiatur, quę eſt 8660254. fere.



3. tertij. DEINDE, quoniam recta A F, ſecans arcum B C, bifariam, ſecat quoque, ex lemmate definitionum, rectam B C, bifariam, atque adeo & ad angulos rectos; erit C L, ſinus arcus C F, grad. 45. quem ita inueniemus.
32. primi. 6 primi. 47. primi Cum in triangulo C A L, angulus L, rectus ſit, & angulus C A L, ſemirectus, erit & angulus A C L, ſemirectus, atque adeo angulo C A L, æqualis. Igitur rectæ A L, C L, æquales erunt. Cum ergo quadratum rectæ A C, æquale ſit quadratis rectarum A L, C L, ſimul; erit quadratum ſinus totius A C, duplum quadrati ſinus C L, grad. 45. Medietas igitur quadrati ſinus totius erit quadratũ rectæ C L, cuius radix quadrata dabit ſinum C L, 7071068. fere pro arcu grad. 45. Qui etiam hoc modo re-
47. primi. perietur. Quoniam quadratum rectæ B C, æquale eſt quadratis rectarum AB, A C; atque adeo duplum quadrati ſinus totius A C, ſi quadratum ſinus totius duplicetur, habebitur quadratum rectæ BC, cuius quadrati radix dabit rectam B C, partium 14142136. fere, & huius dimidium 7071068. dabit ſinum C L, grad.45.

RVRSVS, quia recta A D, ſecans arcum C E, bifariam, ſecat quoque
3. tertij. rectam C E, bifariam in K, ex lemmate definitionum, atque adeo & ad angulos rectos; erit C K, ſinus arcus C D, grad. 15. quem ſic inueniemus. Quoniã ex propoſ. 4. ſinus C K, medio loco proportionalis eſt inter medietatem ſinus totius, & ſinum verſum C G; (qui quidem habetur, ſi E H, ſinus grad. 60. ex ſinu toto A C, detrahatur, vt in coroll. propoſ. 3. diximus) fit vt, per coroll. propoſ. 4. notus fiat ſinus C K, arcus C D, qui dimidium eſt arcus C E. Nam ſi medietas ſinus totius multiplicetur in ſinum verſum C G, cognitum, producetur quadratum rectæ C K; quòd rectangulum ſub medietate ſinus to-
17. ſexti. tius, & ſinu verſo C G, contentum, æquale ſit quadrato mediæ proportionalis C k. Si igitur quadrati rectæ C K, radix eruatur, habebitur ſinus C K, par-
47. primi. tium 2588190. vt in dicto coroll. propoſ. 4. docuimus. Quem ſinum hoc etiam modo inueſtigabimus. Quoniam quadratis rectarum notarum E G, G C, æquale eſt quadratum rectæ E C; fiet notum quadratum rectæ E C; cuius quadrati radix quadrata dabit rectam E C, notam, & huius medietas erit ſinus C K, cognitus.

Arcus. G.	Sinus
15	2588190
30	5000000
45	7071068
60	8660254
75	9659258
90	10000000

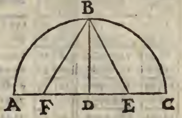
EX ſinu autem grad. 15. cognito cognoſcetur quoque, per propoſ. 3. ſinus D I, complementi arcus C D, hoc eſt, ſinus arcus B D, grad. 75. qui quidem deprehendetur partium 9659258. Itaq; inuenti ſunt hactenus ſinus recti arcuum continentium grad. 15.30.45.60.75.& 90. vt in hac formula apparet.

HORVM autem ſinuũ beneficio ad aliorum inueſtigationem ita progrediemur. Quoniam per co-

coroll. propoſ.4.ex ſinu recto cuiuſuis arcus noto cognoſcitur quoque ſinus rectus dimidij illius arcus; cognoſcemus ex ſinu arcus grad. 15. ſinum arcus grad.7. Min. 30. Atque ex hoc ſinum arcus grad.3. Min.45. qui arcus amplius biſariam ſecari non poteſt ſine Secundis,(continet enim eius medietas grad.1. Min.52.Sec.30.)quæ in Sinuum tractatione negliguntur. Deinde quia per propoſ.3.ex ſinu recto cuiuſlibet arcus cognito notus quoque efficitur ſinus complementi illius arcus, cognoſcemus ex ſinu arcus grad. 7. Min. 30. ſinum arcus grad. 82. Min. 30. Ex hoc autem, per coroll. propoſ.4. ſinum arcus grad. 41. Min. 15. Atque ex hoc, per propoſ.3. ſinum arcus grad.48. Min. 45. Item ex ſinu arcus gra. 3. Min.45. cognoſcemus, per propoſ.3. ſinum arcus grad.86. Min.15. Quòd ſi alij arcus, quorum ſinus inuenti ſunt, biſariam quoque ſecentur, & eorum medietates rurſus biſariam, & ita deinceps, donec ad Minuta numero imparia, quæ amplius biſariã diuidi ſine Secundis nequeunt, peruentum ſit; Itemque harum medietatum complementa accipiantur, quæ rurſus, eodem modo continue biſariam ſecẽtur, donec ad Minuta numero imparia ſit peruentum; & medietatum complementa ſumantur, &c. cognoſcemus, per coroll. propoſ. 4. & per propoſ. 3. ſinus omnium harum medietatum, & complementorum. Qui ſinus cum illis ſex primò inuentis conſtituent ſinus 24. arcuum ſeſe ordine ſuperantium gradibus 3. Min. 45. vt in hac tabula vides. Supputatio ſinuum arcuum gradibus 3. Min.45. ſeſe ſuperantium.

Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus
3	45	654031	26	15	4422887	48	45	7518398	71	15	9469301
7	30	1305262	30	0	5000000	52	30	7933533	75	0	9659258
11	15	1950903	33	45	5555702	56	15	8314696	78	45	9807853
15	0	2588190	37	30	6087614	60	0	8660254	82	30	9914449
18	45	3214395	41	15	6593458	63	45	8968727	86	15	9978589
22	30	3826834	45	0	7071068	67	30	9238795	90	0	10000000

POST hæc, per ea, quæ propoſ.2. de inuentione lateris Decagoni, & pentagoni æquilateri in eodem circulo demonſtrauimus, inquiremus ſinum arcus grad.36. hac ratione. Repetatur figura propoſitionis 2. vbi demonſtratum eſt, D F, eſſe latus Decagoni, & B F, latus Pentagoni ęquilateri. Et quoniam quadrata rectarum B D, D E, notarum (Eſt enim B D, ſinus totus, & D E, eius medietas.) nota ſunt, & æqualia quadrato rectæ E B; notum erit quadratum rectæ E B; ac propterea & ipſa recta E B, hoc eſt, recta E F, illi æqualis, nota erit, nempe partium fere 11180339. Ex qua ſi detrahatur recta E D, medietas ſinus totius partiũ 5000000. nota fiet recta DF, partium 6180339. cuius quadratum ſi addatur quadrato ſinus totius B D, notum fiet aggregatum quadratorum ex rectis D F, B D, deſcriptorum; atque Supputatio ſinus arcus grad.36. 47. primi.



Q adeo

47. primi. adeo & quadratum rectæ B F, quod illis duobus æquale eſt, cognitum erit; cuius radix quadrata notam reddet rectam B F: quæ cũ ſubtendat grad. 72. in circulo A B C, vtpote quintam partem circunſerentiæ, quòd ſit latus pentagoni, nota erit chorda arcus grad. 72. cuius medietas partium 5877852. dabit ſinum rectum arcus grad. 36. qui illius dimidium eſt.

Supputatio ſinuum arcuum gradibus 2, Min. 15. ſeſe ſuperantiũ, & aliorum quorũdam.

PORRO ex hoc ſinu arcus grad. 36. inueniemus, per propoſ. 3. ſinum eius complementi, hoc eſt, ſinum arcus grad. 54. Quos duos arcus ſi biſariam ſecemus, eorumque medietates rurſus biſariam, & ita deinceps, donec ad minuta numero imparia veniamus, quæ amplius diuidi nequeunt, reperiemus quoque per coroll. propoſ. 4. harum medietatum ſinus, nec non, per propoſ. 3. ſinus earum complementorum: quæ complementa ſi rurſus biſariam ſecemus, quoad poſſumus, & harum medietatum complementa accipiamus, quæ rurſus ſecemus biſariam, &c. inueniemus eodem modo ſinus omnium arcuum in hac tabella contentorum. Quos ſinus ſi cum præcedentibus hactenus inuentis in or-

Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus
36	0	5877852	2	15	392598	40	30	6494480	15	45	2714405
54	0	8090170	87	45	9992290	49	30	7604060	74	15	9624552
18	0	3090170	27	0	4539905	20	15	3461171	38	15	6190940
72	0	9510565	63	0	8910065	69	45	9381913	51	45	7853169
9	0	1564345	13	30	2334454	42	45	6788007	24	45	4186597
81	0	9876883	76	30	9723699	47	15	7343225	65	15	9081432
4	30	784591	6	45	1175374	31	30	5224986	29	15	4886212
85	30	9969173	83	15	9930685	58	30	8526402	60	45	8724960

dinem redigamus, habebimus ſinus rectos omnium arcuum ſeſe ordine ſuperantium gradibus 2. & Min. 15. initio facto ab arcu grad. 2. Min. 15. vſque ad arcum grad. 87. Min. 45. incluſiue; & inſuper ſinus aliorum 17. arcuum, qui non ſeruant huiuſmodi incrementum. Vt in hac tabella appparet. Vbi manife

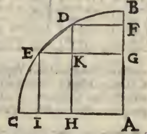
Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus	Arcus G	M	Sinus
2	15	392598	33	45	5555702	65	15	9081432	18	45	3214395
4	30	784591	36	0	5877852	67	30	9238795	26	15	4422887
6	45	1175374	38	15	6190940	69	45	9381913	30	0	5000000
9	0	1564345	40	30	6494480	72	0	9510565	37	30	6087614
11	15	1950903	42	45	6788007	74	15	9624552	41	15	6593458
13	30	2334454	45	0	7071068	76	30	9723699	48	45	7518398
15	45	2714405	47	15	7343225	78	45	9807853	52	30	7933533
18	0	3090170	49	30	7604060	81	0	9876883	60	0	8660254
20	15	3461171	51	45	7853169	83	15	9930685	63	45	8968727
22	30	3826834	54	0	8090170	85	30	9969173	71	15	9469301

24	45	4186597	56	15	8314696	87	45	9992290	75	0	9659259
27	0	4539905	58	30	8526402	3	45	654031	82	30	9914449
29	15	4886212	60	45	8724960	7	30	1305262	86	15	9978589
31	30	5224986	63	0	8910065	15	0	2588190	90	0	10000000

ſtum eſt, ſinum grad. 54. hoc eſt. 8090170. componi præciſe ex ſinubus grad. 18. & 30. hoc eſt, ex 3090170. & 5000000. Et quia ſinus grad. 30. æqualis eſt ſemiſſi ſinus totius, vt ſupra oſtenſum eſt, liquet ſinum grad. 54. componi ad vnguē ex ſemiſſe ſinus totius, & ſinu recto grad. 18. Id quod propoſ. 6. à nobis eſt demonſtratum.

IAM vero ſinum arcus grad. 12. beneficio ſinuum grad. 30. & 54. qui iam noti facti ſunt, ita inueſtigabimus. Sit in quadrante A B C, arcus B D, grad. 30. & B E, grad. 54. atque adeò arcus D E, eorum differentia, grad. 24. ducanturque rectæ D F, E G, ad A B, perpendiculares, quæ ſinus recti erunt arcuum B D, B E; Item rectæ D H, E I, ad A C, perpendiculares, quæ ſinus recti erunt arcuum C D, C E, grad. 60. & 36. qui complementa ſunt arcuum B D, B E. Secet autem recta D H, rectam E G, in K. Et quoniam ſinus D F, hoc eſt, K G, illi æqualis, & E G, noti ſunt; erit quoque eorum differentia E K, nota. Similiter quia ſinus E I, hoc eſt, K H, illi æqualis, & D H, noti quoque ſunt, per propoſ. 3. cum ſint ſinus complementorum arcuum B E, B D; erit etiam eorum differentia D K, nota; ac proinde duo quadrata rectarum notarum E k, D K, nota erunt: quæ cum æqualia ſint quadrato rectæ D E, notum quoque erit quadratum rectæ D E, proptereaque & ipſa recta D E, nota erit, nempe chorda arcus grad. 24. Hinc & eius medietas nota erit, nimirum ſinus rectus arcus grad. 12. continebitque particulas 2079117. Hac eadem arte; ſi duorum arcuum quorumcumque ſinus cogniti ſint, cognoſcetur etiam ſinus medietatis differentiæ illorum arcuum. Vt ſi ſinus arcuum B D, BE, quorumcumque etiamſi non contineant grad. 30. & 54. noti ſint, erunt & ſinus complementorum C D, C E, per propoſ. 3. noti. Quare, vt modo demonſtrauimus, nota fiet chorda D E; ac proinde eius medietas nota quoque erit, nempe ſinus medietatis arcus D E.

Supputatio ſinus arcus grad. 12.



34. primi.

34. primi.

47. primi

Ex duorū arcuū ſinubus notis notis quoque fit ſin⁹ medietatis differentiæ arcuum.

CAETERVM ex ſinu arcus grad. 12. (ſi hunc arcum biſariam ſecemus continue, quoad poſſumus, medietatumq; complementa accipiamus, vnà cum ſinu complementi arcus grad. 12. quæ rurſus ſecemus biſariam continue, &c.) reperiemus per coroll. propoſ. 4. & per propoſ. 3. ſinus omnium horum arcuū, qui in hac tabella continentur. Quos ſinus ſi cum ſinubus proxime antecedentis tabellæ in ordinem redigamus, habebimus ſinus arcuum numero 120.

Supputatio ſinuu arcuum Minutis 45. ſe ſe ſuperantium.

Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus
12	0	2079117	42	0	6691306	12	45	2206974	33	0	5446390
78	0	9781476	48	0	7431448	77	15	9753423	57	0	8386706

G	M	Sinus	G	M	Sinus	G	M	Sinus	G	M	Sinus
6	0	1045285	21	0	3583679	35	15	5771452	16	30	2840153
84	0	9945219	69	0	9335804	54	45	8166416	73	30	9588197
3	0	523360	10	30	1822355	24	0	4067366	8	15	1434926
87	0	9986295	79	30	9832549	66	0	9135455	81	45	9896514
1	30	261769	5	15	915016	34	30	5664062	27	45	4656145
88	30	9996573	84	45	9958049	55	30	8241262	62	15	8849876
0	45	130896	43	30	6883546	17	15	2965416	28	30	4771588
89	15	9999143	46	30	7253744	72	45	9550199	61	30	8788171
39	0	6293204	21	45	3705574	39	45	6394390	14	15	2461533
51	0	7771460	68	15	9288096	50	15	7688418	75	45	9692309
19	30	3338069	44	15	6977905	23	15	3947439	36	45	5983246
70	30	9426415	45	45	7163019	66	45	9187912	53	15	8012538
9	45	1693495	25	30	4305111	32	15	5336145	30	45	5112931
80	15	9855561	64	30	9025853	57	45	8457278	59	15	8594064

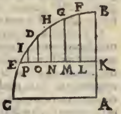
qui ſe ordine continuo ſuperant 45. Minutis, quorum primus eſt arcus grad. o. Min. 45. vltimus vero totus quadrans grad. 90. cuiuſmodi ſunt arcus ſequentis tabellæ. Omnium enim illorum arcuum ſinus inuentos eſſe comperies in proximis duabus tabellis antecedentibus, licet non eo ordine ſint collocati.

Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus	
G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	M	G
0	45	9	45	18	45	27	45	36	45	45	45	54	45	63	45	72	45	81	45
1	30	10	30	19	30	28	30	37	30	46	30	55	30	64	30	73	30	82	30
2	15	11	15	20	15	29	15	38	15	47	15	56	15	65	15	74	15	83	15
3	0	12	0	21	c	30	0	39	0	48	0	57	0	66	0	75	0	84	0
3	45	12	45	21	45	30	45	39	45	48	45	57	45	66	45	75	45	84	45
4	30	13	30	22	30	31	30	40	30	49	0	58	30	67	30	76	30	85	30
5	15	14	15	23	15	32	15	41	15	50	15	59	15	68	15	77	15	86	15
6	0	15	0	24	0	33	0	42	0	51	0	60	0	69	0	78	0	87	0
6	45	15	45	24	45	33	45	42	45	51	45	60	45	69	45	78	45	87	45
7	30	16	30	25	30	34	30	43	30	52	30	61	30	70	30	79	30	88	30
8	15	17	15	26	15	35	15	44	15	53	15	62	15	71	15	80	15	89	15
9	0	18	0	27	0	36	0	45	0	54	0	63	0	72	0	81	c	90	0

POSTREMO aliorum arcuum ſinus ita inueniemus. Ponatur in quadrante A B C, arcus B D, grad. 1. & arcus B E, grad. 1. Min. 30. & arcus B H, grad. o. Min. 45. Ducta autem recta E K, ad A B, perpendiculari, diuiſoque arcu B H, in tres partes æquales B F, F G, G H, & arcu D E, in duas D I, I E, vt ſinguli arcus contineant 15. Min. ducantur ad E K, perpendiculares F L, G M, H N, D O, I P. Eritque E K, ſinus rectus arcus B E, & O K, ſinus re-
34. primi. ctus arcus B D, cum æqualis ſit rectæ ex D, ductæ ad A B, perpendiculari, quæ qui-

quidem ſinus eſt arcus B D. Eademque ratione erit N K, ſinus rectus arcus B H. Sit ergo propoſitum inuenite ſinum O K, arcus B D, grad. 1. Quoniam N K, ſinus grad. 0. Min. 45. eſt inuentus 130896. erit eius tertia pars, nempe 43632. maior, quàm M N: propterea quod, per propoſ. 1. maior eſt K L, quàm L M, & L M, maior, quàm M N, adeo vt M N, minor ſit, quàm tertia pars ipſius N K, hoc eſt, minor, quàm 43632. Multo igitur maior erit eadem tertia pars rectæ N K, nempe 43632. quàm N O: quod, per eandẽ propoſ. 1. maior quoque ſit M N, quàm N O. Quare ſi addamus 43632. ad 130896. id eſt, ad N K, ſinum Minutorum 45. efficiemus numerum 174528. qui maior erit, quàm O K, ſinus rectus grad. 1. quandoquidem ad N K, plus addimus, quàm rectã N O, vt dictum eſt. Rurſus quia E K, ſinus grad. 1. Min. 30. inuentus eſt 261769. ſi ex eo detrahamus ſinum N K, Minutorum 45. nempe 130896. relinquetur recta E N, partium 130873. cuius tertia pars, nempe 43624. fere, minor erit, quàm N O: propterea quod, per propoſ. 1. maior eſt N O, quàm O P, & O P, maior, quàm P E, adeo vt N O, maior ſit, quàm tertia pars ipſius E N, hoc eſt, maior, quàm 43624. Quare ſi addamus 43624. ad 130896. id eſt, ad N K, ſinum Min. 45. efficiemus numerum 174520. qui minor erit, quàm O K, ſinus rectus grad. 1. quandoquidem ad N K, minus addimus, quàm rectam N O. Conſtat igitur, ſinum rectum grad. 1. conſiſtere inter hos duos numeros, 174528. 174520. cum ille maior ſit, hic autẽ minor. Statuamus ergo eum eſſe, 174524. inter illos numeros omnino medium. Ita enim non differet ſenſibiliter hic numerus à vero ſinu grad. 1.

Supputatio ſinus grad. 1.



EX hoc ſinu grad. 1. inueniemus, per propoſ. 3. ſinum eius cõplementi, hoc eſt, ſinum arcus grad. 89. eſſe 9998477. Quem hoc etiã modo reperiemus. Quoniam numerus 174528. maior eſt, quam ſinus grad. 1. vt diximus: fit, vt per eum inueſtigatus, iuxta doctrinam propoſ. 3. ſinus cõplementi grad. 1. hoc eſt, ſinus grad. 89. ſit numerus 9998476. & paulo amplius, qui minor erit neceſſario, quàm verus ſinus arcus grad. 89. quandoquidem pro ſinu grad. 1. numerum ſumpſimus vero ſinu maiorem. Rurſus quia numerus 174520. minor eſt, quàm ſinus grad. 1. vt diximus; fit, vt per eum inueſtigatus, iuxta doctrinam propoſ. 3. ſinus eius complementi, nimirum ſinus grad. 89. ſit numerus 9998477. & paulo amplius, qui maior erit neceſſario, quàm verus ſinus grad. 89. quandoquidem pro ſinu grad. 1. numerum accepimus vero ſinu minorem. Conſtitutus ergo erit ſinus grad. 89. inter duos hos numeros 9998476. & paulo amplius, atque 9998477. & paulo amplius: ac proinde ſine notabili errore eum ſtatuemus eſſe 9998477. quantum videlicet eundem inuenimus ex ſinu grad. 1. Ex quo conſtat, recte conſtitutum eſſe ſinum grad. 1. partium 174524. cum ex eo, per propoſ. 3. repertus ſit ſinus complementi ipſius tot particularum, quot vere ac re ipſa continere debet.

Supputatio ſinus grad. 89.

PRAETEREA ex ſinu arcus grad. 1. reperiemus, per coroll. propoſ. 4. ſinum rectum arcus Min. 30. & ex hoc, per propoſ. 3. ſinum complementi, nempe ſinum grad. 89. Min. 30. Item ex ſinu arcus Min. 30. inueniemus, per coroll. propoſ. 4. ſinum arcus Min. 15. atque ex hoc ſinum complementi, hoc eſt, ſinum grad. 89. Min. 45.

Supputatio ſinus Min. 30. & ſinus grad. 89. Min. 30. & ſinus Min. 15. & ſinus grad. 89. Min. 45.

QVEMADMODVM autem ſupra ex ſinubus rectis grad. 30. & 54. inda-

indagauimus ſinum rectum grad. 12. qui dimidium eſt chordæ arcus grad. 24. quo dicti arcus grad. 30. & 54. inter ſe differunt: ita quoque ex ſinubus rectis arcus Min. 30. & arcus grad. 52. Min. 30. cognitis cognoſcemus ſinum rectum grad. 26. qui dimidium eſt chordæ arcus grad. 52. quo dicti arcus Min. 30. & grad. 52. Min. 30. inter ſe differunt, vt ſupra oſtendimus; atque ex ſinu grad. 26. fiet, per propoſ. 3. notus quoque ſinus complementi, nimirum ſinus grad. 64.

Supputatio ſinus grad. 26. & grad. 64.

QVOD ſi arcus grad. 26. & grad. 64. & grad 89. & grad. 89. Min. 30. quorum ſinus inuenti ſunt, ſecemus continue bifariam, quoad poſſumus, accipiamusque medietatum complementa, quę rurſus continue bifariam diuidamus, &c. adhibeamusque doctrinam illam, qua ex duorum arcuum ſinubus notis cognoſcitur ſinus medietatis differentiæ illorum arcuum, reperiemus ſinus arcuum numero 240. qui in ordinem redacti cum ſinubus arcuum numero 120. prius inuentis, conſtituent ſinus arcuum numero 360. ſeſe ordine ſuperantium Minutis 15.

Supputatio ſinuum arcuū Minutis 15. ſeſe ſuperãtiū.

VERVM quia laborioſum eſt, atque moleſtum tot ſinus ea ratione indagare, ſatis erit, tanta difficultate inueniſſe ſinus illos arcuum ſuperiorum numero 120. ſeſe ordine ſuperantium Minutis 45. Ex illis enim facile per regulam proportionum reperiemus ſinus arcuum ſe ordine ſuperantium Minutis 15. Deinde ex his ſinus arcuum, qui ordine ſe ſuperant Minutis 5. Ac denique ex iſtis ſinus arcuum per ſingula Minuta extenſorum; neque vnquàm in hac ſupputatione error ſenſibilis continget. Cum enim ſinum totum poſuerimus centies maiorem, quàm 100000. fit vt abiectis primis duabus figuris ad dexteram, vt ſupra dictum eſt, exquiſitiſsimi relinquantur ſinus reſpectu ſinus totius 100000. quod totus error, qui in hac ſupputatione contingere poteſt, conſiſtat in prima figura ad dexterã, vel ad ſummum in duabus primis. Quare abiectis duabus primis figuris, remanebunt omnino ijdem ſinus, qui inuenti eſſent priori illo modo Geometrico reſpectu eiuſdem ſinus totius 100000, ſi in ſupputatione poneretur ſinus totus centies etiam maior, nempe partium 10000000. & ex inuentis ſinubus duæ figuræ reijcerentur: Id quod experientia docebit. Ita autem rem exequemur. Statuãtur ordine illi arcus cum ſinubus, & ad dexteram cuiuſque ſinus aſcribatur differentia, qua à præcedenti ſinu differt; vt hic factum eſſe vides in quinque arcubus. Deinde dic. Si Minuta 45. requirunt differentiam 130896. addendam ad ſinum Minuti. o. vt fiat ſinus Minutorum 45. Minuta 15. quantam poſtulant differentiam addendam eidem ſinui Minut. o. vt fiat ſinus Minutorum 15? Inuenies enim requiri differentiã 43632. quæ addita ſinui Minuti. o. conſtituet ſinũ Minutorum 15. partium 43632. Rurſus dic. Poſitis ijſdem, quantam differẽtiam exigunt Minuta 30. addendam eidem ſinui Minuti o. vt fiat ſinus Minutorum 30? Reperies enim differentiam 87264. quæ addita ſinui Minuti o. faciet 87264. ſinum Min 30. Item dic. Si Minuta 45. quibus arcus Min. 45. ab arcũ ſequenti grad. 1. Min. 30. differt, requirunt differentiam 130873. addendam ſinui Min. 45. vt fiat ſinus grad. 1. Min. 30. quantam differentiam poſtulant Minuta 15. addẽdam eidem ſinuĩ Min. 45. vt fiat ſinus Min. 60. hoc eſt,

Alia ſupputatio ſinuũ arcuũ ſeſe Minutis 15 ſuperantiũ

Arcus G	Arcus M	Sinus	Differentiæ
0	0	000000	
0	45	130896	130896
1	30	261769	130873
2	15	392598	130829
3	0	523360	130762
3	45	654031	130671

ſinus grad. 1? Inuenies enim differentiã 43624. quæ addita ad 130896. ſinũ Min. 45. faciat 174520. ſinũ grad. 1. qui licet minor aliquanto ſit illo, quem alio modo inuenimus, abiectis tamẽ duabus primis figuris 20. relinquetur ſinus 1745. exquiſitiſsimus grad. 1. reſpectu ſinus totius 100000. Dic preterea. Iiſdẽ poſitis, quantam differentiam poſcunt Minuta 30. addendam eidẽ ſinui Min. 45. vt fiat ſinus Min. 75. hoc eſt, ſinus grad. 1. Min. 15? Inuenies enim differentiam 87249. quæ addita ad 130896. ſinum Min. 45. faciet 218145. ſinum grad. 1. Min. 15. qui licet ſit aliquanto minor illo, quem prior ille modus exhibet, tamen abiectis duabus primis figuris 45. remanebit ſinus 2181. exquiſitiſsimus grad. 1. Min. 15. reſpectu ſinus totius 100000. Item dic. Si Minuta 45. quibus arcus grad. 1. Min. 30. differt ab arcu ſequenti grad. 2. Min. 15. requirunt differẽtiam 130829. addendã ſinui grad. 1. Min. 30. vt fiat ſinus grad. 2. Min. 15. quantã differentiam poſcunt Minuta 15. addendam eidẽ ſinui grad. 1. Min. 30. vt fiat ſinus grad. 1. Min. 45? quantam præterea differentiã flagitant Minuta 30. addendam eidem ſinui grad. 1. Min. 30. vt fiat ſinus grad. 2? Reperies enim priorem differentiã eſſe 43610. quę addita ad 261769. ſinum grad. 1. Min. 30. efficiet 305379. ſinum grad. 1. Min. 45. Poſteriorem vero differentiam inuenies eſſe 87219. quæ addita ad 261769. ſinum eundem grad. 1. Min. 30. componet 348988. ſinũ grad. 2. qui duo ſinus quamuis minores ſint, quàm illi, quos prior ille modus exhibet, reiectis tamen duabus figuris primis ex vtroque, reliqui erunt ſinus 3053. 3489. exquiſitiſsimi reſpectu ſinus totius 100000: Hac eadem arte progrediendum erit in cæteris, donec inuenti ſint ſinus omnium arcuum per 15. Minuta extenſorum vſque ad arcum grad. 45. Vltra hunc etenim progredi hac via nõ expedit, cum magis exquiſite ſinus complementorum arcuũ illorum, per propoſ. 3. inueſtigari poſsint, reſpectu ſinus totius 10000000. quàm per regulam proportionum; propterea quòd, vt ſupra oſtendimus in coroll. propoſ. 1. differentiæ ſinuum verſus finem quadrantis minores ſunt, quàm prope initium quadrantis; ac proinde ſæpius differentiæ ſinuum mutantur prope finem quadrantis, quàm iuxta principium. Ex quo fit rectius prope quadrantis initium reperiri ſinus per regulam proportionum, quàm prope finem: quandoquidem ibi vna eademque differentia pluribus ſinubus deſeruit, quàm hic, vt dictũ eſt. Id quod experientia apertiſsime quoque demonſtrat.

Sinus cur magis exquiſite per regulã proportionum inueniãtur prope quadrantis initiũ quàm prope finẽ.

QVOD ſi omnes ſinus arcuum per 15. Minuta progredientium, initio facto ab arcu Min. 0. in ordinem redigantur, vna cum eorum differentijs; reperiemus eodem artificio ſinus omnium arcuum per 5. minuta extenſorum: Ex quibus demum eadem ratione ſinus omnium arcuum per ſingula minuta progredientium explorabimus; ac proinde tabulam ſinuum conficiemus vſque ad arcum gra. 45. Per ſinus autem horũ arcuũ eliciemus, per propoſ. 3. ſinus complementorum arcuum eorundem. Quare tota ſinuum tabula confecta erit: ac proinde ſinus rectos omnium arcuum Quadrantis ſeſe ordine ſuperantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas diſtributi, ſupputauimus. Quod faciendum erat.

Supputatio ſinuum arcuum per 5. Minuta, & per ſingula Minuta extenſorũ.

SCHOLIVM.

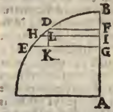
Demonſtratio ſupputatiõis ſinuũ per regulã proportionum.

CAETERVM *vt rationem ſupputationis ſinuum per proportionum regulam videas, ſint in Quadrante* A B G, *arcuum* B D, B E, *ſinus* D F, E G, *noti, ex quibus propoſitum ſit elicere ſinum* H I, *arcus* B H, *inter duos illos arcus poſiti. Ducta recta* D K, *perpendiculari ad* E G; *erunt rectæ* L I, K O, *ſinui* D F, *æquales; atque adeo*

D F,

H L, E K, differentię inter ſinus H I, E G, & ſinum D F. Quoniam vero arcus D E. ſi exiguus fuerit, qualem nos ponimus, nempe Minutorum 45. vel 15. vel 5. (Ex his enim ſolis intermediorum arcuum ſinus inquirimus) à recta linea, quoad ſenſum, non differt, ac proinde multo minus arcus D H; erunt triangula D E K, D H L, quodammodo rectilinea. & æquiangula inter ſe. Quamobrem erit, vt D E, differentia inter arcum B D, & arcum B E, ad E K, differentiam inter ſinum D F, & ſinum E G, ita D H, differentia inter arcum B D, & arcum B H, ad H L, differentiam inter ſinum D F, & ſinum H I. Cum ergo priores tres magnitudines ſint cognitę, (nempe arcus D E, quo arcus B E, arcũ B D, ſuperat; & recta E K, qua ſinus E G, ſinum D F, excedit: nec non arcus D H, quo arcus B H, cuius ſinus quæritur, ſuperat arcum BD.) cognita etiam erit quarta magnitudo, id eſt, recta HL, quę addenda eſt ſinui D F, vt fiat ſinus H I. Conſtat igitur, ſinus per regulam proportionum inuentos ſenſibiliter non differre à veris ſinubus, pręſertim quando arcus D E, quo arcus cognitorum ſinuum inter ſe differunt, valde exiguus eſt, ita vt à recta linea vix differat.

4. ſexti.



Compẽdiũ miri ficum pro inuentione plurimorum ſinuum.

MAGNVM quoque compendium in hoc negotio nobis afferet propoſitio octaua. Ex ea enim plurimos ſinus ex alijs inuentis per ſolam additionem, ſubtractionemue nanciſcemur. Nam ſi ſinum cuiuſuis arcus, qui maior non ſit, quàm grad. 30. addamus ſinui arcus, qui ab arcu grad. 60. ſuperatur ſumpto illo arcu, componemus ſinum arcus qui eodem illo arcu aſſumpto arcũ grad. 30. ſuperat: propterea quod differentia inter ſinus duorum horum arcuum maiorum ęqualis eſt ſinui arcus illius aſſumpti, qui maior nõ ponitur, quàm grad. 30. vt ibi demonſtrauimus. Vt ſi 3461171. ſinũ arcus grad. 20. Min. 15. adijciamus ad 6394390. ſinum arcus grad. 39. Min. 45. qui ab arcu grad. 60. ſuperatur dicto arcu grad. 20. Min. 15. conficiemus 9855561. ſinum arcus grad. 80. Min. 15. qui arcum gra. 60. eodem arcu grad. 20. Min 15. ſuperat. Sic ſi 5000000. ſinum arcus grad. 30. addamus ſinui 5000000. arcus grad 30. quem arcus grad. 60. ſuperat dicto illo arcu grad. 30. componemus 10000000. ſinum arcus grad 90. qui arcum grad. 60. eodem illo arcu aſſumpto grad. 30. ſuperat.

ITEM ſi ſinum cuiuslibet arcus, qui arcu grad. 30. maior non ſit, ſubducamus ex ſinu arcus, qui arcum grad 60. ſumpto illo arcu ſuperat, relinquetur ſinus arcus, qui eodem illo arcu aſſumpto ab arcu grad. 60. ſuperatur. Vt ſi 3502075. ſinum arcus grad. 20. Min. 30 detrahamus ex 9862856. ſinu arcus grad. 80. Min. 30 qui arcum grad. 60. dicto arcu grad. 20. Min. 30. ſuperat, reliquus erit 6360781. ſinus arcus gra. 39. Min. 30. quem arcus grad. 60. eodem illo arcu grad. 20. Min. 30 ſuperat.

RVRSVS, ſi ex ſinu cuiuſuis arcus, qui maior ſit arcu grad. 60. detrahatur ſinus arcus, qui tanto minor ſit arcu grad. 60. quanto ille maior eſt, relinquetur ſinus arcus, quo vteruis illorũ ab arcu grad. 60. differt. Vt ſi ex 9781476. ſinu arcus gra. 78. auferatur 6691306. ſinus arcus gra. 42. reliquus erit 3090170. ſinus arcus grad. 18. quo vterq; illorũ ab arcu grad. 60. differt. Quę omnia ex dicta propoſ. 8. colliguntur.

ITAQVE ſatis eſt, vt inueniantur per regulam proportionum ſinus omnium arcuum à principio quadrantis vſque ad arcum grad. 30. Si enim ex his eliciantur ſinus complementorum, & ex his inuentis detrahãtur priores illi ſinus, reliqui erunt ſinus omnium arcuum inter arcum grad. 30 & arcum grad. 90. Item ſi cogniti eſſent ſinus arcuũ omniũ ab arcu grad. 30. vſq; ad finem quadrantis, & ſinus omniũ arcuum, qui

minores ſint arcu grad. 60. detraherentur ex ſinubus omnium arcuum maiorũ, quàm grad. 60. remanerent ſinus omnium arcuum à principio quadrantis vſque ad arcum grad. 30. Denique ſi ſinus omnium arcuum à principio quadrantis vſque ad arcum grad. 60. inuenti eſſent, & ſinus omnium arcuum minorum, quàm grad. 30. ſinubus omnium arcuum maiorum, quàm grad. 30. adijcerentur, componerentur ſinus omnium arcuum maiorum, quàm grad. 60.

SED iam ſubijciamus tabulam ſinuum omnium arcuum quadrantis per ſingula Minuta extenſorum à Ioanne Regiom. ſupputatam, quam tamen pleriſque in locis ab erroribus, qui incuria typographorum irrepſerant, purgauimus. Cõtinet autem in hac tabula ſinus totus particulas 10000000. ratione cuius omnes alij ſinus inuenti ſunt. Quòd ſi à ſingulis reijciantur primæ duæ figuræ ad dexteram, (addita tamen vnitate, ſi duæ figuræ abiectæ numerum maiorem conſtituant, quàm 50.) relinquetur ſinus reſpectu ſinus totius 100000. Si tamen quis eandem tabulam per præcepta tradita proprio Marte conſtruere velit, poſito ſinu toto partium 10000000. conſtituendus ei erit ſinus totus in ſupputatione partium 1000000000. Nam ſi ex ſingulis ſinubus inuentis abijciantur duæ primæ figuræ ad dexteram, vt diximus, reliqui erunt ſinus reſpectu ſinus totius 10000000. ijdem omnino, qui in tabula Ioannis Regiom. deſcripti ſunt. Hoc idcirco dico, ne mireris, non omnes ſinus per regulam proportionũ inuentos ex ſinubus arcuum Minutis 45. ſe ordine ſuperantium, poſito ſinu toto 10000000. ad vnguem reſpondere ſinubus huius tabulæ. Vt enim ſinus exquiſite reperiatur reſpectu alicuius ſinus totius, conſtituendus eſt in ſupputatione ſinus totus centies maior, vt ſupra dictum eſt.

Quid agendum, vt ſequens tabula ſinuum exquiſite cõſtruat. poſito ſinu toto partium 10000000.

QVOD antẽ, abiectis duabus primis figuris ad dexterã ex ſingulis ſinubus, remaneant ſinus exquiſiti reſpectu ſinus totius 100000. quàmuis priores illi nõ ſint exquiſite inuenti, manifeſtũ eſt. Quoniã enim ſinus totus, ſiue ſemidiameter ad ſinum rectũ quemcumq; determinatã quandã proportionẽ habet; fit, vt omnes partes illius, quotcunq; illæ ſint, ad partes huius inuẽtas reſpectu illarũ partiũ ſinus totius eandẽ habeãt proportionem, quam omnes partes eiuſdẽ ſinus totius pauciores, quàm illæ priores, habent ad partes eiuſdem ſinus reſpectu illarum partium ſinus totius pauciorum: alioquin ſinus totus non haberet ſemper ad eundem ſinum eandem proportionem, ſed aliquando eſſet maioris quantitatis reſpectu illius, & aliquando minoris: quod eſt abſurdum. Quocirca ſi ſinus cuiuslibet arcus, vt v.g illius, qui continet grad. 28. inuentus ſit reſpectu ſinus totius in quotuis particulas diſtributi, facile per regulam proportionum inueniemus eundem ſinũ reſpectu eiuſdem ſinus totius in pauciores partes diuiſi, ſi ita dicamus. Si ſinus totus partium 10000000. dat ſinum arcus grad. 28. partium 4694716. Idem ſinus totus partium 100000. quot partium dabit ſinum eiuſdẽ arcus grad. 28? Inueniemus enim ſinum partium $46947\frac{1600000}{10000000}$. Omiſſa autem hac fractione, (quòd minor ſit, quàm vnitas.) continebit idem ſinus partes duntaxat 46947. quemadmodum in tabulis ſinuum ponitur, in quibus ſinus totus continet partes 100000. Vbi vides, ſinum hunc relinqui, ſi ex illo duæ primæ figuræ ad dexteram abijciantur. Ratio huius abiectionis eſt; quia vt ſinus ille grad. 28. multiplicatus per ſinum totum 100000 (quæ multiplicatio fit per appoſitionem quinque ciffrarũ, hoc modo; 469471600000. vt in cap 4. Arithmeticæ diximus.) diuidatur per ſinum totum 10000000. vt regula proportionum præcipit; ſatis eſt, ſi ex numero producto reijciantur ſeptem figuræ, quot nimirum ciffræ ſunt in diuiſore 10000000. vt in cap. 5. Arithmetica docuimus. Quare reijciendæ ſunt quinq; illæ ciffræ appoſitæ, & præterea duæ figuræ primæ, nẽpe hic numerus 1600000. qui cum diuiſore hanc mi-

Ratio, cur abiectis duabus primis figuris ex ſinu quocũque reſpectu ſinus totius 10000000. relinquatur idẽ ſinus reſpectu ſin⁹ toti⁹ 100000. licet prior ille non ſit exquiſite inuentus.

nutiam $\frac{1600000}{10000000}$. conſtituit, quæ vnitate minor eſt; propterea quòd numerator cõtinet ſeptem figuras, denominator autem octo. Eademq; ratio eſt in omnibus alijs ſinubus. Hinc fit, ſinum relictum poſt abiectionem duarum primarum figurarum ſatis exquiſitum eſſe reſpectu ſinus totius 100000. etiamſi ille, a quo duæ figuræ abijciuntur, reſpectu ſinus totius 10000000. non eſſet exquiſite inuentus. Cum enim totus error, qui in ſupputatione contingere poteſt, (quando nimirum conſtituendus eſt ſinus inter duos numeros, quorum vnus vero ſinu maior eſt, & alter minor; Vel quando per regulam proportionum ſinus inquiritur: hic enim maius periculum errandi eſſe poteſt. Nam quando ſinus inuenitur per extractionem radicis quadratæ, error vnitatem non excedit.) conſiſtat vel in prima ſola figura ad dexteram, vel in duabus primis, ita vt ad ſummum error ſit in 99. vnitatibus, quibus ſinus inuentus verum ſinum excedat, vel ab eo deficiat; (quis enim pluribus vnitatibus à ſcopo aberret, niſi plane rerum Geometricarum, atque Arithmeticarum ſit ignarus?) Duæ vero primæ figuræ cum quinque cifris appoſitis conſtituant numeratorem fractionis, quam diuiſio exhibet, minorem denominatore, ita vt fractio minor ſit, quàm vnitas; liquet, ſatis exquiſitum ſinum relinqui.

Si ad ſinũ quemcũq; reſpectu ſinus totius 100000. adijciãtur duæ cifræ ad dexterã, fit idẽ ſinus reſpectu ſinus totius 10000000.

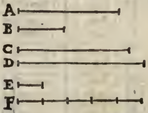
EADEM ratione, ſi cuilibet ſinui reſpectu ſinus totius partium 100000. inuento apponãtur duæ cifræ ad dexteram, habebitur idem ſinus reſpectu ſinus totius partium 10000000. Nam ſi dicamus verbi gratia; Sinus totus partium 100000. dat ſinum arcus grad 28. partium 46947: Sinus ergo totus partiũ 10000000. quot partium dabit eundẽ ſinũ arcus grad. 28? reperiemus ſinũ partium 4694700. Vbi vides, ſinum hunc procreari, ſi illi duæ cifræ ad dexteram adijciantur. Ratio huius adiectionis eſt; quia vt ſinus ille grad. 28. multiplicatus per ſinum totum 10000000. (quæ multiplicatio fit per appoſitionem ſeptem cifrarum, vt in cap 4. Arithmeticæ tradidimus) diuidatur per ſinum totum 100000. vt regula proportionum præcipit, ſatis eſt, ſi ex numero producto 469470000000. auferantur quinque cifræ, vt ex cap. 5. noſtræ Arithmeticæ conſtat. Quocirca relinquetur prior ſinus cum duabus cifris ad dexteram appoſitis. Quòd autẽ ex ſinu 46947. non ſit inuentus ſinus 4694716. ille idẽ, ex quo prius illum elicuimus, ſed ſolum hic 4694700. cauſa eſt, quòd ſinus 46947. non eſt omnino exquiſitus reſpectu ſinus totius 100000. Deberet namq; eſſe 46947. & inſuper $\frac{1600000}{10000000}$. vt ex dictis patet, ex quo præciſe inuenietur ſinus ille 4694716. Sed licet hæ 16. vnitates negligantur, accipiaturq; ſinus 4694700. qualem inuenimus, non tamen fit error notabilis, cum 16. vnitates reſpectu ſinus totius ſint $\frac{16}{10000000}$. quæ minutia multo minor eſt, quàm $\frac{1}{216000}$. hoc eſt, quam vnũ ſecundũ reſpectu ſinus totius 60. vt merito negligi poſſit. Ad ſummũ poterit aliquãdo cõtingere error, quàmuis valde raro, in. $\frac{99}{10000000}$. quæ minutia licet ſit aliquanto maior, quàm $\frac{1}{216000}$. hoc eſt, quàm vnum Secundum reſpectu ſinus totius 60 eſt tamen multo minor, quam $\frac{1}{3600}$. hoc eſt, quàm vnum Minutum reſpectu ſinus totius 60. Id vero, quod de ſinubus totis partiũ 10000000 & 100000. diximus, intelligendum quoq; eſt de alijs ſinubus totis quotcunq; partium ſiue plurium, ſiue pauciorum. Semper enim ex ſinubus reſpectu ſinus totius maioris inuentis abijciendæ ſunt tot figuræ, vt relinquantur ſinus reſpectu ſinus totius minoris, quot cifris ſinus totus maior ſinum totum minorem ſuperat: Item ſinubus reſpectu ſinus totius minoris inuentis adijciẽdæ ſunt tot cifræ, vt fiãt ſinus reſpectu ſinus totius maioris, quot cifris minor ſinus totus à ſinu toto maiore ſuperatur. Quod eodem modo demonſtrabitur. Vt ſi ſupputentur ſinus reſpectu ſinus totius 100000000, & ex ſingulis abijciantur tres primæ figuræ ad dexteram, reliqui erũt

Quo pacto ex ſinubus maioribus fiant minores, & contra, quotcũque particularum ſinus totus ſtatuatur.

ſinus

ſinus reſpectu ſinus totius 100000. & quidem multò exquiſitiores, quàm ſi ſinus ſupputentur reſpectu ſinus totius 10000000. & ex ſingulis duæ figuræ abijciantur. Quòd ſi ſinubus reſpectu ſinus totius 100000. inuentis adijciantur tres ciſræ, fient ſinus reſpectu ſinus totius 100000000. atque ita de cæteris.

EX *hic patet ratio illius operationis, qua frequenter & in mea* Gnomonica, *& alijs in locis vſus ſum cum duabus lineis cognitis reſpectu alicuius lineæ rectæ, tanquam ſinus totius, deinde vero vna earum iterum cognita reſpectu alterius lineæ rectæ maioris vel minoris veluti ſinus totius, vel reſpectu alterius cuiuſpiam menſuræ, alteram reſpectu huius alterius ſinus totius, vel reſpectu alterius huius menſuræ inueſtigo.* Id quod *&* Ptolemæus, *& alij Aſtronomi non raro etiam faciunt.* Exempli *gratia: cum duabus lineis rectis* A, B, *cognitis reſpectu lineæ rectæ* C, *tanquã ſinus totius cõtinentis particulas* 100000. *linea quidem* A, *partium* 91354. *linea vero* B, *partium* 40673. Deinde *vero recta* A, *reſpectu alterius lineæ maioris* D, *veluti ſinus totius cõplectentis quoque particulas* 100000. *deprehenſa iterum ſit partium* 80901. *vel palmorum.* 4 *reſpectu menſuræ* E. *quæ palmo ſit æqualis, vel reſpectu menſuræ* F, *quæ plures palmos, nempe quinque, cõtineat, inquiro, quot partes, aut palmos linea* B, *contineat reſpectu poſterioris ſinus totius, aut reſpectu dictæ illius menſuræ* E, *vel* F. Q*uod quidem expedio per regulam proportionum hoc modo. Si linea* A, *partiũ* 91354. *dat lineam* B, *partium* 40673. Eadem *linea* A, *partium* 80901. *vel palmorum* 4. *quot partium, aut palmorũ dabit eandem lineã* B? Inuenietur *namque linea* B, *partium* 36019. *& paulo amplius, vel palmorũ* $1\frac{3}{4}\frac{5}{5}\frac{6}{6}\frac{6}{7}\frac{9}{7}$. *Cuius operationis ratio à ſuperiori non differt, cum recta* A, *ad rectam* B, *habeat ſemper vnam & eandem, determinatamq́ proportionem.*



Cognitis duabus lineis rectis reſpectu alicuius menſuræ, deinde vero vna earum reſpectu alterius menſuræ cognita, quo pacto altera reſpectu huius alteriꝰ mēſurę cognoſcatur. Id qđ Aſtronomis eſt familiariſſimum.

SEQVITVR TABVLA SINVVM RECTORVM

per ſingula Quadrantis Minuta extenſa, & à Ioan. Regiomontano quondam ſupputata, nunc autem per me examinata, & pleriſque in locis caſtigata, atque correcta.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	0	1	2	3	4	
0	0000	174524	348995	523360	697565	60
1	2909	177433	351902	526265	700467	59
2	5818	180341	354809	529170	703369	58
3	8727	183250	357716	532075	706270	57
4	11636	186158	360623	534980	709172	56
5	14544	189066	363530	537884	712073	55
6	17453	191975	366437	540789	714975	54
7	20362	194883	369344	543694	717876	53
8	23271	197792	372251	546598	720777	52
9	26180	200700	375158	549503	723678	51
10	29088	203608	378064	552407	726579	50
11	31997	206517	380971	555312	729480	49
12	34906	209425	383878	558216	732381	48
13	37815	212333	386785	561120	735282	47
14	40724	215241	389692	564024	738183	46
15	43632	218149	392598	566928	741084	45
16	46541	221057	395505	569832	743985	44
17	49450	223965	398412	572736	746886	43
18	52359	226873	401318	575640	749787	42
19	55268	229781	404225	578544	752688	41
20	58177	232689	407131	581448	755588	40
21	61086	235597	410038	584352	758489	39
22	63995	238505	412944	587256	761389	38
23	66904	241413	415851	590160	764290	37
24	69813	244321	418757	593064	767190	36
25	72721	247229	421663	595967	770090	35
26	75630	250137	424570	598871	772991	34
27	78539	253045	427476	601775	775891	33
28	81448	255953	430382	604678	778791	32
29	84357	258861	433288	607582	781691	31
30	87265	261769	436194	610485	784591	30
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
30	87265	261769	436194	610485	784591	30
31	90174	264677	439100	613389	787491	29
32	93083	267585	442006	616292	790391	28
33	95992	270493	444912	619196	793291	27
34	98901	273401	447818	622099	796191	26
35	101809	276308	450724	625002	799090	25
36	104718	279216	453630	627905	801990	24
37	107627	282124	456536	630808	804889	23
38	110536	285032	459442	633711	807789	22
39	113445	287940	462348	636614	810688	21
40	116353	290847	465253	639517	813587	20
41	119262	293755	468159	642420	816486	19
42	122171	296663	471065	645323	819385	18
43	125079	299570	473970	648226	822284	17
44	127988	302478	476876	651129	825183	16
45	130896	305385	479781	654031	828082	15
46	133805	308295	482687	656934	830981	14
47	136714	311200	485592	659837	833880	13
48	139622	314108	488498	662739	836778	12
49	142531	317015	491403	665642	839677	11
50	145439	319922	494308	668544	842576	10
51	148348	322830	497214	671447	845474	9
52	151257	325737	500119	674349	848372	8
53	154165	328645	503024	677251	851271	7
54	157074	331552	505929	680153	854169	6
55	159982	334459	508834	683055	857067	5
56	162891	337367	511740	685957	859965	4
57	165799	340274	514645	688859	862863	3
58	168708	343181	517550	691761	865761	2
59	171616	346088	520455	694663	868659	1
60	174524	348995	523360	667565	871557	0
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
0	871557	1045285	1218693	1391731	1564345	60
1	874455	1048178	1221580	1394612	1567218	59
2	877353	1051071	1224467	1397492	1570091	58
3	880250	1053964	1227354	1400373	1572964	57
4	883148	1056857	1230241	1403253	1575837	56
5	886045	1059749	1233128	1406133	1578709	55
6	888943	1062642	1236015	1409013	1581581	54
7	891840	1065534	1238901	1411893	1584453	53
8	894737	1068426	1241788	1414772	1587325	52
9	897634	1071318	1244674	1417652	1590197	51
10	900531	1074210	1247560	1420531	1593069	50
11	903428	1077102	1250446	1423410	1595941	49
12	906325	1079994	1253332	1426289	1598812	48
13	909222	1082886	1256218	1429168	1601684	47
14	912119	1085778	1259104	1432047	1604555	46
15	915016	1088669	1261990	1434926	1607426	45
16	917913	1091561	1264876	1437805	1610297	44
17	920809	1094452	1267761	1440684	1613168	43
18	923706	1097344	1270647	1443562	1616038	42
19	926602	1100235	1273532	1446441	1618909	41
20	929498	1103126	1276417	1449319	1621779	40
21	932395	1106017	1279302	1452197	1624649	39
22	935291	1108908	1282187	1455075	1627519	38
23	938187	1111799	1285072	1457953	1630389	37
24	941083	1114690	1287957	1460831	1633259	36
25	943979	1117580	1290841	1463708	1636129	35
26	946875	1120471	1293726	1466586	1638999	34
27	949771	1123361	1296610	1469463	1641868	33
28	952667	1126252	1299495	1472340	1644738	32
29	955563	1129142	1302378	1475217	1647607	31
30	958458	1132032	1305262	1478094	1650476	30
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
30	958458	1132032	1305262	1478094	1650476	30
31	961354	1134922	1308146	1480971	1653345	29
32	964249	1137812	1311030	1483848	1656214	28
33	967144	1140702	1313914	1486724	1659082	27
34	970039	1143592	1316798	1489601	1661951	26
35	972934	1146482	1319681	1492477	1664819	25
36	975829	1149372	1322564	1495353	1667687	24
37	978724	1152261	1325447	1498229	1670555	23
38	981619	1155151	1328330	1501105	1673423	22
39	984514	1158040	1331213	1503981	1676291	21
40	987408	1160929	1334096	1506857	1679159	20
41	990303	1163818	1336979	1509733	1682027	19
42	993198	1166707	1339862	1512608	1684894	18
43	996092	1169596	1342744	1515484	1687761	17
44	998987	1172485	1345627	1518359	1690628	16
45	1001881	1175374	1348509	1521234	1693495	15
46	1004775	1178263	1351392	1524109	1696362	14
47	1007669	1181151	1354274	1526984	1699229	13
48	1010563	1184040	1357156	1529859	1702095	12
49	1013457	1186928	1360038	1532734	1704962	11
50	1016351	1189816	1362920	1535608	1707828	10
51	1019245	1192704	1365802	1538482	1710694	9
52	1022139	1195592	1368683	1541356	1713560	8
53	1025032	1198480	1371564	1544230	1716426	7
54	1027926	1201368	1374446	1547104	1719292	6
55	1030819	1204255	1377327	1549978	1722157	5
56	1033713	1207143	1380208	1552852	1725022	4
57	1036606	1210031	1383089	1555725	1727887	3
58	1039499	1212918	1385970	1558599	1730752	2
59	1042392	1215806	1388851	1561472	1733617	1
60	1045285	1218693	1391731	1564345	1736482	0
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
0	1736482	1908090	2079117	2249511	2419219	60
1	1139347	1910945	2081962	2252345	2422041	59
2	1742211	1913800	2084807	2255179	2424863	58
3	1745075	1916655	2087652	2258013	2427685	57
4	1747939	1919510	2090497	2260847	2430507	56
5	1750803	1922365	2093342	2263680	2433329	55
6	1753667	1925220	2096186	2266513	2436150	54
7	1756531	1928074	2099030	2269346	2438971	53
8	1759394	1930928	2101874	2272179	2441792	52
9	1762258	1933782	2104718	2275012	2444613	51
10	1765121	1936636	2107562	2277844	2447434	50
11	1767984	1939490	2110405	2280676	2450254	49
12	1770847	1942344	2113248	2283508	2453074	48
13	1773710	1945197	2116091	2286340	2455894	47
14	1776573	1948050	2118934	2289172	2458714	46
15	1779435	1950903	2121777	2292004	2461533	45
16	1782298	1953756	2124620	2294835	2464352	44
17	1785160	1956609	2127462	2297666	2467171	43
18	1788022	1959462	2130304	2300497	2469990	42
19	1790884	1962314	2133146	2303328	2472809	41
20	1793746	1965166	2135988	2306159	2475628	40
21	1796608	1968018	2138830	2308989	2478446	39
22	1799469	1970870	2141671	2311819	2481264	38
23	1802331	1973722	2144512	2314649	2484082	37
24	1805192	1976574	2147353	2317479	2486900	36
25	1808053	1979425	2150194	2320309	2489717	35
26	1810914	1982276	2153035	2323138	2492534	34
27	1813774	1985127	2155876	2325967	2495351	33
28	1816634	1987978	2158716	2328796	2498168	32
29	1819495	1990829	2161556	2331625	2500984	31
30	1822355	1993679	2164396	2334454	2503800	30
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
30	1822355	1993679	2164396	2334454	2503800	30
31	1825215	1996530	2167236	2337282	2506616	29
32	1828075	1999380	2170076	2340110	2509432	28
33	1830935	2002230	2172916	2342938	2512248	27
34	1833795	2005080	2175755	2345766	2515064	26
35	1836654	2007930	2178594	2348594	2517879	25
36	1839513	2010780	2181433	2351421	2520694	24
37	1842372	2013629	2184272	2354248	2523509	23
38	1845231	2016478	2187111	2357075	2526324	22
39	1848090	2019327	2189949	2359902	2529138	21
40	1850949	2022176	2192787	2362729	2531952	20
41	1853808	2025025	2195625	2365555	2534766	19
42	1856666	2027874	2198463	2368381	2537580	18
43	1859524	2030722	2201300	2371207	2540393	17
44	1862382	2033570	2204137	2374033	2543206	16
45	1865240	2036418	2206974	2376859	2546019	15
46	1868098	2039266	2209811	2379684	2548832	14
47	1870956	2042114	2212648	2382509	2551645	13
48	1873813	2044962	2215485	2385334	2554458	12
49	1876670	2047809	2218322	2388159	2557270	11
50	1879527	2050656	2221158	2390983	2560082	10
51	1882384	2053503	2223994	2393808	2562894	9
52	1885241	2056350	2226830	2396632	2565706	8
53	1888098	2059197	2229666	2399456	2568517	7
54	1890954	2062043	2232502	2402280	2571328	6
55	1893810	2064889	2235337	2405104	2574139	5
56	1896666	2067735	2238172	2407927	2576950	4
57	1899522	2070581	2241007	2410750	2579760	3
58	1902378	2073427	2243842	2413573	2582570	2
59	1905234	2076272	2246677	2416396	2585380	1
60	1908090	2079117	2249511	2419219	2588190	0
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
0	2588190	2756373	2923717	3090170	3255682	60
1	2591000	2759169	2926499	3092936	3258532	59
2	2593809	2761965	2929280	3095702	3261182	58
3	2596618	2764761	2932061	3098468	3263931	57
4	2599427	2767556	2934842	3101234	3266681	56
5	2602236	2770351	2937623	3103999	3269430	55
6	2605045	2773146	2940403	3106764	3272179	54
7	2607853	2775941	2943183	3109529	3274927	53
8	2610661	2778735	2945963	3112294	3277675	52
9	2613469	2781529	2948743	3115058	3280423	51
10	2616277	2784323	2951523	3117822	3283171	50
11	2619084	2787117	2954302	3120586	3285918	49
12	2621891	2789911	2957081	3123349	3288665	48
13	2624698	2792704	2959860	3126112	3291412	47
14	2627505	2795497	2962638	3128875	3294159	46
15	2630312	2798290	2965416	3131638	3296906	45
16	2633118	2801082	2968194	3134400	3299652	44
17	2635924	2803874	2970972	3137162	3302398	43
18	2638730	2806666	2973750	3139924	3305144	42
19	2641536	2809458	2976527	3142686	3307889	41
20	2644342	2812250	2979304	3145448	3310634	40
21	2647147	2815041	2982081	3148209	3313379	39
22	2649952	2817832	2984857	3150970	3316123	38
23	2652757	2820623	2987633	3153731	3318867	37
24	2655562	2823414	2990409	3156491	3321611	36
25	2658366	2826204	2993185	3159251	3324355	35
26	2661170	2828994	2995960	3162011	3327098	34
27	2663974	2831784	2998735	3164770	3329841	33
28	2666777	2834574	3001510	3167529	3332585	32
29	2669580	2837364	3004284	3170288	3335327	31
30	2672383	2840153	3007058	3173047	3338069	30
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
30	2672383	2840153	3007058	3173047	3338069	30
31	2675186	2842942	3009832	3175805	3340811	29
32	2677989	2845731	3012606	3178563	3343553	28
33	2680792	2848520	3015380	3181321	3346294	27
34	2683595	2851308	3018153	3184079	3349035	26
35	2686397	2854096	3020926	3186837	3351776	25
36	2689199	2856884	3023699	3189594	3354516	24
37	2692001	2859672	3026472	3192351	3357256	23
38	2694802	2862459	3029244	3195108	3359996	22
39	2697603	2865246	3032016	3197864	3362736	21
40	2700404	2868033	3034788	3200620	3365475	20
41	2703205	2870819	3037559	3203375	3368214	19
42	2706005	2873605	3040330	3206130	3370953	18
43	2708805	2876391	3043101	3208885	3373691	17
44	2711605	2879177	3045872	3211640	3376429	16
45	2714405	2881963	3048643	3214395	3379167	15
46	2717204	2884748	3051413	3217150	3381905	14
47	2720003	2887533	3054183	3219904	3384642	13
48	2722802	2890318	3056953	3222658	3387379	12
49	2725601	2893103	3059723	3225412	3390116	11
50	2728400	2895888	3062492	3228165	3392852	10
51	2731198	2898672	3065261	3230918	3395588	9
52	2733996	2901456	3068030	3233671	3398324	8
53	2736794	2904240	3070798	3236423	3401060	7
54	2739592	2907023	3073566	3239175	3403795	6
55	2742389	2909806	3076334	3241927	3406530	5
56	2745186	2912589	3079102	3244679	3409265	4
57	2747983	2915371	3081869	3247430	3411999	3
58	2750780	2918153	3084636	3250181	3414733	2
59	2753577	2920935	3087403	3252932	3417467	1
60	2756373	2923717	3090170	3255682	3420201	0
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſinubus rectis complementorū eiuſdē Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
0	3420201	3583679	3746066	3907311	4067366	60
1	3422934	3586395	3748763	3909989	4070023	59
2	3425667	3589110	3751460	3912666	4072680	58
3	3428400	3591825	3754156	3915343	4075337	57
4	3431133	3594540	3756852	3918020	4077993	56
5	3433865	3597254	3759548	3920696	4080649	55
6	3436597	3599968	3762243	3923372	4083305	54
7	3439329	3602682	3764938	3926048	4085960	53
8	3442060	3605395	3767633	3928723	4088615	52
9	3444791	3608108	3770327	3931398	4091269	51
10	3447522	3610821	3773021	3934072	4093923	50
11	3450253	3613533	3775715	3936746	4096577	49
12	3452983	3616245	3778408	3939420	4099231	48
13	3455713	3618957	3781101	3942093	4101884	47
14	3458442	3621669	3783794	3944766	4104537	46
15	3461171	3624380	3786486	3947439	4107189	45
16	3463900	3627091	3789178	3950112	4109841	44
17	3466629	3629802	3791870	3952784	4112493	43
18	3469357	3632512	3794562	3955456	4115144	42
19	3472085	3635222	3797253	3958128	4117795	41
20	3474813	3637932	3799944	3960799	4120446	40
21	3477540	3640642	3802635	3963470	4123096	39
22	3480267	3643351	3805325	3966140	4125746	38
23	3482994	3646060	3808015	3968810	4128395	37
24	3485721	3648768	3810704	3971480	4131044	36
25	3488447	3651476	3813393	3974149	4133693	35
26	3491173	3654184	3816082	3976818	4136341	34
27	3493899	3656892	3818771	3979487	4138989	33
28	3496624	3659599	3821459	3982155	4141637	32
29	3499349	3662306	3824147	3984823	4144285	31
30	3502075	3665012	3826834	3987491	4146932	30
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
30	3502075	3665012	3826834	3987491	4146932	30
31	3504799	3667718	3829521	3990159	4149579	29
32	3507523	3670424	3832208	3992826	4152226	28
33	3510247	3673130	3834895	3995493	4154872	27
34	3512971	3675835	3837581	3998159	4157518	26
35	3515694	3678541	3840267	4000825	4160163	25
36	3518417	3681246	3842953	4003491	4162808	24
37	3521140	3683951	3845638	4006156	4165453	23
38	3523862	3686655	3848323	4008821	4168097	22
39	3526584	3689359	3851008	4011486	4170741	21
40	3529306	3692062	3853692	4014150	4173385	20
41	3532027	3694765	3856376	4016814	4176028	19
42	3534748	3697468	3859060	4019478	4178671	18
43	3537469	3700170	3861743	4022141	4181313	17
44	3540190	2702872	3864426	4024804	4183955	16
45	3542910	3705574	3867109	4027467	4186597	15
46	3545630	3708276	3869791	4030130	4189239	14
47	3548350	3710977	3872473	4032792	4191880	13
48	3551070	3713678	3875155	4035454	4194521	12
49	3553789	3716379	3877837	4038115	4197162	11
50	3556508	3719080	3880518	4040776	4199802	10
51	3559227	3721780	3883199	4043437	4202442	9
52	3561945	3724480	3885880	4046097	4205081	8
53	3564663	3727179	3888560	4048757	4207720	7
54	3567380	3729878	3891240	4051416	4210359	6
55	3570097	3732577	3893919	4054075	4212997	5
56	3572814	3735275	3896598	4056734	4215635	4
57	3575531	3737973	3899277	4059392	4218273	3
58	3578247	3740671	3901955	4062050	4220910	2
59	3580963	3743369	3904633	4064708	4223547	1
60	3583679	3746066	3907311	4067366	4226183	0
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
0	4226183	4383712	4539905	4694716	4848096	60
1	4228819	4386326	4542497	4697284	4850640	59
2	4231455	4388940	4545088	4699852	4853184	58
3	4234090	4391554	4547679	4702419	4855727	57
4	4236725	4394167	4550270	4704986	4858270	56
5	4239360	4396780	4552860	4707553	4860812	55
6	4241994	4399392	4555450	4710119	4863354	54
7	4244628	4402004	4558039	4712685	4865895	53
8	4247262	4404616	4560628	4715250	4868436	52
9	4249895	4407227	4563216	4717815	4870977	51
10	4252528	4409838	4565804	4720380	4873517	50
11	4255161	4412449	4568392	4722944	4876057	49
12	4257793	4415059	4570979	4725508	4878596	48
13	4260425	4417669	4573566	4728071	4881135	47
14	4263056	4420278	4576153	4730634	4883674	46
15	4265687	4422887	4578739	4733197	4886212	45
16	4268318	4425496	4581325	4735759	4888750	44
17	4270949	4428104	4583911	4738321	4891287	43
18	4273579	4430712	4586496	4740882	4893824	42
19	4276209	4433320	4589081	4743443	4896361	41
20	4278838	4435927	4591665	4746004	4898897	40
21	4281467	4438534	4594249	4748564	4901433	39
22	4284096	4441140	4596833	4751124	4903968	38
23	4286724	4443746	4599416	4753683	4906503	37
24	4289352	4446352	4601999	4756242	4909037	36
25	4291979	4448957	4604581	4758801	4911571	35
26	4294606	4451562	4607163	4761359	4914105	34
27	4297233	4454167	4609744	4763917	4916638	33
28	4299859	4456771	4612325	4766474	4919171	32
29	4302485	4459375	4614906	4769031	4921703	31
30	4305111	4461978	4617486	4771588	4924235	30
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis prò ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
30	4305111	4461978	4617486	4771588	4924235	30
31	4307736	4464581	4620066	4774144	4926767	29
32	4310361	4467184	4622646	4776700	4929298	28
33	4312986	4469786	4625225	4779255	4931829	27
34	4315610	4472388	4627804	4781810	4934359	26
35	4318234	4474990	4630382	4784365	4936889	25
36	4320858	4477591	4632960	4786919	4939418	24
37	4323481	4480192	4635538	4789473	4941947	23
38	4326104	4482792	4638115	4792026	4944476	22
39	4328726	4485392	4640692	4794579	4947004	21
40	4331348	4487992	4643268	4797132	4949532	20
41	4333970	4490591	4645844	4799684	4952059	19
42	4336591	4493190	4648420	4802236	4954586	18
43	4339212	4495788	4650995	4804787	4957113	17
44	4341833	4498386	4653570	4807338	5959639	16
45	4344453	4500984	4656145	4809888	4962165	15
46	4347073	4503582	4658719	4812438	4964690	14
47	4349693	4506179	4661293	4814988	4967215	13
48	4352312	4508776	4663866	4817537	4969740	12
49	4354931	4511372	4666439	4820086	4972264	11
50	4357549	4513968	4669012	4822635	4974788	10
51	4360167	4516563	4671584	4825183	4977311	9
52	4362785	4519158	4674156	4827731	4979834	8
53	4365402	4521753	4676727	4830278	4982356	7
54	4368019	4524347	4679298	4832825	4984878	6
55	4370635	4526941	4681869	4835[illegible]71	4987399	5
56	4373251	4529535	4684439	4837917	4989920	4
57	4375867	4532128	4687009	4840462	4992441	3
58	4378482	4534721	4689578	4843007	4994961	2
59	4381097	4537313	4692147	4845552	4997481	1
60	4383712	4539905	4694716	4848096	5000000	0
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
0	5000000	5150381	5299192	5446390	5591929	60
1	5002519	5152874	5301659	5448829	5594340	59
2	5005038	5155367	5304125	5451268	5596751	58
3	5007556	5157859	5306591	5453707	5599161	57
4	5010074	5160351	5309056	5456145	5601571	56
5	5012591	5162843	5311521	5458583	5603981	55
6	5015108	5165334	5313985	5461020	5606390	54
7	5017624	5167825	5316449	5463456	5608798	53
8	5020140	5170315	5318913	5465892	5611206	52
9	5022656	5172805	5321376	5468328	5613614	51
10	5025171	5175294	5323839	5470763	5616021	50
11	5027686	5177783	5326301	5473198	5618427	49
12	5030200	5180271	5328763	5475632	5620833	48
13	5032714	5182759	5331224	5478066	5623239	47
14	5035227	5185246	5333685	5480499	5625644	46
15	5037740	5187733	5336145	5482932	5628049	45
16	5040253	5190220	5338605	5485364	5630453	44
17	5042765	5192706	5341065	5487796	5632857	43
18	5045277	5195192	5343524	5490228	5635260	42
19	5047788	5197677	5345983	5492659	5637663	41
20	5050299	5200162	5348441	5495090	5640066	40
21	5052809	5202646	5350898	5497520	5642468	39
22	5055319	5205130	5353355	5499950	5644869	38
23	5057829	5207614	5355812	5502379	5647270	37
24	5060338	5210097	5358268	5504808	5649670	36
25	5062847	5212580	5360724	5507236	5652070	35
26	5065355	5215062	5363179	5509664	5654469	34
27	5067865	5217544	5365634	5512091	5656868	33
28	5070370	5220025	5368088	5514518	5659266	32
29	5072877	5222506	5370542	5516944	5661664	31
30	5075384	5224986	5372996	5519370	5664062	30
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis cõplementorū arcuū eiuſdem Quadrātis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
30	5075384	5224986	5372996	5519370	5664062	30
31	5077890	5227466	5375449	5521795	5666459	29
32	5080396	5229949	5377902	5524220	5668856	28
33	5082901	5232425	5380354	5526645	5671252	27
34	5085406	5234904	5382806	5529069	5673648	26
35	5087911	5237382	5385258	5531493	5676043	25
36	5090415	5239860	5387709	5533916	5678438	24
37	5092619	5242337	5390159	5536338	5680832	23
38	5095422	5244814	5392609	5538760	5683226	22
39	5097925	5247290	5395058	5541182	5685619	21
40	5100427	5249766	5397507	5543603	5688012	20
41	5102929	5252241	5399955	5546024	5690404	19
42	5105430	5254716	5402403	5548444	5692796	18
43	5107931	5257191	5404851	5550864	5695187	17
44	5110431	5259665	5407298	5553283	5697578	16
45	5112931	5262139	5409745	5555702	5699968	15
46	5115431	5264612	5412191	5558120	5702358	14
47	5117930	5267085	5414637	5560538	5704747	13
48	5120429	5269557	5417082	5562956	5707136	12
49	5122927	5272029	5419527	5565373	5709524	11
50	5125425	5274501	5421972	5567790	5711912	10
51	5127922	5276972	5424416	5570206	5714299	9
52	5130419	5279443	5426859	5572622	5716686	8
53	5132916	5281913	5429302	5575037	5719072	7
54	5135412	5284383	5431745	5577452	5721458	6
55	5137908	5286852	5434187	5579866	5723844	5
56	5140403	5289321	5436629	5582280	5726229	4
57	5142898	5291789	5439070	5584693	5728613	3
58	5145393	5294257	5441510	5587106	5730997	2
59	5147887	5296725	5443950	5589518	5733381	1
60	5150381	5299192	5446390	5591929	5735764	0
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
0	5735764	5877852	6018150	6156615	6293204	60
1	5738147	5880205	6020473	6158907	6295464	59
2	5740529	5882558	6022796	6161198	6297724	58
3	5742911	5884910	6025118	6162489	6299983	57
4	5745292	5887262	6027439	6165780	6302242	56
5	5747672	5889613	6029760	6168070	6304501	55
6	5750052	5891964	6032080	6170359	6306759	54
7	5752432	5894314	6034400	6172648	6309016	53
8	5754811	5896664	6036719	6174936	6311273	52
9	5757190	5899013	6039038	6177224	6313529	51
10	5759568	5901361	6041357	6179512	6315784	50
11	5761946	5903709	6043675	6181799	6318039	49
12	5764323	5906056	6045992	6184085	6320293	48
13	5766700	5908403	6048309	6186371	6322547	47
14	5769076	5910750	6050625	6188656	6324800	46
15	5771452	5913096	6052940	6190940	6327053	45
16	5773827	5915442	6055255	6193224	6329305	44
17	5776202	5917787	6057570	6195508	6331557	43
18	5778576	5920132	6059884	6197791	6333808	42
19	5780950	5922476	6062198	6200074	6336059	41
20	5783324	5924820	6064511	6202356	6338310	40
21	5785697	5927163	6066824	6204638	6340560	39
22	5788069	5929505	6069136	6206919	6342809	38
23	5790441	5931847	6071448	6209199	6345058	37
24	5792812	5934189	6073759	6211479	6347306	36
25	5795183	5936530	6076069	6213758	6349553	35
26	5797553	5938871	6078379	6216037	6351800	34
27	5799923	5941211	6080688	6218315	6354046	33
28	5802292	5943551	6082997	6220593	6356292	32
29	5804661	5945890	6085306	6222870	6358537	31
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782	30
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782	30
31	5809398	5950566	6089922	6227422	6363026	29
32	5811766	5952904	6092229	6229698	6365270	28
33	5814133	5955241	6094536	6231973	6367513	27
34	5816499	5957578	6096842	6234248	6369756	26
35	5818865	5959914	6099147	6236522	6371999	25
36	6821230	5962250	6101452	6238796	6374241	24
37	5823595	5964585	6103756	6241069	6376482	23
38	5825959	5966919	6106060	6243342	6378722	22
39	5828323	5969253	6108364	6245614	6380962	21
40	5830687	5971586	6110667	6247885	6383201	20
41	5833050	5973919	6112970	6250156	6385440	19
42	5835412	5976251	6115272	6252426	6387678	18
43	5837774	5978583	6117573	6254696	6389916	17
44	5840136	5980915	6119873	6256966	6392153	16
45	5842497	5983246	6122173	6259235	6394390	15
46	5844858	5985577	6124473	6261503	6396626	14
47	5847218	5987907	6126772	6263771	6398862	13
48	5849578	5990237	6129071	6266038	6401097	12
49	5851937	590[illegible]566	6131369	6268305	6403332	11
50	5854295	5994894	6133667	6270572	6405566	10
51	5856653	5997222	6135964	6272838	6407799	9
52	5859010	5999549	6138261	6275103	6410032	8
53	5861367	6001876	6140557	6277368	6412264	7
54	5863724	6004202	6142853	6279632	6414496	6
55	5866080	6006528	6145148	6281895	6416728	5
56	5868436	6008853	6147442	6284158	6418959	4
57	5870791	6011178	6149736	6286420	6421189	3
58	5873145	6013502	6152030	6288682	6423419	2
59	5875499	6015826	6154323	6290943	6425648	1
60	5877852	6018150	6156615	6293204	6427876	0
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
0	6427876	6560590	6691306	6819984	6946584	60
1	6430104	6562785	6693468	6822111	6948676	59
2	6432331	6564979	6695629	6824237	6950767	58
3	6434558	6567173	6697789	6826362	6952858	57
4	6436785	6569367	6699949	6828489	6954949	56
5	6439011	6571560	6702108	6830614	6957039	55
6	6441236	6573753	6704267	6832738	6959128	54
7	6443461	6575945	6706425	6834861	6961216	53
8	6445685	6578136	6708582	6836984	6963304	52
9	6447909	6580326	6710737	6839107	6965392	51
10	6450132	6582516	6712895	6841229	6967479	50
11	6452355	6584705	6715051	6843350	6969565	49
12	6454577	6586894	6717206	6845471	6971651	48
13	6456799	6589082	6719361	6847591	6973736	47
14	6459020	6591270	6721515	6849711	6975821	46
15	6461240	6593458	6723668	6851830	6977905	45
16	6463460	6595645	6725821	6853949	6979988	44
17	6465679	6597831	6727973	6856067	6982071	43
18	6467898	6600016	6730125	6858184	6984153	42
19	6470116	6602201	6732276	6860301	6986235	41
20	6472333	6604386	6734427	6862417	6988316	40
21	6474550	6606570	6736577	6864533	6990396	39
22	6476766	6608753	6738726	6866648	6992476	38
23	6478982	6610936	6740875	6868762	6994555	37
24	6481198	6613118	6743024	6870876	6996634	36
25	6483413	6615300	6745172	6872989	6998712	35
26	6485628	6617481	6747319	6875102	7000789	34
27	6487842	6619661	6749465	6877214	7002866	33
28	6490055	6621841	6751611	6879325	7004942	32
29	6492268	6624021	6753757	6881436	7007018	31
30	6494480	6626200	6755902	6883546	7009093	30
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
30	6494480	6626200	6755902	6883546	7009093	30
31	6496692	6628379	6758047	6885656	7011167	29
32	6498903	6630557	6760191	6887765	7013241	28
33	6501114	6632734	6762334	6889874	7015314	27
34	6503324	6634911	6764477	6891982	7017387	26
35	6505533	6637087	6766619	6894089	7019459	25
36	6507742	6639263	6768760	6896196	7021530	24
37	6509950	6641438	6770901	6898302	7023601	23
38	6512158	6643612	6773041	6900408	7025671	22
39	6514365	6645786	6775181	6902513	7027741	21
40	6516572	6647959	6777320	6904617	7029810	20
41	6518778	6650132	6779459	6906721	7031879	19
42	6520984	6652304	6781597	6908824	7033947	18
43	6523189	6654476	6783734	6910927	7036014	17
44	6525394	6656647	6785871	6913029	7038081	16
45	6527598	6658817	6788007	6915131	7040147	15
46	6529801	6660987	6790143	6917232	7042213	14
47	6532004	6663156	6792278	6919332	7044278	13
48	6534206	6665325	6794413	6921432	7046342	12
49	6536408	6667493	6796547	6923531	7048406	11
50	6538609	6669661	6798681	6925630	7050469	10
51	6540809	6671828	6800814	6927728	7052432	9
52	6543009	6673994	6802946	6929725	7054594	8
53	6545208	6676160	6805078	6931922	7056655	7
54	6547407	6678326	6807209	6934018	7058716	6
55	6549606	6680491	6809340	6936114	7060776	5
56	6551804	6682655	6811470	6938209	7062836	4
57	6554001	6684818	6813599	6940303	7064895	3
58	6556198	6686981	6815728	6942397	7066953	2
59	6558394	6689144	6817856	6944491	7069011	1
60	6560590	6691306	6819984	6946584	7071068	0
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	45	46	47	48	49	
0	7071068	7193398	7313537	7431448	7547096	60
1	7073125	7195418	7315521	7433394	7549004	59
2	7075181	7197438	7317504	7435339	7550911	58
3	7077236	7199457	7319486	7437284	7552818	57
4	7079291	7201476	7321468	7439229	7554724	56
5	7081345	7203494	7323449	7441173	7556630	55
6	7083399	7205511	7325429	7443116	7558535	54
7	7085452	7207527	7327409	7445058	7560439	53
8	7087504	3209543	7329388	7447000	7562343	52
9	7089556	7211559	7331367	7448941	7564246	51
10	7091607	7213574	7333345	7450882	7566148	50
11	7093658	7215588	7335322	7452822	7568050	49
12	7095708	7217601	7337298	7454761	7569951	48
13	7097757	7219614	7339274	7456699	7571851	47
14	7099806	7221627	7341250	7458637	7573751	46
15	7101854	7223639	7343225	7460574	7575650	45
16	7103902	7225651	7345199	7462511	7577548	44
17	7105949	7227662	7347173	7464447	7579446	43
18	7107995	7229672	7349146	7466382	7581343	42
19	7110041	7231681	7351118	7468317	7583240	41
20	7112086	7233689	7353090	7470251	7585136	40
21	7114131	7235697	7355061	7472184	7587031	39
22	7116175	7237704	7357031	7474117	7588925	38
23	7118218	7239711	7359001	7476049	7590819	37
24	7120261	7241718	73 0970	7477981	7592713	36
25	7122303	7243724	7362939	7479912	7594606	35
26	7124344	7245729	7364907	7481842	7596498	34
27	7126385	7247733	7366874	7483771	7598389	33
28	7128425	7249737	7368841	7485700	7600280	32
29	7130465	7251741	7370807	7487629	7502170	31
30	7132504	7253744	7372773	7489557	7604060	30
	44	43	42	41	40	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	45	46	47	48	49	
30	7132504	7253744	7372773	7489557	7604960	30
31	7134543	7255746	7374738	7491484	7605949	29
32	7136581	7257747	7376702	7493410	7607837	28
33	7138618	7259748	7378666	7495336	7609725	27
34	7140655	7261749	7380629	7497262	7611612	26
35	7142691	7263749	7382592	7499187	7613498	25
36	7144727	7265748	7384554	7501111	7615384	24
37	7146762	7267746	7386515	7503034	7617269	23
38	7148796	7269744	7388475	7504957	7619153	22
39	7150830	7271741	7390435	7506879	7621037	21
40	7152863	7273737	7392394	7508801	7622920	20
41	7154895	7275733	7394353	7510722	7624802	19
42	7156927	7277728	7396311	7512642	7626683	18
43	7158958	7279722	7398268	7514561	7628564	17
44	7160989	7281716	7400225	7516480	7630445	16
45	7163019	7283710	7402181	7518398	7632325	15
46	7165049	7285703	7404137	7520316	7634204	14
47	7167078	7287695	7406092	7522233	7636082	13
48	7169106	7289687	7408046	7524149	7637960	12
49	7171134	7291678	7410000	7526065	7639838	11
50	7173161	7293668	7411953	7527980	7641715	10
51	7175187	7295658	7413905	7529894	7643591	9
52	7177213	7297647	7415856	7531808	7645466	8
53	7179238	7299635	7417807	7533721	7647341	7
54	7181263	7301623	7419758	7535634	7649215	6
55	7183287	7303610	7421708	7537546	7651088	5
56	7185310	7305597	7423657	7539457	7652961	4
57	7187333	7307583	7425605	7541367	7654833	3
58	7189355	7309568	7427552	7543277	7656704	2
59	7191377	7311553	7429501	7545187	7658575	1
60	7193398	7313537	7431448	7547096	7660445	0
	44	43	42	41	40	

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	50	51	52	53	54	
0	7660445	7771460	7880108	7986355	8090170	60
1	7662314	7773290	7881898	7988105	8091879	59
2	7664183	7775120	7883688	7989855	8093588	58
3	7666051	7776949	7885477	7991604	8095296	57
4	7667919	7778777	7887266	7993352	8097004	56
5	7669786	7780605	7889054	7995100	8098711	55
6	7671652	7782432	7890841	7996847	8100417	54
7	7673517	7784258	7892927	7998593	8102122	53
8	7675382	7786084	7894413	8000339	8103827	52
9	7677246	7787909	7896198	8002084	8105531	51
10	7679110	7789833	7897983	8003828	8107234	50
11	7680973	7791557	7899767	8005571	8108936	49
12	7682835	7793380	7901550	8007314	8110638	48
13	7684697	7795202	7903332	8009056	8112339	47
14	7686558	7797024	7905114	8010797	8114040	46
15	7688418	7798845	7906895	8012538	8115740	45
16	7690278	7800665	7908676	8014278	8117439	44
17	7692137	7802485	7910456	8016017	8119137	43
18	7693995	7804304	7912235	8017756	8120835	42
19	7695853	7806123	7914014	8019494	8122532	41
20	7697710	7807941	7915792	8021232	8124229	40
21	7699566	7809758	7917569	8022969	8125925	39
22	7701422	7811574	7919345	8024705	8127620	38
23	7703277	7813390	7921121	8026440	8129314	37
24	7705132	7815205	7922896	8028175	8131008	36
25	7706986	7817020	7924671	8029909	8132701	35
26	7708839	7818834	7926445	8031642	8134393	34
27	7710692	7820647	7928218	8033375	8136084	33
28	7712544	7822459	7929990	8035107	8137775	32
29	7714395	7824271	7931762	8036838	8139465	31
30	7716246	7826082	7933533	8038569	8141155	30
	39	38	37	36	35	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	50	51	52	53	54	
30	7716246	7826082	7933533	8038569	8141155	30
31	7718096	7827892	7935303	8040299	8142844	29
32	7719945	7829702	7937073	8042028	8144532	28
33	7721794	7831511	7938842	8043757	8146220	27
34	7723642	7833320	7940611	8045485	8147907	26
35	7725490	7835128	7942379	8047212	8149593	25
36	7727337	7836935	7944146	8048938	8151278	24
37	7729183	7838741	7945912	8050664	8152963	23
38	7731028	7840547	7947678	8052389	8154647	22
39	7732872	7842352	7949443	8054114	8156330	21
40	7734716	7844157	7951208	8055838	8158013	20
41	7736559	7845961	7952972	8057561	8159695	19
42	7738402	7847764	7954735	8059283	8161376	18
43	7740244	7849566	7956497	8061005	8163057	17
44	7742085	7851368	7958259	8062726	8164737	16
45	7743926	7853169	7960020	8064446	8166416	15
46	7745766	7854970	7961780	8066166	8168094	14
47	7747606	7856770	7963540	8067885	8169772	13
48	7749445	7858569	7965299	8069603	8171449	12
49	7751283	7860368	7967057	8071321	8173126	11
50	7753121	7862166	7968815	8073038	8174802	10
51	7754958	7863963	7970572	8074754	8176477	9
52	7756794	7865759	7972328	8076470	8178151	8
53	7758630	7867555	7974084	8078185	8179825	7
54	7760465	7869350	7975839	8079899	8181498	6
55	7762299	7871145	7977593	8081613	8183170	5
56	7764132	7872939	7979347	8083326	8184841	4
57	7765965	7874732	7981100	8085038	8186512	3
58	7767797	7876525	7982852	8086749	8188182	2
59	7769629	7878317	7984604	8088460	8189851	1
60	7771460	7880108	7986355	8090170	8191520	0
	39	38	37	36	35	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

V

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	55	56	57	58	59	
0	8191520	8290376	8386706	8480481	8571673	60
1	8193188	8292002	8388290	8482022	8573171	59
2	8194855	8293628	8389873	8483562	8574668	58
3	8196522	8295253	8391456	8485102	8576164	57
4	8198188	8296877	8393038	8486641	8577660	56
5	8199854	8298501	8394619	8488180	8579155	55
6	8201519	8300124	8396199	8489718	8580649	54
7	8203183	8301746	8397778	8491255	8582142	53
8	8204846	8303367	8399357	8492791	8583635	52
9	8206508	8304987	8400935	8494326	8585127	51
10	8208170	8306607	8402513	8495860	8586619	50
11	8209831	8308226	8404090	8497394	8588110	49
12	8211491	8309844	8405666	8498927	8589600	48
13	8213151	8311462	8407241	8500459	8591089	47
14	8214810	8313079	8408816	8501991	8592577	46
15	8216469	8314696	8410390	8503522	8594064	45
16	8218127	8316312	8411963	8505052	8595551	44
17	8219784	8317927	8413536	8506582	8597037	43
18	8221440	8319541	8415108	8508111	8598523	42
19	8223096	8321155	8416679	8509639	8600008	41
20	8224751	8322768	8418250	8511167	8601492	40
21	8226405	8324380	8419820	8512694	8602975	39
22	8228058	8325991	8421389	8514220	8604457	38
23	8229711	8327602	8422957	8515745	8605939	37
24	8231363	8329212	8424525	8517270	8607420	36
25	8233015	8330822	8426092	8518794	8608901	35
26	8234666	8332431	8427658	8520317	8610381	34
27	8236316	8334039	8429223	8521839	8611860	33
28	8237965	8335646	8430788	8523361	8613338	32
29	8239614	8337252	8432352	8524882	8614815	31
30	8241262	8338858	8433915	8526402	8616292	30
	34	33	32	31	30	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	55	56	57	58	59	
30	8241262	8338858	8433915	8526402	8616292	30
31	8242909	8340463	8435477	8527921	8617768	29
32	8244556	8342067	8437039	8529440	8619243	28
33	8246202	8343671	8438600	8530958	8620718	27
34	8247847	8345247	8440161	8532476	8622192	26
35	8249492	8346877	8441721	8533993	8623665	25
36	8251136	8348479	8443280	8535509	8625137	24
37	8252779	8350080	8444838	8537024	8626608	23
38	8254421	8251680	8446396	8538538	8628079	22
39	8256062	8353279	8447953	8540052	8629549	21
40	8257703	8354878	8449509	8541565	8631019	20
41	8259343	8356476	8451064	8543077	8632488	19
42	8260982	8358073	8452618	8544588	8633956	18
43	8262621	8359670	8454172	8546099	8635423	17
44	8264259	8361266	8455725	8547609	8636889	16
45	8265897	8362862	8457278	8549119	8638355	15
46	8267534	8364457	8458830	8550628	8639820	14
47	8269170	8366051	8460381	8552136	8641284	13
48	8270806	8367644	8461932	8553643	8642748	12
49	8272441	8369236	8463482	8555149	8644211	11
50	8274075	8370828	8465031	8556655	8645673	10
51	8275708	8372419	8466579	8558160	8647134	9
52	8277340	8374009	8468126	8559664	8648595	8
53	8278972	8375599	8469673	8561168	8650055	7
54	8280603	8377188	8471219	8562671	8651514	6
55	8282234	8378776	8472765	8564173	8652973	5
56	8283864	8380363	8474310	8565675	8654431	4
57	8285493	8381950	8475854	8567176	8655888	3
58	8287121	8383536	8477397	8568676	8657344	2
59	8288749	8385121	8478939	8570175	8658799	1
60	8290376	8386706	8480481	8571673	8660254	0
	34	33	32	31	30	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	60	61	62	63	64	
0	8660254	8746197	8829476	8910065	8987940	60
1	8661708	8747607	8830841	8911385	8989215	59
2	8663162	8749016	8832205	8912704	8990489	58
3	8664615	8750425	8833569	8914023	8991762	57
4	8666067	8751833	8834932	8915341	8993035	56
5	8667518	8753240	8836295	8916659	8994307	55
6	8668968	8754646	8837657	8917976	8995578	54
7	8670417	8756051	8839018	8919292	8996848	53
8	8671866	8757456	8840378	8920607	8998117	52
9	8673314	8758860	8841737	8921921	8999386	51
10	8674762	8760263	8843095	8923234	9000654	50
11	8676209	8761665	8844452	8924546	9001921	49
12	8677655	8763067	8845809	8925858	9003187	48
13	8679100	8764468	8847165	8927169	9004453	47
14	8680544	8765868	8848521	8928479	9005718	46
15	8681988	8767268	8849876	8929789	9006982	45
16	8683431	8768667	8851230	8931098	9008245	44
17	8684874	8770065	8852583	8932406	9009508	43
18	8686316	8771462	8853936	8933714	9010770	42
19	8687757	8772859	8855288	8935021	9012031	41
20	8689197	8774255	8856639	8936327	9013292	40
21	8690636	8775650	8857989	8937632	9014552	39
22	8692074	8777044	8859338	8938936	9015811	38
23	8693512	8778437	8860687	8940240	9017069	37
24	8694949	8779830	8862035	8941543	9018326	36
25	8696386	8781222	8863383	8942845	9019582	35
26	8697822	8782613	8864730	8944146	9020838	34
27	8699257	8784003	8866076	8945446	9022093	33
28	8700691	8785393	8867421	8946746	9023347	32
29	8702124	8786782	8868765	8948045	9024600	31
30	8703557	8788171	8870108	8949344	9025853	30
	29	28	27	26	25	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

	60	61	62	63	64	
30	8703557	8788171	8870108	8949344	9025853	30
31	8704989	8789559	8871451	8950642	9027105	29
32	8706420	8790946	8872793	8951939	9028356	28
33	8707851	8792332	8874134	8953235	9029606	27
34	8709281	8793717	8875475	8954530	9030856	26
35	8710710	8795102	8876815	8955824	9032105	25
36	8712138	8796486	8878154	8957117	9033353	24
37	8713565	8797869	8879492	8958410	9034600	23
38	8714992	8799251	8880830	8959702	9035847	22
39	8716418	8800633	8882167	8960994	9037093	21
40	8717844	8802014	8883503	8962285	9038338	20
41	8719269	8803394	8884838	8963575	9039582	19
42	8720693	8804773	8886172	8964864	9040825	18
43	8722116	8806152	8887506	8966152	9042068	17
44	8723538	8807530	8888839	8967440	9043310	16
45	8724960	8808907	8890171	8968727	9044551	15
46	8726381	8810283	8891502	8970013	9045791	14
47	8727801	8811659	8892833	8971299	9047031	13
48	8729221	8813034	8894163	8972584	9048270	12
49	8730640	8814408	8895492	8973868	9049508	11
50	8732058	8815782	8896821	8975151	9050746	10
51	8733475	8817155	8898149	8976433	9051983	9
52	8734891	8818527	8899476	8977715	9053219	8
53	8736307	8819898	8900802	8978996	9054454	7
54	8737722	8821268	8902127	8980276	9055688	6
55	8739137	8822638	8903452	8981555	9056922	5
56	8740551	8824007	8904776	9882833	9058155	4
57	8741964	8825375	8906099	8984111	9059387	3
58	8743376	8826743	8907422	8985388	9060618	2
59	8744787	8828110	8908744	8986664	9061848	1
60	8746197	8829476	8910065	8987940	9063078	0
	25	26	27	28	29	

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65	66	67	68	69	
0	9063078	9135455	9205049	9271839	9335804	60
1	9064307	9136638	9206185	9272928	9336846	59
2	9065535	9137820	9207321	9274017	9337887	58
3	9066763	9139001	9208456	9275105	9338928	57
4	9067990	9140181	9209590	9276192	9339968	56
5	9069216	9141361	9210723	9277278	9341007	55
6	9070441	9142540	9211855	9278363	9342045	54
7	9071665	9143718	9212986	9279448	9343082	53
8	9072889	9144895	9214117	9280532	9344119	52
9	9074112	9146072	9215247	9281615	9345155	51
10	9075334	9147248	9216376	9282697	9346190	50
11	9076555	9148423	9217504	9283778	9347224	49
12	9077775	9149597	9218631	9284859	9348257	48
13	9078995	9150770	9219758	9285939	9349289	47
14	9080214	9151943	9220884	9287018	9350321	46
15	9081432	9153115	9222010	9288096	9351352	45
16	9082649	9154286	9223135	9289173	9352382	44
17	9083866	9155457	9224259	9290250	9353411	43
18	9085082	9156627	9225382	9291326	9354440	42
19	9086297	9157796	9226504	9292401	9355468	41
20	9087512	9158964	9227625	9293476	9356495	40
21	9088726	9160131	9228746	9294550	9357521	39
22	9089939	9161297	9229866	9295623	9358546	38
23	9091151	9162463	9230985	9296695	9359571	37
24	9092362	9163628	9232103	9297766	9360595	36
25	9093572	9164792	9233220	9298836	9361618	35
26	9094781	9165955	9234337	9299905	9362640	34
27	9095990	9167117	9235453	9300974	9363662	33
28	9097198	9168279	9236568	9302042	9364683	32
29	9098406	9169440	9237682	9303109	9365703	31
30	9099613	9170601	9238795	9304176	9366722	30
	24	23	22	21	20	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65	66	67	68	69	
30	9099613	9170601	9238795	9304176	9366722	30
31	9100819	9171761	9239908	9305242	9367740	29
32	9102024	9172920	9241020	9306307	9368758	28
33	9103228	9174078	9242131	9307371	9369775	27
34	9104432	9175235	9243242	9308434	9370791	26
35	9105635	9176391	9244352	9309497	9371806	25
36	9106837	9177547	9245461	9310559	9372820	24
37	9108038	9178702	9246569	9311620	9373834	23
38	9109238	9179856	9247676	9312680	9374847	22
39	9110438	9181009	9248782	9313739	9375859	21
40	9111637	9182161	9249888	9314798	9376870	20
41	9112835	9183313	9250993	9315856	9377880	19
42	9114032	9184464	9252097	9316913	9378889	18
43	9115229	9185614	9253200	9317969	9379898	17
44	9116425	9186763	9254303	9319024	9380906	16
45	9117620	9187912	9255405	9320079	9381913	15
46	9118814	9189060	9256506	9321133	9382919	14
47	9120007	9190207	9257606	9322186	9383925	13
48	9121200	9191353	9258706	9323238	9384930	12
49	9122392	9192499	9259805	9324290	9385934	11
50	9123584	9193644	9260903	9325341	9386937	10
51	9124775	9194788	9262000	9326391	9387939	9
52	9125965	9195931	9263096	9327440	9388941	8
53	9127154	9197073	9264192	9328488	9389942	7
54	9128342	9198215	9265287	9329535	9390942	6
55	9129529	9199156	9266381	9330582	9391941	5
56	9130716	9200496	9267474	9331628	9392940	4
57	9131902	9201635	9268566	9332673	9393938	3
58	9133087	9202774	9269658	9333717	9394935	2
59	9134271	9203912	9270749	9334761	9395931	1
60	9135455	9205049	9271839	9335804	9396926	0
	24	23	22	21	20	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	70	71	72	73	74	
0	9396926	9455186	9510565	9563048	9612617	60
1	9397921	9456133	9511464	9563898	9613418	59
2	9398915	9457079	9512362	9564747	9614219	58
3	9399908	9458024	9513259	9565596	9615019	57
4	9400900	9458968	9514155	9566444	9615818	56
5	9401891	9459911	9515050	9567291	9616616	55
6	9402882	9460854	9515944	9568137	9617413	54
7	9403872	9461796	9516838	9568982	9618209	53
8	9404861	9462737	9517731	9569826	9619005	52
9	9405849	9463677	9518623	9570670	9619800	51
10	9406836	9464616	9519514	9571513	9620594	50
11	9407822	9465555	9520404	9572355	9621387	49
12	9408808	9466493	9521294	9573196	9622179	48
13	9409793	9467430	9522183	9574036	9622971	47
14	9410777	9468366	9523071	9574875	9623762	46
15	9411760	9469301	9523958	9575714	9624552	45
16	9412742	9470236	9524844	9576552	9625341	44
17	9413724	9471170	9525730	9577389	9626129	43
18	9414705	9472103	9526615	9578225	9626917	42
19	9415685	9473035	9527499	9579061	9627704	41
20	9416665	9473967	9528382	9579896	9628490	40
21	9417644	9474898	9529264	9580730	9629275	39
22	9418622	9475828	9530146	9581563	9630059	38
23	9419599	9476757	9531027	9582395	9630843	37
24	9420575	9477685	9531907	9583226	9631626	36
25	9421550	9478612	9532786	9584057	9632408	35
26	9422525	9479539	9533664	9584887	9633189	34
27	9423499	9480465	9534541	9585716	9633969	33
28	9424472	9481390	9535418	9586544	9634748	32
29	9425444	9482314	9536294	9587371	9635527	31
30	9426415	9483237	9537169	9588197	9636305	30
	19	18	17	16	15	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	70	71	72	73	74	
30	9426415	9483237	9537169	9588197	9636305	30
31	9427386	9484160	9538043	9589023	9637082	29
32	9428356	9485082	9538917	9589848	9637858	28
33	9429325	9486003	9539790	9590672	9638633	27
34	9430293	9486923	9540662	9591495	9639408	26
35	9431260	9487842	9541533	9592318	9640182	25
36	9432227	9488761	9542403	9593140	9640955	24
37	9433193	9489679	9543272	9593961	9641727	23
38	9434158	9490596	9544141	9594781	9642498	22
39	9435122	9491512	9545009	9595600	9643268	21
40	9436085	9492427	9545876	9596419	9644038	20
41	9437048	9493341	9546742	9597237	9644807	19
42	9438010	9494255	9547607	9598054	9645575	18
43	9438971	9495168	9548472	9598870	9646342	17
44	9439931	9496080	9549336	9599685	9647108	16
45	9440890	9496991	9550199	9600499	9647873	15
46	9441849	9497902	9551061	9601313	9648638	14
47	9442807	9498812	9551922	9602126	9649402	13
48	9443764	9499721	9552783	9602938	9650165	12
49	9444720	9500629	9553643	9603749	9650927	11
50	9445676	9501536	9554502	9604559	9651689	10
51	9446631	9502443	9555360	9605368	9652450	9
52	9447585	9503349	9556217	9606177	9653210	8
53	9448538	9504254	9557074	9606985	9653969	7
54	9449490	9505158	9557930	9607792	9654727	6
55	9450441	9506061	9558785	9608598	9655484	5
56	9451392	9506963	9559639	9609403	9656240	4
57	9452342	9507865	9560492	9610208	9656996	3
58	9453291	9508766	9561345	9611012	9657751	2
59	9454239	9509666	9562197	9611815	9658505	1
60	9455186	9510565	9563048	9612617	9659258	0
	19	18	17	16	15	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

	75	76	77	78	79	
0	9659258	9702957	9743600	9781476	9816272	60
1	9660011	9703660	9744355	9782080	9816827	59
2	9660163	9704363	9745008	9782684	9817381	58
3	9661514	9705065	9745660	9783281	9817934	57
4	9662264	9705766	9746312	9783889	9818486	56
5	9663013	9706466	9746963	9784490	9819037	55
6	9663761	9707165	9747613	9785090	9819587	54
7	9664508	9707863	9748262	9785689	9820137	53
8	9665255	9708561	9748910	9786288	9820686	52
9	9666001	9709258	9749557	9786886	9821234	51
10	9666746	9709954	9750203	9787483	9821781	50
11	9667490	9710649	9750849	9788079	9822327	49
12	9668233	9711343	9751494	9788674	9822872	48
13	9668976	9712036	9752138	9789268	9823417	47
14	9669718	9712729	9752781	9789862	9823961	46
15	9670459	9713421	9753423	9790455	9824504	45
16	9671199	9714112	9754065	9791047	9825046	44
17	9671938	9714802	9754706	9791638	9825587	43
18	9672677	9715491	9755346	9792228	9826128	42
19	9673415	9716180	9755985	9792818	9826668	41
20	9674152	9716868	9756623	9793407	9827207	40
21	9674888	9717555	9757260	9793995	9827745	39
22	9675623	9718241	9757897	9794582	9828282	38
23	9676357	9718926	9758533	9795168	9828818	37
24	9677091	9719610	9759168	9795753	9829354	36
25	9677824	9720294	9759802	9796337	9829889	35
26	9678556	9720977	9760435	9796921	9830423	34
27	9679287	9721659	9761067	9797504	9830956	33
28	9680017	9722340	9761699	9798086	9831488	32
29	9680747	9723020	9762330	9798667	9832019	31
30	9681476	9723699	9762960	9799247	9832549	30
	14	13	12	11	10	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis cōplemētorū arcuū eiuſdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	75	76	77	78	79	
30	9681476	9723699	9762960	9799247	9832549	30
31	9682804	9724378	9763589	9799827	9833079	29
32	9682931	9725056	9764217	9800406	9833608	28
33	9683657	9725733	9764845	9800984	9834136	27
34	9684383	9726409	9765472	9801561	9834663	26
35	9685108	9727085	9766098	9802137	9835189	25
36	9685832	9727760	9766723	9802712	9835714	24
37	9686555	9728434	9767347	9803287	9836239	23
38	9687277	9729107	9767970	9803861	9836763	22
39	9687998	9729779	9768593	9804434	9837286	21
40	9688719	9730450	9769215	9805006	9837808	20
41	9689439	9731120	9769836	9805577	9838329	19
42	9690158	9731789	9770456	9806147	9838850	18
43	9690879	9732458	9771075	9806716	9839370	17
44	9691593	9733126	9771693	9807285	9839889	16
45	9692309	9733793	9772311	9807853	9840407	15
46	9693025	9734459	9772928	9808420	9840924	14
47	9693740	9735124	9773544	9808986	9841440	13
48	9694454	9735789	9774159	9809551	9841956	12
49	9695167	9736453	9774773	9810116	9842471	11
50	9695879	9737116	9775387	9810680	9842985	10
51	9696590	9737778	9776000	9811243	9843498	9
52	9697301	9738439	9776612	9811805	9844010	8
53	96 8011	9739099	9777223	9812366	9844521	7
54	9698720	9739759	9777833	9812926	9845032	6
55	9699428	9740418	9778442	9813486	9845542	5
56	9700135	9741076	9779050	9814045	9846051	4
57	9700842	9741733	9779658	9814603	9846559	3
58	9701548	9742389	9780265	9815160	9847066	2
59	9702253	9743045	9780871	9815716	9847572	1
60	9702957	9743700	9781476	9816272	9848078	0
	14	13	12	11	10	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

	80	81	82	83	84	
0	9848078	9876883	9902681	9925461	9945219	60
1	9848583	9877338	9903085	9925816	9945523	59
2	9849087	9877792	9903489	9926169	9945826	58
3	9849570	9878245	9903892	9926521	9946128	57
4	9850092	9878697	9904294	9926873	9946429	56
5	9850593	9879148	9904695	9927224	9946729	55
6	9851093	9879598	9905095	9927574	9947028	54
7	9851593	9880048	9905494	9927923	9947327	53
8	9852092	9880497	9905893	9928271	9947625	52
9	9852590	9880945	9906291	9928618	9947912	51
10	9853087	9881392	9906688	9928965	9948218	50
11	9853583	9881838	9907084	9929311	9948513	49
12	9854079	9882283	9907479	9929656	9948807	48
13	9854574	9882728	9907873	9930000	9949100	47
14	9855068	9883172	9908266	9930343	9949393	46
15	9855561	9883615	9908659	9930685	9949685	45
16	9856053	9884057	9909051	9931026	9949976	44
17	9856544	9884498	9909442	9931367	9950266	43
18	9857035	9884938	9909832	9931707	9950555	42
19	9857525	9885378	9910221	9932046	9950844	41
20	9858014	9885817	9910610	9932384	9951132	40
21	9858502	9886255	9910998	9932721	9951419	39
22	9858989	9886692	9911385	9933057	9951705	38
23	9859475	9887128	9911771	9933393	9951990	37
24	9859961	9887564	9912156	9933728	9952274	36
25	9860446	9887999	9912540	9934062	9952557	35
26	9860930	9888433	9912923	9934395	9952840	34
27	9861413	9888866	9913306	9934727	9953122	33
28	9861895	9889298	9913688	9935058	9953403	32
29	9862376	9889729	9914069	9935389	9953683	31
30	9862856	9890159	9914449	9935719	9953962	30
	9	8	7	6	5	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis cōplementorū arcuū eiuſdem Quadrātis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80	81	82	83	84	
30	9862856	9890159	9914449	9935719	9953962	30
31	9863336	9890588	9914828	9936048	9954240	29
32	9863815	9891017	9915206	9936376	9954518	28
33	9864293	9891445	9915584	9936703	9954795	27
34	9864770	9891872	9915961	9937029	9955071	26
35	9865246	9892298	9916337	9937355	9955346	25
36	9865722	9892723	9916712	9937680	9955620	24
37	9866197	9893147	9917086	9938004	9955893	23
38	9866671	9893571	9917459	9938327	9956165	22
39	9867144	9893994	9917832	9938649	9956437	21
40	9867616	9894416	9918204	9938970	9956708	20
41	9868087	9894837	9918575	9939290	9956978	19
42	9868557	9895257	9918945	9939609	9957247	18
43	9869027	9895677	9919314	9939928	9957515	17
44	9869496	9896096	9919682	9940246	9957782	16
45	9869964	9896514	9920049	9940563	9958049	15
46	9870431	9896931	9920416	9940879	9958315	14
47	9870897	9897347	9920782	9941194	9958580	13
48	9871362	9897762	9921147	9941509	9958844	12
49	,871827	9898177	9921511	9941823	9959307	11
50	9872291	9898591	9921874	9942136	9959370	10
51	9872754	9899004	9922236	9942448	9959632	9
52	9873216	9899416	9922598	9942759	9959893	8
53	9873677	9899827	9922959	9943069	9960153	7
54	9874137	9900237	9923319	9943379	9960412	6
55	9874597	9900646	9923678	9943688	9960670	5
56	9875056	9901055	9924036	9943996	9960927	4
57	9875514	9901463	9924393	9944303	9961183	3
58	9875971	9901870	9924750	9944609	9961438	2
59	9876427	9902276	9925106	9944914	9961693	1
60	9876883	9902681	9925461	9945219	9961947	0
	9	8	7	6	5	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	88	89	
0	9961947	9975640	9986295	9993908	9998477	60
1	9962200	9975843	9986447	9994009	9998527	59
2	9962452	9976045	9986598	9994109	9998576	58
3	9962703	9976246	9986748	9994208	9998625	57
4	9962954	9976446	9986897	9994307	9998673	56
5	9963204	9976645	9987045	9994405	9998720	55
6	9963453	9976843	9987193	9994502	9998766	54
7	9963701	9977040	9987340	9994598	9998811	53
8	9963948	9977237	9987486	9994693	9998855	52
9	9964194	9977433	9987631	9994787	9998899	51
10	9964440	9977628	9987775	9994881	9998942	50
11	9964685	9977822	9987918	9994974	9998984	49
12	9964929	9978015	9988061	9995066	9999025	48
13	9965172	9978207	9988203	9995157	9999065	47
14	9965414	9978398	9988344	9995247	9999104	46
15	9965655	9978589	9988484	9995336	9999143	45
16	9965895	9978779	9988623	9995424	9999181	44
17	9966135	9978968	9988761	9995512	9999218	43
18	9966374	9979156	9988899	9995599	9999254	42
19	9966612	9979343	998[illegible]03	9995685	9999289	41
20	9966849	9979530	9989172	9995770	9999323	40
21	9967085	9979716	9989307	9995854	9999356	39
22	9967320	9979901	9989441	9995937	9999389	38
23	9967555	9980085	9989574	9996019	9999421	37
24	9967789	9980268	9989706	9996101	9999452	36
25	9968022	9980450	9989837	9996182	9999482	35
26	9968254	9980631	9989968	9996262	999[illegible]11	34
27	9968485	9980811	9990098	9996341	9999539	33
28	9968715	9980991	9990227	9996419	9999566	32
29	9968944	9981170	9990355	9996496	9999593	31
30	99691[illegible]3	9981348	9990482	9996573	9999619	30
	4	3	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	88	89	
30	9969173	9981348	9990482	9996573	9999616	30
31	9969401	9981525	9990608	9996649	9999644	29
32	9969628	9981701	9990734	9996724	9999668	28
33	9969854	9981877	9990859	9996798	9999691	27
34	9970079	9982052	9990983	9996871	9999713	26
35	9970304	9982226	9991106	9996943	9999735	25
36	9970528	9982399	9991228	9997014	9999756	24
37	9970751	9982571	9991349	9997085	9999776	23
38	9970973	9982742	9991470	9997155	9999795	22
39	9971194	9982912	9991590	9997224	9999813	21
40	9971414	9983082	9991709	9997292	9999830	20
41	9971633	9983251	9991827	9997359	9999846	19
42	9971851	9983419	9991944	9997425	9999862	18
43	9972069	9983586	9992060	9997491	9999877	17
44	9972286	9983752	9992175	9997556	9999891	16
45	9972502	9983917	9992290	9997620	9999904	15
46	9972717	9984081	9992404	9997683	9999916	14
47	9972931	9984245	9992517	9997745	9999927	13
48	9973145	9984408	9992629	9997806	9999938	12
49	9973358	9984570	9992740	9997867	9999948	11
50	9973570	9984731	9992850	9997927	9999957	10
51	9973781	9984891	9992960	9997986	9999965	9
52	9973991	9985050	9993069	9998044	9999972	8
53	9974200	9985209	9993177	9998101	9999978	7
54	9974408	9985367	9993284	9998157	9999984	6
55	9974615	9985524	9993390	9998212	9999989	5
56	9974822	9985680	9993495	9998267	9999993	4
57	9975028	9985835	9993599	9998321	9999996	3
58	9975233	9985989	9993703	9998374	9999998	2
59	9975437	9986143	9993806	9998426	9999999	1
60	9975640	9986295	9993908	9998477	10000000	0
	4	3	2	1	0	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

EXPLICATIO, ATQVE VSVS TABVLAE præcedentis Sinuum rectorum.

Expoſitio partium tabulę Sinuũ.

IN vertice præcedentis tabulæ ordine deſcripti ſunt 90. gradus Quadrantis, & ad ſiniſtram deorſum verſus, 60. Minuta. In infimo deinde latere ijdem 90. gradus Quadrantis repoſiti ſunt ordine retrogrado, & ad dexteram ſurſum verſus, 60. Minuta. Quod ideo factum eſt à nobis, vt illico cuiuslibet arcus complementum cognoſcatur.

Complemẽtum cuiuſuis arc⁹ quo pacto ex hac tabula eliciatur.

Nam quilibet gradus in vertice tabulæ poſitus cum quouis Minuto ad ſiniſtram collocato, habet pro complemento gradum in infimo latere gradui accepto in vertice reſpondentem cum Minuto, quod ad dextram Minuto ad ſiniſtram accepto reſpondet. Vt quoniam gradui 46. in vertice, & Minuto 0 ad ſiniſtram poſito, reſpondet in infimo latere gradus 43. & Minutum 60. ad dexteram collocatum; erit arcus grad. 43. Min. 60. hoc eſt, arcus grad. 44. Min. 0. complementum arcus grad. 46. Min. 0. Sic quoque arcus grad. 43. Min. 13. complementum habebit arcum grad. 46. Min. 47. Eadem ratione quilibet gradus in infimo latere poſitus cum quouis Minuto ad dexteram collocato, habet pro complemento gradum in vertice gradui accepto in infimo latere reſpondentem cum Minuto, quod ad ſiniſtram Minuto ad dextram accepto reſpondet. Poſtremo ſub gradibus in vertice tabulæ deſcriptis poſiti ſunt ſinus recti omnium arcuũ per ſingula Quadrãtis Minuta progredientiũ, quatenus ſinus totus eſt 10000000. Quod ſi ex ſingulis ſinubus binæ priores figuræ ad dexteram abijciãtur, (addita tamen vnitate, ſi duæ figuræ abiectæ numerum 50. excedunt) reliqui erunt ſinus eorundem arcuum, quatenus ſinus totus eſt 100000. vt ſupra diximus. Vnde quicquid in vſu huius tabulæ præcipiemus de ſinubus reſpectu ſinus totius 10000000. intelligendum quoque erit de ſinubus reſpectu ſinus totius 100000, abiectis nimirum duabus primis figuris ad dexteram, vt diximus.

Vſus tabulę ſinuũ duplex.

Sinus rect⁹ cuiuſuis arcus quadrãte minoris quo pacto i tabula reperiatur.

HVIVS tabulæ vſus duplex eſt. Nam in ea vel cuiuslibet arcus inquiritur ſinus, vel cuiuſuis ſinus cogniti arcus inueſtigatur. Quando ergo dati arcus Quadrante minoris ſinum rectum quæris, ſume gradus illius in vertice tabulæ, Minuta vero ad ſiniſtram. In communi enim angulo, procedendo nimirum à Minutis dextram verſus, donec ad locum ſub gradibus acceptis peruenias, illico ſinum rectum inuenies. Ita ſinum rectum arcus grad 25. ſub grad. 25. è regione Minuti 0 ad ſiniſtram collocati reperies 4226183. Sinum vero rectum arcus grad. 25. Min. 19. inuenies 4276209. Sinum denique rectum arcus grad. 25. Min. 50. offendes 4357549.

Sin⁹ rectus cuiuſuis arcus quadrãte maioris, qua rõne inueniatur.

Si vero ſinum rectum arcus Quadrante maioris, ſed ſemicirculo minoris deſideras, detrahe arcum datum ex ſemicirculo, & reſidui arcus ſinum rectum cape, vt prius. Hic enim ſinus erit etiam ſinus rectus arcus quadrante maioris: propterea quòd duo arcus ſemicirculum conficientes eundem ſinũ rectum habent, vt in definitionũ expoſitione diximus. Vt ſi datus ſit arcus grad. 138. Min. 47. detrahe eum ex ſemicirculo, hoc eſt, ex grad. 180. Sinus namq; rectus 6589082. reſidui arcus grad. 41. Min. 13. eſt quoq; ſinus rectus arcus grad. 138. Min. 47. cum illo arcu grad. 41. Min. 13. ſemicirculũ cõficientis.

Sin⁹ rectus cuiuſuis arcus habẽtis Secũda, pręter Minuta quomodo eliciat, per

QVOD ſi arcus datus præter gradus, ac minuta habeat etiam Secunda, inquirenda erit pars proportionalis, hoc modo. Accipe differentiam inter ſinum rectum arcus proxime minoris, & ſinũ rectũ arcus proxime maioris, & dic. Si 60. ſecunda (quibus ſinguli arcus proximi in hac tabula inter ſe differunt) requirũt totã eam differentiam addendam ſinui arcus proxime minoris, vt componatur ſinus arcus proxime maioris, quantam differentiam requirunt propoſita ſecunda addendam eidem ſinui

arcus

arcus proxime minoris, vt fiat ſinus propoſiti arcus? Nam differentia inuenta erit pars proportionalis, quæ ſi addatur ſinui arcus proxime minoris, efficietur ſinus rectus arcus propoſiti. Vt ſi propoſitus ſit arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. *Accipe differentiam* 2721. *inter ſinum* 3537469. *arcus grad.* 20. Min. 43. *proxime minoris, & ſinum* 3540190. *arcus grad.* 20. Min. 44. *proxime maioris, & dic. Si* 60. *ſecunda requirunt differentiam* 2721. *addendam ſinui* 3537469. *arcus grad.* 20. Min. 43. *vt efficiatur ſinus* 3540190. *arcus grad.* 20. Min. 44. *quantam differentiam poſtulant* 20. *ſecunda addendam eidem ſinui* 3537469. *arcus grad.* 20. Min. 43. *vt fiat ſinus arcus grad.* 20. Min. 43. *ſec.* 20? Inuenies enim differentiam, *ſiue partem proportionalem* 907. *quæ addita ſinui* 3537469. *efficiet* 3538376. *ſinum arcus grad.* 20. Min. 43 *ſec.* 20. *Communiter tamen ab Aſtronomis negliguntur in hoc negotio Secunda, ſi pauciora ſunt, quàm* 30. *Si vero plura, addunt pro illis vnum minutum alijs Minutis.* Nullus enim error, *qui alicuius momenti ſit, inde oritur.* Itaq; pro *dato arcu grad.* 20. Min. 43. Sec. 20. *accipiunt ſinum arcus grad.* 20. Min. 43. *neglectis illis* 20 *ſec.* Pro *arcu vero grad.* 20. Min. 43. *ſec.* 48. *ſumunt ſinum arcus grad.* 20. Min. 44. *computatis illis* 48. *ſec. pro vno* Minuto.

partem proportionalē.

Secūda cōiter I tractatione ſinuū negligūtur ab Aſtronomis.

SEMICIRCVLI *porro, atq; arcus ſemicirculo maioris, non eſt quòd ſinus rectus inueſtigetur, cùm nunquam in ſupputationibus* Aſtronomicis *huiuſmodi arcuum ſinus adhibeantur, quod ijs perſpicuum eſt, qui in triangulis rectilineis, ac ſphæricis, in quibus tota* Sinuum *ſcientia verſatur, ſunt exercitati.* Immo *ſemicirculus nullum habet ſinum, vt ex vtraq; defin. ſinus recti patet. quod etiam de arcu maiore dici poteſt, niſi quis in prima figura definitionum rectam* FK, *ſinum rectum velit appellare arcus* DBF, *ſecundum poſteriorem defin. ſinus recti & rectam* FH, *ſinum rectum arcus* ACF. *quod non videtur proprie dici, cum huiuſmodi lineis prior definitio ſinus recti nullo modo conuenire poſſit, vt ex eadem figura perſpicuum eſt.*

Semicirculi, & arc⁹ ſemicirculo maioris, nō eſt ſinus rectus inquirendus; immo nullus eſt eorū ſinus rectus.

QVANDO *autem dati arcus Quadrante minoris ſinum complementi quæris, cape gradus illius in inferiori parte tabulæ,* Minuta *vero ad dexteram. In communi enim angulo continuò ſinum complementi reperies, hoc eſt, ſinum rectum illius arcus, qui dati arcus complementum eſt.* Nam *ſinus ille rectus debetur arcui, cuius gradus in vertice tabulæ, & minuta in ſiniſtro latere collocantur, qui quidem dati arcus complementum eſt, vt ſupra diximus.* Ita *ſinum complementi arcus grad.* 30. *ſupra grad.* 30. *infimi lateris tabulæ è regione* Minuti 0. *ad dextram collocati inuenies* 866025 4. *qui quidem ſinus rectus eſt arcus grad.* 59. Min. 60. *hoc eſt, arcus grad.* 60. *qui complementum eſt arcus grad.* 30. Item *ſinum complementi arcus grad.* 30. Min. 49. *reperies* 8588110 *qui quidem ſinus rectus eſt arcus grad.* 59. Min. 11. *qui complementum eſt arcus grad.* 30. Min. 49. *Si vero offeratur arcus Quadrante maior, ſed ſemicirculo minor, ita ſinum complementi ipſius reperies.* Detrahe *ex eo quadrantem, & reſidui arcus ſinum rectum cape.* Cum *enim reliquus hic arcus ſit complementum dati arcus, vt in definitionibus dictum eſt, erit eius ſinus rectus, ſinus complementi dati arcus.* Vt *ſi oblatus ſit arcus grad.* 127. Min. 30. Detrahe *ex eo quadrantem, hoc eſt,* 90. *gradus.* Sinus *namque rectus* 6087614. *reliqui arcus grad.* 37. Min. 30. *eſt ſinus complementi dati arcus grad.* 127. Min. 30. *cum ille arcus ſit huius complementum.*

Sinus complemēti arcus quadrāte minoris quomodo ī tabula reperiatur.

Sinus cōplemētu cuiuſuis arc⁹ quadrāte maioris, qua arte deprehendatur.

QVOD *ſi datus arcus præter gradus, ac* Minuta *habeat etiā* Secunda; *ſi quidem Quadrante minor ſit, inueſtigabis eius ſinum complementi per regulam proportionum, quemadmodum ſupra de ſinu recto diximus, niſi quòd hic differentia inuenta, ſiue pars proportionalis ſubtrahenda eſt à ſinu arcus proxime minoris.* Si *vero ar-*

Sin⁹ cōplemēti cuiuſuis arc⁹ habētis Secūda, præter Minuta, quo

modo eliciat per partē proportionalem.

cus datus ſit Quadrante maior, ſed ſemicirculo minor: detracto Quadrante, inquires reſidui arcus ſinum rectum per eandem regulam proportionum, eo modo, quem ſupra de ſinu recto tradidimus. Quamuis Secunda negligi poſsint, vt ſupra docuimus, in hoc ſinuum negotio. Exemplum. Sit datus arcus grad. 69 Min. 16. Sec. 40. Accipe differentiam 2721. inter ſinum 3540190. arcus grad. 69 Min. 16. proxime minoris in parte tabulæ inferiori deſcripti, & ſinum 3537469. arcus grad. 69. Min. 17. proxime maioris in eadem parte inferiori tabulæ poſiti: & dic. Si 60. Secunda requirunt differentiam 2721. ſubtrahendam à ſinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. in inferiori parte tabulæ poſiti, vt relinquatur ſinus 3537469. arcus grad. 69. Min. 17. in eadem parte inferiori tabulæ deſcripti: quantam differentiam poſtulāt 40. Secunda ſubtrahendam ab eodem ſinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. poſiti in parte inferiori tabulæ, vt relinquatur ſinus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. in eadē parte inferiori tabulæ contenti? Inuenies enim differentiā, ſiue partē proportionalē 1814. qua ſubtracta ex ſinu 3540190. relinquet ſinum 3538376. arcus grad. 69. Min. 16. Sec 40. in inferiori parte tabulæ collocati: qui quidem eſt ſinus rectus arcus grad. 20 Min. 43. Sec. 20. hoc eſt, complementi arcus dati grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Sit rurſum datus arcus grad. 110. Min. 43 Sec. 20. Detrahe Quadrantem, id eſt, grad. 90 & reſidui arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. quære ſinum rectum, vt ſupra tradidimus. Inuenies enim per partem proportionalem, ſinum 3538376 qui eſt ſinus complementi arcus propoſiti.

Alia rō inueſtigādi ſinū complementi arc° quadrante minoris.

HOC etiam modo ſinum complemēti arcus propoſiti quadrante minoris reperies. Subtrahe propoſitū arcum ex quadrante, vt habeas eius complementum Sinus enim rectus eius complementi inuentus, vt de ſinu recto diximus, eſt is, qui quæritur. Vt ſi quæratur ſinus complementi arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. detrahe hunc arcum ex grad. 90. & reſidui arcus grad. 20. Min. 43. ſec 20 (qui complementum eſt dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40) ſinum rectum quære, quem inuenies eſſe 3538376. atque hic eſt ſinus complementi dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40.

Sin° cōplemēti ſemicirculi, aut arcus maioris, q̄rendus non eſt.

HIC quoque ſemicirculi, atque arcus ſemicirculo maioris ſinus complementi quærendus non eſt, ob rationem ſupra dictam.

Sin° verſus cuiuſuis arc° ſiue quadrāte minoris ſiue maioris, quo pacto colligatur.

QVANDO denique propoſiti arcus ſinum verſum deſideras: ſi quidem Quadrante minor eſt, detrahe eius ſinum complementi ex ſinu toto: ſi vero Quadrante eſt maior, ſed ſemicirculo minor, adde eius ſinum complementi ſinui toti. Numerus enim reliquus, vel compoſitus, erit ſinus verſus dati arcus: propterea quod ſinus complementi cuiuſuis arcus æqualis eſt complemento ſinus verſi eiuſdem arcus, vt ſupra in definitionibus oſtendimus. Ex quo fit, vt ſinus complementi arcus cuiuis ablatus ex ſinu toto, vel ad eum adiectus relinquat, vel componat eiuſdem arcus ſinum verſum: Id quod perſpicuum eſt ex prima figura, quam in expoſitione definitionum poſuimus. Exemplum. Sit quærendus ſinus verſus arcus grad. 20. Min. 57. Huius ſinus complementi eſt 9338928 qui detractus ex ſinu toto 10000000. relinquet ſinum verſum 661072. dati arcus grad. 20. Min. 57. Rurſus ſit inueſtigandus ſinus verſus arcus grad. 138. Min. 31. Huius ſinus complementi eſt 7491484. qui additus ſinui toti 10000000. efficiet ſinum verſum 17491484. arcus propoſiti grad 138. Min. 31 Poſtremo ſit inueniendus ſinus verſus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Huius complementi ſinus eſt 3538376. inuentus per partem proportionalem: qui ſubtractus ex ſinu toto 10000000. relinquet ſinū verſum 6461624. dati arcus grad. 69 Min. 16. Sec. 40. Sic quoque ſinus verſus arcus grad. 159. Min. 16. Sec. 40. reperietur 13538376. per partem proportionalem.

CAE-

CAETERVM Quadrantis tam ſinus rectus, quàm verſus eſt ſinus totus; ſinus vero complementi nihil eſt, vt manifeſtum eſt ex prima figura in definitionibus poſita.

Sinus tã rectus, quã verſus Quadrãtis eſt ſinus totus, ſinus vero cõplementi nihil eſt.

IAM vero ex cognito ſinu recto ita arcum inuenies. Quare ſinum rectum propoſitum inter ſinus tabulæ; vel ſi eum non inueneris, ſume proxime maiorem, vel minorem, qui nimirum paucioribus vnitatibus à propoſito ſinu diſtat. Nam in vertice tabulæ reperies gradus, & ad ſiniſtram è regione ſinus accepti, Minuta illius arcus, qui propoſito ſinui reſpondet. Vt ſi cognitus ſit ſinus 7510767. Inuenio ſinum 7510722. proxime minorem, qui paucioribus vnitatibus à ſinu cognito diſtat, quàm ſinus 7512642. proxime maior: Cui ſinui proxime minori reſpõdent in vertice tabulæ grad. 48. & ad ſiniſtram Minuta 41. Arcum ergo grad. 48. & Min 41 dico deberi ſinui propoſito. Nam vnitates illæ, quibus ſinus propoſitus à ſinu dicti arcus differt, non inducunt errorem notabilem. Si tamen arcum cupis præciſiorem, inueſtiganda erit pars proportionalis, hac arte. Cape differentiam inter ſinum proxime minorem, & ſinum proxime maiorem: Item differentiam inter ſinum propoſitum, & illum in tabula repertũ, à quo minus differt; & dic, Si differentia inter duos ſinus in tabula repertos dat 60. Secunda addenda arcui ſinus proxime minoris, vel auferenda ab arcu ſinus proxime maioris, (prout videlicet ſumpta fuerit differentia inter ſinum propoſitum, & ſinum proxime minorem, vel proxime maiorem) vt habeatur arcus ſinus proxime maioris, vel proxime minoris; quot Secunda poſtulat differentia inter ſinum propoſitum & ſinum proxime minorem, vel proxime maiorem, addenda arcui ſinus proxime minoris, vel auferenda ab arcu ſinus proxime maioris, vt habeatur arcus propoſiti ſinus? Nam hæc ſecunda inuenta addita arcui ſinus proximo minoris, vel ablata ab arcu ſinus proxime maioris, dabunt arcum ſinus propoſiti. Vt in dato exemplo, ſi dicas. Differẽtia 1920. inter ſinum 7510722. proxime minorem, & ſinum 17512642. proxime maiorẽ, dat 60. Secunda addenda arcui grad. 48. Min. 41. qui ſinui proxime minori reſpõdet, (quoniã propoſitus ſinus minus differt à ſinu proxime minori quàm à ſinu proxime maiori) vt habeatur arcus grad. 48 Min. 41. Sec. 60. hoc eſt, grad. 48. Min. 42. reſpõdens ſinui proxime maiori. Quot ergo Secũda poſtulat differẽtia 45. inter ſinũ propoſitũ, & ſinũ proxime minorẽ, addenda eidẽ arcui ſinus proxime minoris, vt fiat arcus dati ſinus? Inuenies enim Secundũ 1. & paulo amplius addendũ arcui grad. 48. Min. 41. ita vt ſinui propoſito 7510767. reſpondeat arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & paulo amplius. Rurſus ſit datus ſinus 455630. quem in tabula quæſitum non inuenio. Accipio ergo proxime maiorem 456536. (Ab hoc enim minus diſtat, quàm à proxime minori 453630.) cui reſpondet arcus grad. 2. Min. 37. Quòd ſi magis præciſum arcum deſiderem, inquiram partem proportionalem, hoc modo. Differentia 2906. inter ſinũ 456536. proxime maiorem, & ſinum 453630. proxime minorem, dat 60. Secũda auferenda ab arcu grad. 2. Min. 37. qui ſinui proxime maiori reſpondet, vt reliquus ſit arcus grad. 2. Min. 36. reſpondens ſinui proxime minori: Quot ergo Secunda poſtulat differentia 906. inter ſinum propoſitum, & ſinum proxime maiorem, auferenda ab eodem arcu ſinus proxime maioris, vt fiat arcus dati ſinus? Inuenio enim Secunda 19. fere, quæ ablata ex arcu grad. 2. Min. 37. relinquunt arcum grad. 2 Min. 36. Sec. 41. ſinui dato 455630. debitum. Quoniam vero idem ſinus rectus reſpondet duobus arcubus ſemicirculum conficientibus, vt ſupra diximus, ſi arcus dicta arte ex ſinu recto inuentus ſubducatur ex ſemicirculo, id eſt, ex grad 180. reliquus erit alter arcus quadrante maior, qui dicto etiam ſinui debetur. Vt ſi arcus grad. 48. Min. 41. Sec 1. inuentus dematur ex grad. 180 remanebit arcus grad 131. Min. 18. Sec 59 eidẽ ſinui recto 7510767. debitus. Pulchre autem operatio in triangulis tam rectilineis,

Arcus quadrante minor quo pacto ex ſinu recto cognito eliciatur.

Arcus quadrante minor magis p̃ciſus, quo pacto p partẽ proportionalẽ ex dato ſinu eliciatur.

Arcus quadrante maior qua arte ex ſinu recto eruatur.

quàm ſphæricis, docebit, num accipiendus ſit arcus quadrante maior propoſito ſinui reſpondens, an vero minor, vt proprijs locis apparebit.

Arcus quadrante minor quo pacto ex ſinu complementi eruatur.

SI *vero ſinus cognitus, eſt ſinus complementi arcus quæſiti, ſumendi erunt gradus in parte inferiori tabulæ, & Minuta ad dextram. Ita enim habebitur arcus quæſitus. Vel certe inueniendus erit arcus, vt prius diximus, ſinui dato, tanquam recto, reſpondens, isque ex quadrante demendus, vt arcus quæſitus relinquatur. Vt ſi cognitus ſit 7510767. ſinus complementi alicuius arcus. Inuenio ſinum 7510722. proxime minorem; quoniam paucioribus hic vnitatibus à ſinu cognito diſtat, quàm ſinus 7512642. proxime maior in tabula ſinuum: Cui ſinui proxime minori reſpondent in ima ſede tabulæ grad. 41. & ad dexteram Minuta 19. Arcus igitur grad. 41. Min. 19. eſt is, qui quæritur. Huius enim complementum eſt arcus grad. 48. Min. 41. cui ſinus datus debetur. Idem arcus grad. 41. Min. 19. reperietur, ſi arcus grad. 48. Min. 41. ſinui dato in vertice tabulæ, & ad ſiniſtram reſpondens ex quadrante ſubducatur.*

Arcus quadrante minor magis præciſus, qua via ex ſinu cõplementi cognoſcat.

Quòd ſi partem proportionalem ſupra inuentam, nimirum Sec. 1. detrahas ex arcu reperto grad. 41. Min. 19. (quia maiorem arcum, quàm par eſt, dato ſinui 7510767. tribuimus.) inuenietur arcus magis præciſus grad. 41. Min. 18. Sec. 59. Qui etiam reperietur, ſi arcum grad. 48. Min. 41. Sec. 1. eidem ſinui, tanquam recto, debitum, & ſecundum partem proportionalem inuentum, detrahas ex quadrante. Rurſus detur 455630. ſinus complementi alicuius arcus, quem in tabula quæſitum non inuenio. Accipio ergo proxime maiorem 456536. (quoniam ab hoc minus diſtat, quàm à proxime minore 453630.) cui in parte inferiori tabulæ reſpondet arcus grad. 87. Min. 23. quæſitus; cum huius complementum ſit arcus grad. 2. Min. 37. ſinui dato, tanquã recto, debitus. Quòd ſi partem proportionalem ſupra inuentam, nimirum Sec. 19. addas arcui inuento grad. 87. Min. 23. (quia minorem arcum, quàm par eſt, dato ſinui 455630. tribuimus.) inuenietur arcus magis præciſus grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Quẽ etiam reperies, ſi arcum grad. 2. Min. 36. Sec. 41. eidem ſinui, tanquam recto, debitũ, & ſecundum partem proportionalem inuentum, ex quadrante ſubducas. Iam *vero ſi ſinus propoſitus, eſt ſinus complementi arcus quadrante maioris, (Quod quãdo fiat, pulchre operatio in triãgulis ſiue rectilineis, ſiue ſphæricis docebit) ſumẽdus erit arcus ei in vertice tabulæ, tanquàm ſinui recto reſpondens, & quadrãti adijciendus, vt arcus quæſitus conficiatur. Vt ſi ſinus complementi alicuius arcus quadrante maioris cognitus ſit 7510722. ſumendus erit arcus ei reſpondens in vertice tabulæ vna cum parte proportionali, grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & quadranti adijciendus. Componetur enim arcus grad. 138. Min. 41. Sec. 1. qui quæritur, cuius nimirum complemento datus ſinus debetur.*

Arcus quadrante maior quomodo ex ſinu cõplementi inueſtiget.

Arcus quo pacto ex ſinu verſo eruatur.

DENIQVE *ex ſinu verſo cognito ita arcum inquires. Si datus ſinus verſus minor eſt, quàm ſinus totus, detrahe eum ex ſinu toto. Reliquus enim erit ſinus complementi arcus quæſiti. Quare ex hoc, vt proxime docuimus, arcum quæſitum inuenies. Si vero datus ſinus verſus ſinum totum ſuperat, ſubtrahe ex eo ſinum totum. Remanebit enim ſinus rectus arcus, qui quadranti adiectus arcum quæſitum conficiet. Exemplum. Detur ſinus verſus 9544370. Hunc detraho ex ſinu toto 10000000. remanebitq; 455630. ſinus complementi arcus quæſiti, ex quo inuenietur arcus grad. 87. Min. 23. Vel partem proportionalem magis præciſus, grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Item ſit datus ſinus verſus 10455630. Ex hoc ſubduco ſinum totum 10000000. relinqueturq; 455630. ſinus rectus, cuius arcus grad. 2. Min. 37. vel magis præciſus per partem proportionalem inuentus, grad. 2. Min. 36. Sec. 41. adiectus quadranti efficiet arcum quæſitum grad. 92. Min. 37. vel magis præciſum, grad. 2. Min. 36. Sec. 41. Huius*

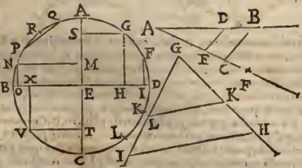
opera-

[illegible] ratio perſpicua eſt ex prima figura in expoſitione definitionũ poſita. In ea enim ſinus verſus AH, ex ſinu toto A E, ſublatus relinquit H E, vel F K, ſinum complementi arcus A F, qui dicto ſinui verſo A H, debetur. Item ex ſinu verſo H C, ſubductus ſinus totus E C, relinquit E H, vel K F, ſinum rectum arcus F B, qui quadranti B C, adiectus componit arcum F C, dicto ſinui verſo H C, reſpondentem.

EX eadem tabula ſinuum rectorum indagabimus quoq; cuiuſq; arcus chordam; & contra datæ cuiuſq; chordæ arcum reperiemus. Nam ſi dimidij arcus propoſiti ſinum rectũ accipiamus, eumq; duplicemus, conflabimus dicti arcus chordam. Item ſi datæ chordæ dimidium, tanquàm ſinum rectum ſumamus, eiuſq; arcum eliciamus, dabit hic arcus duplicatus arcum datæ chordæ reſpondentem. Id quod ex eadem figura prima, quã in definitionum explicatione deſcripſimus, manifeſtum eſt. Nã in ea F H, ſinus rectus arcus A F, vel F C, eſt ſemiſsis chordæ F G, arcus F A G, vel F C G, &c. Chorda cuiuſq; arc⁹; & cõtra, arcus chordæ cuiuſq; qua rõne ex tabula ſinuũ eliciatur.

VERVM quia tabulam ſinuum non ſemper in promptu habemus, non iniucundum ſtudioſis fore ſum arbitratus, ſi breuiter hoc loco doceam, antequam ad alia progrediar, qua ratione ſinubus Geometricè, ſine auxilio numerorum, vti poſsimus in theorematibus, atq; problematibus Aſtronomorum ac Geometrarũ explicandis: ita vt ſolo circini beneficio omnia illa conſequamur, quæ longis multiplicationibus, diuiſionibuſq; numerorum in ſinuum tabula contentorũ inquiri ſolẽt. Hac enim re ijs præſertim conſultum erit, qui vel magnã moleſtiam in numerorũ ſupputationibus ſentiũt, vel non admodum in ijs ſeſe exercuerunt. Quod vt commodius exequamur, rem totam vno aut altero exemplo exponemus. Sit ergo, exempli cauſa, inueſtiganda declinatio cuiuſuis puncti Eclipticæ, vt grad. 20. ♉. Deſcribatur circulus A B C D, vnà cum Quo pacto ſinubus vtẽdũ ſit Geometricè ſine tabula ſinuum.

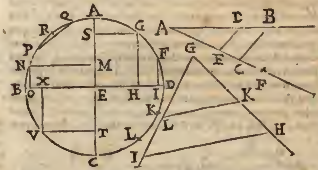
duabus diametris A C, B D, ſeſe in centro E, ad angulos rectos ſecantibus. Et quoniã, vt in coroll. propoſ. 1. lib. 1. noſtræ Gnomonices oſtendimus, ea eſt proportio ſinus totius ad



ſinum maximæ declinationis, quæ ſinus illius arcus, quo datum punctum à viciniori puncto æquinoctij diſtat, ad ſinum declinationis eiuſdem puncti; ſumatur arcus maximæ declinationis D F, (quod quidem facile fiet, ſi adſit quadrãs æneus, aut ligneus accurate in 90. gradus diuiſus, de quo in initio noſtræ Gnomonices ſcripſimus. Sine hoc enim quadrãte non eſſet operæ pretium velle ſinubus vti ſine numeris.) & arcus grad. 50. DG, quo nimirum datus gradus 20. ♉. à principio ♈. abeſt: atq; ex F, G, ad DE, perpendiculares demittantur F I, G H; quod facile fiet, ſi arcubus D F, D G, ſumantur arcus DK, DL, æquales: Rectæ enim puncta G, L, & F, K, iungentes erunt ad D E, perpendiculares, cum per ſcholium in definitionibus poſitum ſecentur in H, I, bifariam, ac propterea ad angulos rectos: Erunt autem F I, G H, ſinus recti arcuum D F, D G. Igitur ſi tribus rectis E D, ſinui toti, & F I, ſinui maximæ declinationis, & G H, ſinui arcus, quo datum punctum ab æquinoctio 3. tertij.

diſtat,

12. ſexti. diſtat, inueniatur quarta proportionalis, inuentus erit ſinus rectus [illegible] quæſitæ. Ita autem ſine magno labore quartam proportionalem reperiemus cum Euclide. Ductis duabus rectis A B, A C, angulum quemcunque facientibus in A, ſumatur in earum altera, recta A D, primæ lineæ, hoc eſt, ſinui toti E D, æqualis & D B, æqualis ſecundæ lineæ, vt ſinui maximæ declinationis F I: In altera vero, recta A E, tertiæ lineæ, nempe ſinui G H, æqualis. Deinde ducta recta D E, agatur illi per B, parallela B C. Nam E C, erit quarta proportionalis, hoc eſt, ſinus rectus declinationis grad. 20. ♉. Cuius arcum ita inquiremus. Rectæ E C, inuentæ abſcindemus ex ſemidiametro E A, æqualem E M, & per M, rectæ E B, parallelam ducemus M N. Arcus namque B N, erit arcus declinationis quæſitæ, cum reſpondeat ſinui recto E M,
34. primi. ſiue E C: propterea quod, ducto ſinu recto N O, arcus N B, inter ſe æquales ſint rectæ E M, O N, ob parallelogrammum M O. Eundem tamen arcum ita quoque obtinebimus. Rectæ inuentæ E C, æqualem abſcindemus C F, vt E F, ipſius E C, ſit dupla, hoc eſt, chorda illius arcus, qui duplus eſt arcus, cuius ſinus rectus eſt E C. Nam ſi rectæ E F, æqualem chordã P Q,



in circulo accommodemus, & eius arcum P Q, bifariam ſecemus in R, erit quoque Q R, vel P R, arcus declinationis quæſitæ reſpondens ſinui E C, hoc eſt, dimidiatæ chordæ P Q, vt conſtat ex definitione ſinus recti. Quadrans porro in 90. gradus diuiſus monſtrabit, (ſi hoc etiam ſcire lubeat) quot gradus ac Minuta in B N, vel P R, arcu declinationis contineantur: quamuis Minuta ſecundũ exiſtimationẽ accipienda ſint; propterea quòd gradus quadrantis, niſi admodum magnus eſſet, in Minuta diuidi non poſſit.

RVRSVS inueſtiganda ſit aſcenſio recta grad. 20. ♉. Quoniam igitur, vt in ſcholio propoſ. 9. lib. 2. Gnomonices demonſtrauimus, eadem eſt proportio ſinus complementi declinationis puncti propoſiti ad ſinum complementi arcus, quo datũ punctũ à viciniori puncto æquinoctij abeſt, quæ ſinus totius ad ſinum complemẽti aſcenſionis rectæ: ſumatur in eadem figura arcus B N, declinationis grad. 20. ♉. quæ in tabula declinationis continet grad. 17. Min. 47. ducaturq; N M, ad E A, perpendicularis, quæ ſinus erit complementi dictæ declinationis. Capiatur quoque arcus D G, grad. 50. quo datum punctum ab æquinoctio verno abeſt, & ad E A, perpendicularis ducatur G S, nempe ſinus complementi dicti arcus D G. Poſt hæc tribus rectis N M, ſinui complemẽti declinationis dati puncti, & G S, ſinui complementi arcus D G, quo datũ punctum ab æquinoctij puncto diſtat, et E D, ſinui toti, quarta proportionalis inueniatur L I, vt in lineis G H, G I, ſeſe in G, ſecantibus factũ eſt: Sumpta enim ibi eſt G K, ipſi N M, & K H, ipſi G S, & G L, ſinui toti E D, æqualis, &c. Nam L I, inuenta erit ſinus complementi aſcenſionis rectæ dati grad. 20. ♉. Quare ſi ipſi L I, ex ſemidiametro E C, abſcindatur æqualis recta E T,
34. primi. ducaturq; T V, ipſi E B, parallela, & V X, ipſi E C, parallela, erunt æquales rectæ E T, V X. Cum ergo ſinui V X, reſpondeat arcus B V, erit huius complementũ V C, aſcenſio recta

recta gradus 20.8. Quot autem gradus complectatur arcus V C, indicabit quadrans in 90. gradus diuiſus.

E O D E M *pacto omnia alia problemata Geometrice per ſinus abſoluemus, etiamſi ſinubus verſis vti oportuerit aliquando, qui quidem eadem facilitate ex datis arcubus inueniuntur, & ex ipſis arcus, qua ſinus rectos, & ſinus complemẽtorum reperimus. Si enim arcus datus minor eſt quadrante, vt A G; ducta G S. ad A E, perpendiculari, erit A S ſinus verſus arcus A G. Si vero datus arcus quadrante maior eſt, vt A V; ducta V T, ad E C, perpendiculari, erit A T, ſinus verſus arcus A V, vt ex definitione manifeſtum eſt.*

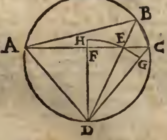
S E D *iam ad inquiſitionem chordarum Geometricam aggrediamur, ex quibus rurſum ſinuum tabulam facili negotio componemus.*

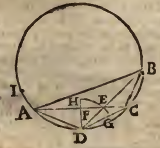
THEOR. 7. PROPOS. 10.

IN circulo ſumptis duobus arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda maior ſit, quam chorda minoris; maior eſt proportio arcus maioris ad minorem, quam chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

Maior eſt proportio maioris arcus in circulo ad arcũ minorẽ, quã chordæ maioris arcus ad chordã minoris.

I N circulo ABCD, ſint inęquales arcus AB, BC; ille maior, hic vero minor: quorum chordæ A B, B C; illa maior, hæc vero minor. Dico maiorem eſſe proportionem arcus A B, ad arcum B C, quam chordæ A B, ad chordam B C. Contineant enim chordæ A B, B C, angulum A B C, ita vt arcus ſint continuati, minoreſq; ſint tota circunferentia. Nam ſi toti circunferentiæ forent æquales, eſſet eadem chorda vtriuſq; arcus: ſi vero totam circunferentiam excederent, eſſet chorda arcus minoris maior, quam maioris, vt patet in ſe-

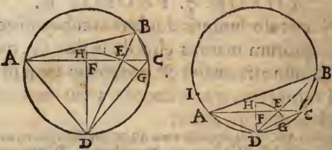




cunda figura, ſi minor arcus foret B A I. Angulus porrò A B C, bifariam ſecetur recta B D, connectãturq; rectæ A C, A D, CD, quarum A C, rectam B D, ſecet in E. Erunt autem rectæ A D, C D, æquales, propter arcus A D, C D, qui ſubtenſi angulis A B D, C B D, ex conſtructione æqualibus æquales inter ſe ſunt. Et quoniam in triangulo A B C, recta B E, angulum A B C, bifariam ſecat; erit, vt A B, ad B C, ita A E, ad E C: Eſt autem recta A B, maior, quam recta

9. primi.
29 tertij.
26. tertij.
3. ſexti.

recta B C, ex hypotheſi. Igitur & A E, maior erit, quā EC. Diuiſa ergo A C, bifariā in F, erit punctū F, in maiori ſegmento A E. Ducta autē recta DF; quoniā latera A F, F D, trianguli A F D, lateribus C F, F D, trianguli C F D, baſiſq;
8. primi. A D, baſi C D, oſtenſa eſt æqualis; erit angulus A F D, angulo C F D, æqualis; ac proinde vterq; rectus erit. Cum ergo in triangulo D E F, duo anguli
17. primi. E, F, duobus rectis ſint minores, erit angulus E, acutus, ac proinde reliquus C E D, obtuſus. Quare cum in triangulo C D E, duo anguli C, E, ſint duobus rectis minores, erit angulus C, acutus. Eſt igitur in triangulo D E F, la-
19. primi. tus D E, maius latere D F, & in triangulo C D E, minus latere C D. Quocirca arcus circuli ex D, centro per E, deſcriptus ſecabit rectam D F, productam in H, rectam autem C D, infra punctum C, in G. Quoniam vero ſector DHE,
8. quinti. ad triangulum D E C, maiorem proportionem habet, quam triangulū DFE,



ad idem triangulum D E C: Item ſector idem D H E, ad ſectorem D E G, maiorem proportionem habet, quam ad triangulum D E C; habebit multò maiorem proportionem ſector D H E, ad ſectorem D E G, quam triangulum
Coroll. 1. propoſ. 33. lib. 6. D F E, ad triangulum D E C. Eſt autem, vt ſector D H E, ad ſectorem D E G, ita angulus H D E, ad angulum E D G. Maior ergo quoq; erit proportio anguli H D E, ad angulum E D G, quam trianguli D F E, ad triangulum DEC:
1. ſexti. Sed vt triangulum D F E, ad triangulum D E C, ita eſt recta F E, ad rectam E C. Eſt igitur maior quoq; proportio anguli H D E, ad angulum E D G,
28. quinti. quæ rectæ F E, ad rectam E C. Et componendo, maior etiam erit proportio anguli H D G, ad angulum E D G, quam rectæ F C, ad rectam E C. Quia igitur eſt, vt angulus A D C, ad angulum H D G, ita recta AC, ad rectā FC: (vtrobiq; enim eſt proportio dupla) Angulus autem H D G, ad angulum E D G, maiorem habet proportionem, quam recta F C, ad rectam E C, vt oſtendimus; erit ex æquo maior quoque proportio anguli A D C, ad angulum E D G, quam rectæ A C, ad rectam E C, vt in hac formula

31. quinti.

Anguli	Rectæ.
A D C.	A C.
H D G.	F C.
E D G.	E C.

29. quinti. apparet. Diuidendo ergo erit quoq; maior proportio anguli A D E, ad angulum E D G, quam rectæ A E, ad rectam E C. Atqui vt angulus A D E, ad an-
33. ſexti. gulum E D G, ita eſt arcus A B, ad arcum B C; Et vt recta A E, ad rectam EC,
3. ſexti. ita eſt chorda A B, ad chordam B C. Igitur maior erit etiam proportio arcus A B, ad arcum B C, quam chordæ A B, ad chordam B C. In circulo ergo ſumptis duobus arcubus inæqualibus, &c. Quod demonſtrandum erat.

SCHO-

SCHOLIVM.

QVAMVIS autem Theorema hoc proponatur ſolum de arcubus illis inæqualibus, quorũ maiori maior chorda ſubtenditur, quam minori: Idem tamen locum etiam habet in illis arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda minor eſt, quam chorda minoris. Nam quia tunc arcus maior ad minorem habet proportionẽ maioris inæqualitatis, chorda vero maioris arcus ad chordam minoris arcus proportionem habet minoris inæqualitatis, maior erit proportio maioris arcus ad minorem, quam chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

COROLLARIVM.

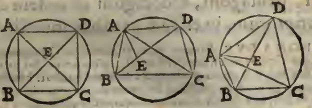
SEQVITVR ex hac propoſitione, minorem eſſe proportionem minoris arcus ad maiorem, quam chordæ minoris arcus ad chordam maioris. Cum enim maior arcus ad minorem habeat maiorem proportionem, quam chorda maioris arcus ad chordam minoris, vt demonſtratum eſt; habebit conuertendo minor arcus ad maiorem, minorem propor- 26. quinti.
tionem, quam chorda arcus minoris ad chordam maioris.

THEOR. 8. PROPOS. 11.

SI in circulo quadrilaterum deſcribatur cum ſuis diametris; erit rectãgulum ſub diametris comprehenſum æquale duobus rectãgulis ſimul, quæ ſub lateribus oppoſitis continentur.

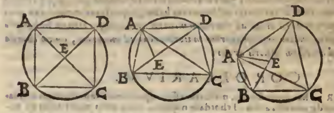
Rectangulũ ſub diametris quadrilateri in circulo deſcripti contentũ æquale eſt duobus rectangulis ſub oppoſitis lateribus contentis.

IN circulo A B C D, ſit quadrilaterum A B C D, cuius diametri A C, B D. Dico rectangulum ſub A C, B D, comprehenſum æquale eſſe rectangulis ſimul ſub A D, B C, & ſub A B, D C, contentis. Fiat angulo D A C, æqualis angulus B A E; cadetq; recta A E, vel in ipſam rectam A C; vel inter A C, rectam, & punctum B; vel deniq; inter rectam A C, & punctum D: atq; erit in primo caſu angulus B A C, angulo D A E; & in ſecundo caſu totus angulus B A C, toti angulo D A E, propter cõmunem angulum E A C, additum; & & in tertio caſu reliquus angulus B A C, reliquo angulo D A E, ob communem angulum E A C, ablatum æqualis. Et quoniam angulus quoq; A C B, angulo A D B, æqualis eſt; erit reliquus etiam angulus A B C, in triangulo A B C, reliquo angulo A E D, in triangulo A E D, æqualis. Erit igitur vt A C, ad C B, ita A D, ad D E. Quare rectangulum ſub A C, D E, æquale eſt rectangulo ſub C B, A D. Rurſus quia angulus B A E, angulo D A C, ex conſtructione æqualis eſt; & angulus A B D, angulo A C D: erit & reliquus angulus A E B, in triangulo A E B, reliquo



21. tertij. 32. primi. 4. ſexti. 16. ſexti. 21. tertij.

4. ſexti. liquo angulo A D C, in triangulo A D C, æqualis. Erit igitur, vt A C, ad CD,
16. ſexti. ita A B, ad B E. Quare rectangulum ſub A C, B E, æquale eſt rectangulo ſub C D, A B: Quoniam igitur rectangulum ſub A C, D E, rectangulo ſub C B, A D, oſtenſum eſt æquale; & rectāgulum ſub A C, B E, rectāgulo ſub C D, A B: Sunt autem rectangula ſub A C, D E, & ſub



1. ſecundi. A C, B E, ſimul rectangulo ſub A C, B D, æqualia; erit rectangulum ſub A C, B D, rectangulis ſub B C, A D, & ſub C D, A B, contentis æquale. Si ergo in circulo quadrilaterum deſcribatur, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

QVANDO *figura in circulo deſcripta eſt quadratum, vt in prima figura, facilius demonſtrabitur theorema, hoc modo. Quoniam rectangulum ſub* A C, B D, *hoc eſt, quadratum ex* A C, *(ſunt enim diametri in quadrato æquales) æquale eſt quadratis ex* A D, D C, *hoc eſt, rectangulis ſub* A D, B C, *&* *ſub* A B, D C, *contentis, propter æqualitatem rectarum* A D, B C, *&* A B, D C; *liquido conſtat id, quod proponitur.*

Schol. 34. lib. 1.
47. primi.

PROBL. 4. PROP. 12.

Ex data diametro circuli quo pacto latera trianguli æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni eiuſdem circuli inueſtigent.

EX data circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni in eodem circulo deſcriptorum, in eiſdem partibus inueſtigare.

PONATVR diameter partium 20000000. Quoniam igitur latus hexagoni ſemidiametro circuli eſt æquale, ipſum notum fiet partium 10000000.

Coroll. 15. quarti.
Schol. 47. primi.

RVRSVS, quia quadratum à diametro quadrati cuiuſuis deſcriptum, duplum eſt quadrati eiuſdem; Eſt autem diameter quadrati in circulo deſcripti eadem, quæ circuli diameter: ſi accipiatur quadratum à diametro circuli deſcriptū, nēpe 400000000000000. erit dimidiū eius, puta 200000000000000, quadratum lateris quadrati, cuius radix quadrata 14142136. dabit latus quadrati. Quod hoc etiam modo reperietur. Quoniam quadratum in circulo deſcriptum duplum eſt quadrati à ſemidiametro deſcriptum, vt patet in triangulo rectangulo A D E, primę figuræ præcedētis propoſ. ſi 100000000000000. quadratum ſemidiametri duplicetur; fiet quadratum in circulo deſcriptum partium 200000000000000. cuius radix quadrata 14142136. rurſus dabit latus quadrati.

47. primi.

PRAE-

PRAETEREA, cum latus trianguli æquilateri in circulo deſcripti ſit potentia triplum ſemidiametri eiuſdem circuli; efficitur, vt quadratum ſemidiametri triplicatum det quadratum lateris triãguli 300000000000000. cuius radix quadrata idem latus exhibebit partium 17320508. 12. tertijdec.

SIT inſuper A B, ſemidiameter circuli cuiuſuis, quæ diuiſa ſecundum extremam ac mediam rationem in C, vt maius ſegmentum ſit B C; producta autem A B, & abſciſſa B D, quæ maiori ſegmento B C, ſit æqualis; erit quoq; A D, in B, diuiſa ſecundum extremam ac mediam rationem, maiuſq; ſegmentum erit A B: quod cum ſit latus hexagoni in circulo, cuius ſemidiameter A B; erit B D, latus decagoni in eodem circulo. Quod hac ratione notum efficietur. Secta A B, bifariam in E, erit quadratum rectæ D E, compoſitæ ex minori ſegmento D B, & dimidio B E, maioris ſegmenti B A, quintuplum quadrati rectæ B E, quæ cognita eſt, cum ſit ſemiſsis ſemidiametri A B, ac proinde partium 5000000. Quare ſi quadratum rectæ B E, quincuplicetur, fiet quadratum rectæ D E, 125000000000000. cuius radix quadrata dabit rectam D E, partium 11180340. ex qua ſi dematur recta B E, partium 5000000. reliquum erit B D, latus decagoni partium 6180340. 30. ſexti. 5. tertijdec. coroll. 15. 6 Schol. 9. 13 3. tertijdec.



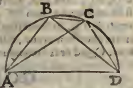
POSTREMO, quoniam pentagoni latus poteſt & latus hexagoni, & latus decagoni; ſi quadratum lateris hexagoni 100000000000000. & quadratum lateris decagoni 38196602515600. ſimul componantur, fiet quadratum lateris pentagoni 138196602515600. cuius radix quadrata dabit latus pentagoni partium 11755705. Atq; ita latera trianguli æquilateri, quadrati, pentagoni, hexagoni, & decagoni nota facta ſunt in partibus diametri circuli, in quo deſcribuntur. Ex data igitur circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri, quadrati, &c. inueſtigauimus. Quod erat faciendum. 10. tertijdec.

PROBL. 5. PROP. 13.

EX datis chordis duorum arcuũ inæqualium chordam arcus, quo maior arcus minorem ſuperat, inquirere.

Qua ratione ex duabus chordis cognitis inueſtigetur chorda differentiæ, qua arcus chordarũ datarũ inter ſe differunt.

IN ſemicirculo A B C D, ſint datæ chordæ A B, A C, & B C, ſit chorda arcus B C, quo maior arcus A C, minorem A B, ſuperat: oporteatq; inquirere chordã B C. Ductis rectis B D, C D; quoniam chordæ A B, A C, ponuntur notæ, notæ quoque erunt chordæ B D, C D. Rectangulum ergo ſub datis rectis A B, C D, comprehenſum, notum erit: Item rectangulum ſub datis rectis A C, B D. Eſt autem rectangulum ſub rectis, A C, B D, æquale duobus rectangulis ſub A B, C D, & ſub B C, A D. Ablato ergo rectangulo noto ſub A B, C D, ex rectangulo ſub A C, B D, notum fiet reliquum rectangulum ſub B C, A D. 3. huius. 11. huius.



quod diuiſum per diametrum A D, notam, cognitam faciet chordam B C. Ex datis ergo chordis duorum arcuum inæqualium chordam arcus, quo maior arcus minorem ſuperat, inquiſiuimus. Quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

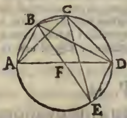
Praxis. ITAQVE datis chordis duorum arcuum inæqualium, ſi maioris chorda multiplicetur in chordam arcus, qui cum minori arcu ſemicirculum conficit, quæ quidem per 3. propoſ. datur; & ex producto ſubtrahatur numerus procreatus ex minoris arcus chorda in chordam arcus, qui cum arcu maiori ſemicirculum complet, quæ per eandem propoſ. 3. datur; reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, reddetur chorda illius arcus, quo maior arcus minorem ſuperat, nota: vt ex figura & demonſtratione huius propoſ. manifeſtum eſt.

PROBL. 6. PROPOS. 14.

Qua arte ex datis duabus chordis cognoſcatur chorda arcus cōpoſiti ex duobus arcubus datarū duarū chordarū.

EX datis chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arcubus componitur, inueſtigare.

IN circulo A B C D E, cuius centrum F, datæ ſint duæ chordæ A B, B C: oporteatq; inueſtigare chordam A C, arcus A B C, ex duobus arcubus A B, B C, compoſiti. Ductis duabus diametris A D, B E, & rectis B D, C E, C D, 3. huius. D E; quoniam data eſt chorda A B, dabitur quoq; chorda B D, arcus B C D, reliqui in ſemicirculo A B D. Pari ratione, quia data eſt chorda B C, dabitur quoq; chorda C E, arcus C D E, reliqui in ſemicirculo B C E. Et quia 15. primi. anguli A F B, D F E, æquales ſunt, lateraq; F A, F B, lateribus F D, F E, æqualia, æquales quoque 4. primi. erunt baſes A B, D E; ac proinde cum A B, data ſit, data quoq; erit D E. Quoniam igitur rectan- 11. huius. gulum ſub datis rectis B D, C E, æquale eſt rectangulis ſub datis rectis B C, D E, & ſub diametro B E, ac recta C D: ſi rectangulum ſub B C, D E,



datum auferatur ex rectangulo dato ſub B D, C E; notum relinquetur rectangulum ſub B E, C D, quo diuiſo per diametrum notam B E, nota fiet chor- 3. huius. da C D; ac proinde & chorda A C, reliqui arcus A B C, in ſemicirculo A C D, nota erit.

3. huius. ALITER. Quoniam data eſt chorda A B, dabitur etiam B D, reliqui arcus B C D, in ſemicirculo A B D: Data eſt autem & B C. Igitur cum chordæ 13. huius. B D, B C, datæ ſint, dabitur quoq; chorda C D, arcus C D, quo maior arcus 3. huius. B D, minorem arcum B C, ſuperat; ac proinde rurſus chorda A C, reliqui arcus A B C, in ſemicirculo A C D, dabitur. Ex datis ergo chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arcubus componitur, inueſtigauimus. Quod erat faciendum.

COROLLARIVM.

Praxis. ITAQVE datis chordis duorum arcuum, ſi chordæ arcuum duorum, qui cum illis ſemicirculos complent, quæ quidem per propoſ. 3. dantur, inter ſe multiplicentur, & ex producto

ducto auferatur numerus procreatus ex multiplicatione duarum chordarum datarum inter ſe; reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, relinquetur chorda, ex qua ſi per propoſ. 3. inueſtigetur chorda arcus, qui cum reliĉtæ chordæ arcu ſemicirculum conficit, erit hæc inuenta ſubtendens arcum compoſitum ex duobus arcubus duarum chordarum datarum. Operatio hæc perſpicua eſt ex figura, & demonſtratione priori huius propoſ.

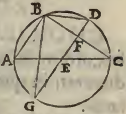
EADEM hæc operatio colligi poteſt ex poſteriori demonſtratione, vt manifeſtum eſt.

PROBL. 7. PROPOS. 15.

Quo pacto ex data chorda reperiatur chorda ſemiſſis arcus datæ chordæ.

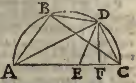
EX data chorda cuiuſuis arcus chordã ſemiſſis illius arcus inuenire.

IN circulo A B C, cuius centrum E, data ſit chorda B C, arcus B D C, cuius ſemiſsis ſit arcus B D, eiusq; chorda B D, quam inuenire oporteat. Ducta diametro D G, ſecabit ea, per lemma in definitionibus poſitum, rectam B C, bifariam, ac proinde ad angulos rectos. Iunctis autem rectis B A, B G; erunt duo triangula A B C, E F C, æquiangula, cum angulus E F C, oſtenſus ſit rectus, & angulus A B C, ſit quoq; rectus in ſemicirculo, at angulus C, communis. Igitur erit, vt C F, ad F E, ita C B, ad B A: & permutando, vt C F, ad C B, ita F E, ad B A. Cum ergo C F, dimidium ſit ipſius C B, vt oſtendimus, erit & E F, dimidium ipſius A B: ac propterea cum A B, data ſit ex data B C, data quoq; erit E F; qua dempta ex ſemidiametro E D, nota, data erit quoq; reliqua F D. Quoniam vero in triangulo G B D, angulus B, rectus eſt, à quo demiſſa eſt B F, ad baſim G D, perpendicularis; erit recta D B, media proportionalis inter G D, & F D: atq; adeo rectangulum ſub G D, F D, notis quadrato rectæ D B, æquale. Notum ergo erit quadratum rectæ D B; propter eaq; radix eius quadrata rectam D B, notam exhibebit. Quam etiam ita cognoſcemus. Quoniam F D, nota facta eſt, erunt quadrata rectarum F D, F B, nota: quæ cum æqualia ſint quadrato rectæ B D; erit & hoc quadratum notum, cuius radix quadrata iterum rectam B D, efficiet notam. quod eſt propoſitum.



3. tertij. 31. tertij. 4. ſexti. 3. huius. 31. tertij. Coroll. 8. 6. 17. ſexti. 47. primi.

ALITER. SIT rurſus in ſemicirculo A B C, data chorda B C, arcus B D C, cuius ſemiſsis ſit arcus D C, eiusq; chorda D C, quam oporteat dari. Ducta chorda A B, abſcindatur ei æqualis A E, iunganturq; rectæ B D, D E; Diuiſa quoq; E C, bifariam in F, demittatur recta D F. Quoniam igitur duo latera B A, A D, æqualia ſunt duobus lateribus E A, A D, anguloſq; comprehendunt æquales, ob arcus æquales B D, D C; erunt baſes B D, D E, æquales. Eſt autem B D, recta rectæ D C, æqualis. Igitur & recta D E, eidem D C, æqualis erit. Quare cum duo latera E F, F D, duobus lateribus C F, F D, æqualia ſint, baſisq; D E, baſi D C, æqualis; erunt anguli ad F, æquales, ideoq; recti. Quoniam vero chorda A B, nota eſt ex data chorda B C; erit quoq; A E, ipſi A B, æqualis, nota: qua ablata ex diametro A C, nota relinquetur E C; ac proinde & huius medietas F C. Iam vero, quia C D, media pro-



27. tertij. 4. primi. 29. tertij. 8. primi. 3. huius. Coroll. 8. 6.

17. ſexti. proportionalis eſt inter A C, F C; erit rectangulum ſub A C, F C, æquale quadrato rectæ C D. Cum ergo illud notũ ſit, ob notas A C, F C; erit & quadratum ex D C, notum: atq; adeo radix eius quadrata rectam D C, efficiet notam. Quare ex data chorda cuiuſuis arcus chordam ſemiſsis illius arcus inuenimus. Quod erat faciendum.

COROLLARIVM.

Praxis. ITAQVE, ſi per propoſ. 3. inueniatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ ſemicirculum conficit; inuentæ autem huius chordæ dimidium ex ſemidiametro detrahatur, & reliquus numerus in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam ſemiſsis illius arcus, cuius chorda data eſt. Vel ſi reliqui illius numeri quadratum iungatur quadrato ſemiſsis chordæ datæ, componetur numerus, cuius radix quadrata chordam quæſitam exhibebit cognitam. Quæ quidem operatio facile colligitur ex figura, & priori demonſtratione huius propoſ.

ITEM ſi per propoſ. 3. reperiatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ ſemicirculum conficit; inuenta autem hæc chorda ex diametro detrahatur, & reliqui numeri dimidium in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam ſemiſsis illius arcus, cuius chorda data eſt. Vt perſpicuum eſt ex figura; & poſteriori demonſtratione huius propoſ.

PROBL. 8. PROPOS. 16.

Qua ratione omniũ arcuũ chordæ ſupputentur. CHORDAS omnium arcuum ſemicirculi ſeſe ordine ſuperantium vno Minuto, in partibus diametri in quotius particulas diſtributæ, ſupputare.

STATVAMVS, chordas omnium arcuum ſupputandas eſſe reſpectu diametri in partes 200000. diſtributæ. Quod vt fiat accuratius, ponenda erit in ſupputationibus diameter partium 20000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex ſingulis chordis inuentis, relinquãtur chordæ magis exquiſitę reſpectu diametri partium 200000. quemadmodum ad initium propoſ. 9. de Sinubus docuimus, vbi etiam addidimus, quot particularum ſinus totus aſſumi debeat in ſupputatione, ſi ſinus totus in tabula plurium particularum deſideretur. Quod etiam de tota diametro hic intelligĩ debet, ſtatuendo ſemper diametrum duplo plurium particularum in ſupputatione, quam ſinum totum ibi conſtituimus.

PRIMVM ergo omnium inuentæ ſunt in propoſ. 12. chordæ arcuum grad. 36. grad. 60. grad. 72. grad. 90. & grad. 120. nempe latera decagoni, hexagoni, pentagoni, quadrati, & trianguli æquilateri, partium 6180340. 10000000. 11755705. 14142136. 17320508. qualium 20000000. tota diameter ſtatuitur. Ex chordis autem 6180340. 11755705. arcuum grad. 36. & grad. 72. inuenientur chordæ arcuum reliquorum in ſemicirculo, vt grad. 144. & grad. 108. partium 19021130. 16180340. vt in propoſ. 3. oſtendimus.

DEINDE per propoſ. 13. eiusq; corollarium reperientur chordæ omnium arcuum, qui differentiæ ſint duorum quorumlibet arcuum, quorũ chordæ ſint notæ. Vt ex chorda arcus grad. 120. & ex chorda arcus grad. 36. inueniemus chordam arcus grad. 84. qui illorum differentia eſt. Item ex chorda

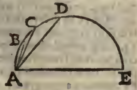
arcus

arcus grad. 90. & ex chorda arcus grad. 60. cognoſcemus chordam arcus grad. 30. quo duo illi inter ſe differunt. Eodemq́; modo plurimorum arcuum chordas inueſtigabimus.

RVRSVS per ea, quæ propoſ. 14. eiusq́; corollario demonſtrauimus, reperiemus chordam cuiuſq; arcus compoſiti ex duobus, quorum chordæ notæ ſint. Vt ex chorda arcus grad. 60. & ex chorda arcus grad. 90. nota reddetur chorda arcus grad. 150. ex illis duobus compoſiti. Sic etiam ex chorda arcus grad. 90. & ex chorda arcus grad. 36. cognoſcetur chorda arcus grad. 126. &c.

PRAETEREA per doctrinam propoſ. 15. eiusq́; coroll. cognita chorda cuiuſuis arcus, cognoſcemus & chordam dimidiati arcus. Vt ex chorda arcus grad. 60. notam efficiemus chordam arcus grad. 30. Ex hac chordam arcus grad. 15. Ex hac vero chordam arcus grad. 7. Min. 30. & ex hac chordam arcus grad. 3. Min. 45. Item ex chorda arcus grad. 72. explorabimus chordam arcus grad. 36. Et ex hac chordã arcus grad. 18. Et ex hac chordã arcus grad. 9. Et ex hac chordã arcus grad. 4. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 2. Min. 15. Sic etiam, quoniam per propoſ. 13. eiusq́; coroll. ex chordis arcuum grad. 36. & grad. 48. cognoſcitur chorda arcus grad. 12. quo illi duo inter ſe differunt, cognoſcemus ex chorda arcus grad. 12. chordam arcus grad. 6. Et ex hac chordam arcus grad. 3. Ex hac chordam arcus grad. 1. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 0. Min. 45. Deinde ſi per ea, quæ demonſtrata ſunt, arcuum cæterorum chordas diligẽter ex inuentis inquiramus, inueniemus chordas omnium arcuum, qui ſe ordine continuo ſuperant Minutis 45. ita vt primus arcus contineat grad. 0. Min. 45. ſecundus grad. 1. Min. 30. tertius grad. 2. Min. 15. vltimus deniq; ſit totus ſemicirculus grad. 180. Immo vero, ſi, vt proxime docuimus, inuenta fuerit chorda arcus grad. 0. Min. 45. inueniemus ex hac, per doctrinam propoſ. 14. eiusq́; coroll. chordas omnium arcuum ſeſe continue Minutis 45. ſuperantium, ſi primo inueſtigemus chordam arcus grad. 1. Min. 30. ex duobus arcubus Min. 45. & Min. 45. compoſiti: Deinde vero chordam arcus grad. 2. Min. 15. qui ex duobus arcubus grad. 1. Min. 30. & Min. 45. componitur: Et poſtea chordam arcus grad. 3. qui componitur ex arcu grad. 2. Min. 15. & ex arcu Min. 45. atq; ita deinceps, apponendo ſemper arcui antecedenti arcum Min. 45. *Supputatio chordarũ arcuum Min. 45. ſeſe ſuperantium.*

POSTREMO aliorum arcuum chordas inueſtigabimus hac arte. Sit in ſemicirculo ABCDE, chorda AB, arcus Min. 45. & AD, chorda arcus grad. 1. Min. 30. at AC, chorda arcus grad. 1. quæ inueſtiganda proponatur. Quoniam igitur maior eſt proportio arcus AC, ad arcum AB, quam chordæ AC, ad chordam AB: Habet autem arcus AC, ad arcum AB, proportionẽ ſeſquitertiam; habebit chorda AC, ad chordam AB, proportionem minorem, quàm ſeſquitertiam. Cum ergo chorda AB, arcus Min. 45. ex præcedentibus inuenta ſit partium ferè 130899. erit chorda AC, arcus grad. 1 (quæ nimirum ad chordam AB, hoc eſt, ad 130899. minorem proportionem habet, quam ſeſquitertiam.) minor, quàm 174532. cum hic numerus ad illum proportionem habeat ſeſquitertiam. Rurſus quia maior eſt proportio arcus AD, ad arcum AC, quam chordæ AD, ad chordam AC: Habet autem *Supputatio chordæ arcus grad. 1. — 10. huius. — 10. quinti. — 10. huius.*



autem arcus A D, ad arcum A C, proportionem ſeſquialteram; habebit chordæ A D, ad chordam B C, minorem proportionem, quam ſeſquialteram. Cum ergo chorda A D, arcus grad. 1. Min. 30. ex præcedentibus inuęta ſit partium fere 261792. erit chorda A C, arcus grad. 1. (ad quam nimirum chorda A D, hoc eſt, numerus 261792. minorem proportionem habet, quam ſeſquialterã.)
10. quinti. maior, quam 174528. cum ad hunc numerum numerus 261792. proportionem ſeſquialteram habeat. Conſtat igitur, chordam arcus grad. 1. conſiſtere inter duos hos numeros, 174532. 174528. cum ille maior ſit, hic vero minor. Statuamus ergo eam eſſe 174530. inter numeros illos omnino mediam. Ita enim ſenſibiliter non differet à vera chorda arcus grad. 1.

NON putes autem, eadem hac arte inueſtigari poſſe chordam arcus cuiuſuis plurium graduum ex duabus chordis notis duorum arcuum circunſtantium. Nam cum in maioribus arcubus magna ſit differentia inter arcus, & chordas, ægre iudicari poterit, quinam numerus ex intermedijs inter duos inuẽtos conſtitui debeat chorda arcus propoſiti. Quod hoc exemplo faciemus perſpicuum. Sint cognitæ chordæ arcuum grad. 59. Min. 46. & grad. 60. Min. 30. partium 9964712. & 10075480. Si quis igitur ex his eruere vellet chordam ar-
Coroll. 10. huius. cus grad. 60. ita eſſet ei progrediendum. Quoniam minor eſt proportio arcus grad. 59. Min. 46. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam: Habet autem 9964712. chorda arcus grad. 59. Min. 46. ad $10003614\frac{1698}{1793}$. proportionem eandem, quam arcus grad. 59. Min. 46. ad arcum grad. 60. erit chorda ar-
10. quinti. cus grad. 60. minor, quam $10003614\frac{1698}{1793}$. vtpote ad quam chorda 9964712. maiorem proportionem habeat, quam ad $10003614\frac{1698}{1793}$. Item
10. huius. quia maior eſt proportio arcus grad. 60. Min. 30. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam: Habet autem 10075480. chorda arcus grad. 60. Min. 30. ad $9992211\frac{69}{121}$. eandem proportionem, quam arcus grad. 60. Min. 30. ad
10. quinti. arcum grad. 60. erit chorda arcus grad. 60. maior, quam $9992211\frac{69}{121}$. vtpote ad quam chorda 10075480. proportionem habeat minorem, quam ad $9992211\frac{69}{121}$. Conſtituenda igitur eſſet chorda arcus grad. 60. inter hos duos numeros $10003614\frac{1698}{1793}$. $9992211\frac{69}{121}$. qui cum valde inter ſe differant (eſt enim eorum differentia ferme 11403.) ambiguum erit, quanta ea ſit aſſumenda. Quæ ambiguitas in peruestigatione chordæ arcus grad. 1. locum non habet, cum in tam paruis arcubus chordę parũ ab arcubus differant.

Supputatio chordarũ arcuum per Min. 15. extenſorum. IAM vero inuenta chorda arcus grad. 1. reperiemus quoq; , per propoſ. 15. eiuſq; coroll. chordam arcus Min. 30. Et ex hac chordam arcus Min. 15. Sed hanc poſtremam etiam inueniemus per propoſ. 13. eiuſq; coroll. cum arcus Min. 15. ſit differentia inter arcum grad. 1. & arcum Min. 45. quorũ chordæ iam ſunt cognitæ. Per chordã autem arcus Min. 15. cognoſcemus per propoſ. 14. eiuſq; coroll. chordã arcus Min. 30. qui ex arcu Min. 15. & ex arcu Min. 15. componitur. Item chordam arcus Min. 45. ex arcubus Min. 30. & Min. 15. compoſiti. Item chordam arcus grad. 1. ex arcubus Min. 45. & Min. 15. conflati. Et chordam arcus grad. 1. Min. 15. Et chordam arcus grad. 1. Min. 30. quamuis omnes hæ chordæ iam factæ ſint alia ratione notæ. Deniq; hac via reperiemus chordas omnium arcuum ſeſe ordine Minutis 15. ſuperantium: quamuis multas illarum alijs rationibus inueſtigare poſſimus, vt ex propoſ. 13. 14. 15. earumq; corollarijs manifeſtum eſt.

Supputatio chordarũ QVOD ſi ſtatuantur ordine omnes arcus ſeſe Minutis 15. ſuperantes, vnà cum eorum chordis; & ad dexteram cuiuſuis chordæ aſcribatur differentia,

tis, qua à præcedenti chorda differt, inueniemus per regulam proportionum chordas aliorum arcuum intermediorum per quina minuta extenſorum: & ex his chordas omnium arcuum per ſingula minuta progredientium; quemadmodum ſupra de inuẽtione ſinuum diximus. Quod vt facilius intelligatur, proponemus hoc vnum exemplum. Sit inquirenda chorda arcus Min. 20. Quoniam igitur differentia inter 43632. chordam Min. 15. & 87264. chordam Min. 30. eſt 43632. Dic. Si Min. 15. quibus arcus Min. 15. ab arcu Min. 30. differt, requirunt differentiam 43632. adijciendam ad chordam arcus Min. 15. vt fiat chorda arcus Min. 30. quantã poſtulant differentiam Minuta 5. quibus arcus Min. 15. ab arcu Min. 20. differt, addendam ad eandem chordam arcus Min. 15. vt componatur chorda arcus Min. 20? Inuenies enim requiri differentiam 14544. quæ addita ad 43632. chordam arcus Min. 15. conſtituet 58176. chordam arcus Min. 20. Eademq; ratio eſt de cæteris.

arcuum per ſingula Minuta extenſorum.

SCHOLIVM.

SED *magnum compendium nobis in hac re afferet propoſitio ſexta. Nam ex ea plurimas chordas ex alijs inuentis per ſolam additionem, ſubtractionemue cõficiemus. Si namq; chordam cuiuſuis arcus, qui maior non ſit, quàm grad. 60. addamus chordæ arcus, quem arcus grad. 120. ſumpto illo arcu ſuperat, componemus chordam arcus, qui eodem illo arcu aſſumpto arcum grad. 120. excedit: propterea quòd differentia inter chordas duorum horum arcuum maiorum æqualis eſt chordæ arcus illius aſſumpti, qui maior non ponitur, quàm grad. 60. vt ibi oſtendimus. Vt ſi 3472964. chordam arcus grad. 20. adijciamus ad 15320890. chordam arcus grad. 100. quem arcus grad. 120. ſuperat dicto arcu grad. 20. cõponemus 18793854. chordã arcus grad. 140. qui arcum grad. 120. eodem arcu grad. 20. excedit. Ita quoque, ſi 10000000. chordam arcus grad. 60. addamus chordæ 10000000. arcus grad. 60. quem arcus grad. 120. dicto illo arcu grad. 60. ſuperat, conficiemus 20000000. chordam arcus grad. 180. qui arcum grad. 120. eodem illo arcu grad. 60. ſuperat.*

Compendium mirificũ pro inuentione plurim arcũ chordarũ.

ITEM *ſi chordam cuiuslibet arcus, qui arcu grad. 60. maior non ſit, ſubtrahamus ex chorda arcus, qui arcum grad. 120 ſumpto illo arcu ſuperat, relinquetur chorda arcus, quem arcus grad 120. eodem illo arcu aſſumpto excedit. Vt ſi 3472964. chordam arcus grad. 20. detrahamus ex 18793854. chorda arcus grad. 140. qui arcum grad. 120. ſuperat arcu illo ſumpto grad. 20. remanebit 15320890. chorda arcus grad. 100. qui eodem illo arcu grad. 20. ab arcu grad. 120. ſuperatur.*

RVRSVS *ſi ex chorda cuiuſuis arcus, qui maior ſit arcu grad. 120 ſubducatur chorda arcus, qui tanto minor ſit arcu grad. 120. quanto ille maior eſt, reliqua erit chorda arcus, quo vteruis illorum ab arcu grad. 120. differt. Vt ſi ex 18793854. chorda arcus grad. 140. auferamus 15320890. chordam arcus grad. 100. relinquetur 3472964. chorda arcus grad. 20. quo vterq; illorum ab arcu grad. 120. differt. Quæ omnia ex dicta propoſ. 6. colliguntur.*

SATIS *ergo eſt, vt per regulam proportionum inueſtigentur chordæ omnium arcuum à principio ſemicirculi vſque ad arcum grad. 60. Si enim ex his reperiantur chordæ arcuum, qui cum illis ſemicirculum conficiant, & ex his repertis ſubducantur priores illæ inuentæ, remanebunt chordæ omnium arcuum inter arcum grad. 60. & arcum grad. 120. Item ſi notæ eſſent chordæ omnium arcuum ab arcu grad. 60. vſq; ad finem ſemicirculi, & chordæ omnium arcuũ, qui minores ſint arcu grad. 120. au-*

 ferren-

ferrentur ex chordis omnium arcuũ maiorũ, quàm grad. 120. reliquæ fierent chordæ omnium arcuum à principio ſemicirculi vſque ad arcum grad. 60. Deniq; ſi chordæ omnium arcuum à principio ſemicirculi vſque ad arcum grad. 120. inuentæ eſſent, & chordæ omnium arcuum minorum, quàm 60. grad. chordis omnium arcuum maiorum quàm grad. 60. adijcerentur, componerentur chordæ omnium arcuum maiorum, quàm grad. 120.

Qua rõne ſinus oĩum arcuum ex chordis inueniantur.

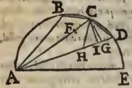
PORRO ſi chordæ omnium arcuum ſemicirculi in tabulam redigantur, & chordæ omnium arcuum, qui ſe continuè Minutis 2. excedunt, ſecentur bifariam, inuenti erunt ſinus omnium arcuum per ſingula Minuta progredientiũ, vt ex defin. 3. conſtat.

Rect.⁹ fecere eos, q̃ tabulã ſinuũ cõſtruunt, quàm qui chordarũ.

HINC conſtat, rectius feciſſe recentiores, qui ſinuum tabulã confecerunt, quàm Ptolemæum & veteres, qui chordas in tabulam redegerunt. Pro ſinubus enim ſatis eſt, ſi Quadrans circuli per ſingula Minuta extendatur: at pro chordis neceſſe eſt totum ſemicirculum per Minuta ſingula extendere: ita vt chordarum tabula ſit duplo maior quam tabula ſinuum. Taceo, multo expeditiorem, breuiorem, faciliorenq; eſſe ſinuum, vſum in rebus Aſtronomicis, & Geometricis, quàm chordarum: vt ijs eſt manifeſtum, qui ſeſe in huiuſmodi vſu exercuerunt aliquando.

Differẽtiæ chordarũ à principio ſemicirculi vſq; ad eius finẽ ſenſim decreſcunt: ita vt chordæ minorũ arcuũ maiores habeant differentias quàm chordæ arcuum maiorũ dũmodo arc⁹ habeãt differentias æquales.

QVEMADMODVM autem ſinuũ differentiæ ſenſim decreſcunt à principio quadrantis vſque ad eius finem; ita vt, poſitis pluribus arcubus æqualiter ſeſe excedentibus, minorum ſinus habeant maiores differentias, quàm ſinus maiorum, vt in coroll. propoſ. 1 oſtendimus: ita quoque chordarum differentiæ paulatim decreſcunt à principio ſemicirculi ad eius finem vſq. Nam poſitis pluribus arcubus, quorum æquales ſint differentiæ, minorum chordæ maiores habent differentias, quàm chordæ maiorum. quod ita demonſtrabimus. Sint in ſemicirculo A B C D E, arcus A B, A C,



A D; quorum differentiæ B C, C D, æquales ſint, chordæ autem eorundem A B, A C, A D: abſcindaturq; recta A F, chordæ A B, æqualis; & recta A G, chordæ A C, æqualis. Dico F C, differentiam inter chordas A B, A C, maiorem eſſe, quàm G D, differentiam inter chordas A C, A D. Abſciſſa enim recta A H, æquali ipſi A F, vel ipſi A B, iunctiſque rectis B C, C D, C G, C H: quoniam latera B A, A C, lateribus H A, A C, æqualia ſunt, anguloſq; continent æquales ad A, propter æquales arcus B C, C D; erunt baſes B C, C D; æquales. Eſt autem recta B C, rectæ C D, æqualis, ob æquales arcus eoſdem B C, C D. Igitur & recta C H, rectæ C D, æqualis erit. Anguli ergo C H D, C D H, æquales quoque erunt: qui cùm ſint duobus rectis minores; erit vterque eorum acutus. Eodem pacto erit vterque angulorum A C G, A G C, acutus: propterea quod inter ſe etiam æquales ſunt, ob æquales rectas A C, A G. Quia igitur in triangulo C G H, anguli ad G, H, acuti ſunt; fit, vt C I, ducta ad D H, perpendicularis cadat intra triangulum in rectam G H, vt in ſcholio propoſ. 13. lib. 2. Eucl. demonſtrauimus. Itaque quia duo anguli C H I, C I H, trianguli C H I, duobus angulis C D I, C I D, æquales ſunt, ſuntq; duo latera C H, C D, æqualibus rectis angulis oppoſita æqualia, vel certe latus C I, commune eſt; erunt quoque latera I H, I D, æqualia. Cum ergo I D, maior ſit, quàm G D, erit quoq; H I, & à fortiori H G, maior, quam G D. Eſt autem H G, ipſi F C, æqualis, propterea quòd & rectæ A C, A G, inter ſe, & rectæ A F, A H, inter ſe æquales ſunt. Igitur & F C, differentia chordarum A B, A C, maior erit, quàm G D, differentia chordarum A C, A D. Quod eſt propoſitum.

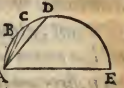
27. tertij.
29 tertij.
5. primi.
17. primi.
5. primi.
26. primi.

NEC

Arcus		Chordæ		
G	M	Par.	M	Sec.
0	30	0	31	25
10	0	10	27	32
20	0	20	50	16
45	0	45	55	19
50	0	50	42	51
60	0	60	0	0
66	30	65	47	43
80	30	77	32	6
90	0	84	51	10
120	0	103	55	23
170	0	119	32	37

NEC *vero prætereundum eſt, ſi, poſita diametro partium* 120. *chordas arcuum inquiramus in partibus, Minutis, & Secundis, vt Ptolemaus fecit, chordas arcuum minorum, quàm grad.* 60*. habere plures Partes, Minuta, ac Secunda: quam arcus, quorum ſunt chordæ: at vero chordas arcuum maiorum, quàm grad* 60*. eſſe pauciorum Partium, Minutorum, ac Secundorum, quàm arcus illis reſpondentes. Vt in tabula hic appoſita manifeſtum eſt, quam ex Ptolemæi tabula exerceptam huc tranſtuli. In qua cernis chordas arcuum minorum, quàm grad.* 60*. maiores eſſe, quoad numerum partium, Minutorum, & ſecundorum, quàm arcus reſpondentes, quoad gradus, ac Minuta: chordas vero arcuum maiorum, quàm grad.* 60*. eſſe minores arcubus reſpondentibus, quoad eoſdem numeros. Cuius quidem rei hæc eſt demonſtratio.*

I N *ſemicirculo* A B C D E, *ſit arcus* A C, *grad.*60. *&* A B, *minor, nempe grad.*45*. at* A D, *maior, puta grad.* 80. *Min.* 30*. ducanturque chordæ* A B, A C, A D. *Dico chordam* A B, *maiorem eſſe, quàm Par.*45*. at chordam* A D, *minorem, quàm Partiũ* 80. *Min.* 30*. Cum enim maior ſit proportio arcus* A C, *ad arcum* A B, *quam chordæ* A C, *ad chordam* A B: *ſit autem proportio arcus* A C, *ad arcum* A B, *eadem, quæ* 60. *ad* 45*. erit proportio chordæ* A C, *ad chordam* A B, *minor, quàm* 60. *ad* 45*. Quare cum chorda* A C, *ſit Partium* 60*. vtpote quæ ſemidiametro æqualis eſt, per coroll. propoſ.* 15*. lib.* 4*. Eucl. erit chorda* A B, *maior, quàm Partium* 45*. propterea quòd* 60*. ad numerum, qui maior ſit, quàm* 45*. minorem proportionem habet, quàm ad* 45*. Atq; ita in tabella ſuperiori vides chordam arcus grad.* 45*. eſſe Partium* 45. *Min.*55*. Sec.* 19*. Rurſus quia maior eſt proportio arcus* A D, *ad arcum* A C, *quàm chordæ* A D, *ad chordam* A C: *Eſt autem proportio arcus* A D, *ad arcum* A C, *eadem, quæ grad.* 80. *Min.* 30*. ad* 60*. erit chordæ* A D, *ad chordam* A C, *minor proportio, quàm Par.* 80. *Min.*30*. ad* 60. *Cum ergo chorda* A C, *ſit Partium* 60*. erit chorda* A D, *minor, quàm Par.*80. *Min.* 30*. propterea quòd numerus, qui minor ſit, quàm Par.* 80. *Min.*30*. ad* 60*, minorem proportionẽ habet, quàm Par.*80. *Min.*30*. ad eundem numerum* 60*. Atque ita cernis in ſuperiori tabella chordã arcus grad.*80*. Min.*30*. cõtinere partes duntaxat* 77*. Min.* 32*. Sec.*6*. Eademq; ratio eſt de alijs chordis minoribus, & maioribus, quàm* A C, *hoc eſt, quàm chorda arcus grad.* 60.



10. huius.

8. quinti.

10. huius.

8. quinti.

LINAE TANGENTES, atque Secantes.

QVANQVAM Aſtronomi omnia ſua problemata, atque theoremata per ſolos ſinus explicare poſſint, vt communiter ab omnibus fieri ſolet, quia tamen multa facilius, ac breuius expediuntur, ſi vnà cum ſinubus lineæ tangentes, ſecantesque adhibeantur, vt ex doctrina triangulorum erit manifeſtum; quas quidem lineas vtili ſane conſilio Recentiores excogitarunt, atque in tabulas redegerunt: viſum eſt has etiam lineas paucis exponere, vt doctrina noſtrorum triangulorum perfectior euadat.

Doctrina triangulorum in quo conſiſtat.

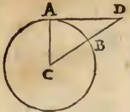
Vniuerſa ſiquidem triangulorum doctrina in tribus hiſce linearum generibus, nempe in ſinubus, lineis tangentibus, & ſecantibus, potiſſimum conſiſtere videtur. Primum autem explicandum eſt, quid ſit linea tangens, & quid ſecans propoſiti cuiuſuis arcus.

Linea tangens, & ſecans quid.

CVM *ergo ab altero extremo cuiuslibet arcus, qui quadrante minor ſit, ſemidiameter ducta fuerit, in cuius extremitate recta linea circulum tangat, & per alterum extremum eiuſdem arcus extendatur alia recta linea ex centro ad tangentem lineam vſque: appellatur portio lineæ tangentis inter duas rectas è centro egredientes, Linea tangens illius arcus, quem eadē duæ rectæ e centro eductæ includunt: Recta vero altera puncto contactus oppoſita inter centrum, & lineam tangentem, dicitur Linea ſecans eiuſdem arcus. Vt ſi in circulo A B, cuius centrum C, ſumatur arcus A B, quadrante minor, & in extremitate ſemidiametri A C, ab extremitate A,*

ducta

ducta recta A D, *circulum tangat, recta autem* C D, *circulum ſecet, conueniens cum* A D, *in* D, (*conueniet enim neceſſario, propterea quòd duo anguli* C A D, D C A, *duobus rectis ſunt minores; cum ille rectus ſit, hic autem recto minor, propter arcum* A B, *quadrante minorem.*) *dicetur* A D, *Tangens arcus* A B, *at* C D, *Secans eiuſdẽ arcus. Tangentem vocant nonnulli Adſcriptam, quòd circulo quodãmodo adſcribatur; Secantem vero, Hypotenuſam, propterea quòd in triangulo rectãgulo* A C D, (*angulus enim* A, *apud contactum rectus eſt*) *angulum rectum ſubtendit: Semidiametrum denique* A C, *ſiue ſinum totum, dicunt baſem eiuſdem trianguli.*



Linea adſcripta, & Hypotenuſa quid.

18. tertij.

QVEMADMODVM *autem in omni triangulo rectangulo, ſi latus recto angulo oppoſitum ponatur ſinus totus, reliqua duo latera ſunt ſinus recti reliquorum angulorum acutorum, quibus opponuntur; Item vtrumuis reliquorum laterum eſt ſinus complementi anguli ſibi adiacentis, vt in definitionibus ſinuum traditum eſt: ita quoque ſi alterutrum laterum circa angulum rectum ſtatuatur ſinus totus, erit alterum latus circa angulum rectum Tangens anguli acuti ſibi oppoſiti, latus vero angulo recto oppoſitum Secans eiuſdem anguli. Vt in triangulo rectangulo* A C D, *latus* C A, *eſt ſinus totus, nempe ſemidiameter circuli* A B: *at* A D, *tangens anguli* C, *vel arcus* A B, & C D, *eiuſdem ſecans. Eodem pacto, ſi* D A, *ſtatuatur ſinus totus, erit* A C, *tangens anguli* D, & D C, *eiuſdem ſecans.*

Si in triangulo rectangulo alterutrum laterum circa angulũ rectum ponatur ſinus totus, erit alterum latus circa angulum rectũ tangens anguli acuti ſibi oppoſiti, & latus recto angulo oppoſitum eiuſdem ſecans.

ETSI *autem diximus, tangentem, & ſecantem ſumi reſpectu arcus quadrante minoris, tamen eadem tangens, & ſecans referri ſolet ad arcum etiam, qui cum illo ſemicirculum complet: adeo vt duo arcus ſemicirculum conficientes, vel duo anguli duobus rectis æquales, vnam eandemq; tangentem, atq; ſecantem habeant: quemadmodum & eundem ſinum rectum habent, vt in tractatione ſinuum tradidimus: adeo vt ſi quæratur tangens & ſecans alicuius arcus quadrante maioris, ſumenda ſit tangens, & ſecans arcus quadrante minoris, qui cum illo ſemicirculum complet.*

Duo arcus ſemicirculũ cõficiẽtes vel duo anguli duob⁹ rectis æquales habent eandẽ tangentem & ſecantem.

PORRO *qua ratione Tangentes, & Secantes omnium arcuum quadrantis reddantur cognitæ in partibus ſinus totius, ac proinde qua via tabula Tangentium, tabula item Secantium componenda ſit, ſequentibus propoſitionibus, quæ ad lineas Tangentes, ac Secantes ſpectant, planum fiet.*

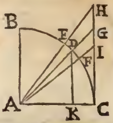
THEOR. 9. PROPOS. 17.

TANGENS dimidij quadrantis ſinui toti æqualis eſt: Tangens autem arcus maioris dimidio quadrantis maior eſt ſinu toto: Et Tangens minoris arcus minor eſt. Secans denique dimidij quadrantis dupla eſt ſinus recti eiuſdem dimidij.

Tangentes quomodo ſe habeant cũ ſinu toto comparatæ.

IN quadrante A B C, ſit arcus C D, ſemiſsis ipſius; C E, ſemiſſe maior, & C F,

C F, minor. Ducta autem recta C H, ad A C, perpendiculari, quæ circulum
coroll.16 3 tanget in G, ducantur rectæ A G, A H, A I, per puncta D, E, F. Item D K, ad
A C, perpendicularis. Eritq; C G, tangens arcus C D; & C H, tangens arcus
C E; & C I, tangens arcus C F. at D K, ſinus rectus
arcus C D, & A G, eiuſdem ſecans. Dico C G, æqualem
eſſe ſinui toti A C; at C H, maiorem, & C I, minorem.
Item A G, duplam ſinus D K. Quoniam
17.tertij. enim anguli C A G, G A B, æquales ſunt, ob arcus
æquales C D, D B; eſtq; angulus B A C, rectus, erit
vterq; illorum ſemirectus. Quare & reliquus angu-
32. primi. lus C G A, in triangulo A C G, ſemirectus erit;
propterea quòd angulus C, rectus eſt. Igitur recta
5.primi. C G, tangens arcus C D, qui ſemiſsis eſt quadrantis,
ſinui toti A C, æqualis erit. Ex quo ſequitur,
C H, tangentem arcus C E, qui ſemiſſe quadrantis maior eſt, ſinu toto
A C, maiorem eſſe; & C I, tangentem arcus C F, qui ſemiſſe quadrantis minor
eſt, minorem: cum punctum H, neceſſario cadat ſupra G, & punctum I,
infra.



QVOD tamen ſeorſum ita quoq; oſtendi poteſt, nulla habita ratione tangentis C G, cuius arcus eſt ſemiſsis quadrantis. Quoniam arcus C E, ſemiſſe quadrantis maior eſt, erit arcus B E, ſemiſſe quadrantis minor. Igitur angulus
Schol.17.3. C A H, angulo H A B, maior eſt, ac proinde maior ſemirecto. Cum ergo an-
32. primi. gulus C, rectus ſit, erit reliquus A H C, in triangulo A C H, ſemirecto minor.
19.primi. Quare recta C H, tangens arcus C E, qui ſemiſſe quadrantis maior eſt, maior eſt ſinu toto A C.

RVRSVS quia arcus C F, ſemiſſe quadrantis minor eſt, ac proinde B F,
Schol.17.3. maior, erit angulus C A I, angulo I A B, minor; atque adeo minor ſemirecto.
32.primi. Cum ergo angulus C, ſit rectus, erit reliquus A I C, in triangulo A C I, maior ſemirecto: ac propterea recta C I, tangens arcus C F, qui quadrantis ſemiſſe
19.primi. minor eſt, minor erit ſinu toto A C.

PRAETEREA quoniam angulus K, rectus eſt, & D A K, ſemirectus, vt
6.primi. oſtenſum eſt; erit & A D k, ſemirectus; ac proinde A K, ſinui D K, æqualis
4.sexti. erit. Quia vero triangula G A C, D A K, æquiangula ſunt, erit vt A G, ad AC, ita A D, hoc eſt, A C, ad A K; ac proinde tres rectæ G A, ſecans; A C, ſinus totus, & A K, ſinus dimidij quadrantis, continue proportionales erunt. Ita
Corol.20.6 ergo erit quadratum ex A G, ad quadratum ex A C, vt recta A G, ad rectam A K. Eſt autem quadratum ex A G, quadrati ex A C, duplum propterea quòd
47 primi. æquale eſt quadratis ex A C, C G, æqualibus. Igitur & A G, ſecans dimidij quadrãtis dupla eſt ſinus A K, vel D K, eiuſdem dimidij. Quocirca tangens dimidij quadrantis ſinui toti æqualis eſt, &c. Quod demonſtrandum erat.

Quæ tangentes in tabula tãgentiũ minores ſint ſinu toto, & quæ maiores. Itẽ cur ſecãs gr. 45. dupla ſit ſinus gr. 45.

SCHOLIVM.

EX hac propoſ. aperte cauſa colligitur, cur in tabula Tangentium omnes tangentes arcuum minorum, quàm grad. 45. minores ſint ſinu toto: Tangens vero arcus gra. 45. ſinui toti æqualis: Tangentes denique omnes arcuum maiorum, quàm grad. 45. ſinu toto maiores. Item cur in tabula Secantium ſecans arcus grad. 45. dupla ſit ſinus arcus eiuſdem grad. 45.

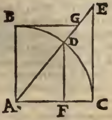
THEOR.

THEOR. 10. PROPOS. 18.

QVAM proportionem habet ſinus complementi arcus cuiuſuis ad ſinum rectum eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem arcus: Item quam proportionem habet ſinus rectus cuiuſlibet arcus ad ſinum complementi eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem complementi. Sinus autem totus medio loco proportionalis eſt inter ſinum complementi cuiuſuis arcus, & ſecantem eiuſdem arcus: Item inter ſinum rectum cuiuſlibet arcus, & ſecantem complementi eiuſdem arcus. Sinus denique idem totus medius proportionalis eſt inter tangentem arcus cuiuſuis, & tangentem complementi eiuſdem arcus.

Quam proportionem habeat ſin⁹ totus ad tã gentẽ, & ſecantem cuiuſuis arc⁹.

IN quadrante A B C, ſit D F, ſinus arcus C D; & C E, eiuſdem tangens inter ſemidiametrum A C, & ſecantem A E: Item B G, tangens arcus B D, qui complementum eſt arcus C D. Dico ita eſſe ſinum complementi arcus C D, ad ſinum rectum eiuſdẽ arcus, vt eſt ſinus totus A C, ad tangentem C E, &c. Quoniam enim, vt in expoſitione definitionum dictum eſt, A F, æqualis eſt ſinui complementi arcus C D, cum ſit æqualis ſinui recto arcus BD, qui complementum eſt arcus C D; ſuntq́; triangula A F D, A C E, æquiangula, ob rectos angulos F, C, & communem angulum A: erit vt A F, ſinus complementi arcus C D, ad F D, ſinum rectum eiuſdem arcus C D, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem eiuſdem arcus. quod eſt primum. 4. ſexti.

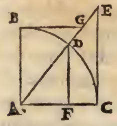


DEINDE eadem ratione erit, vt A F, ſinus rectus arcus B D, ad F D, ſinũ complementi eiuſdem arcus B D, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem eiuſdem complementi arcus BD. quod eſt ſecundum.

TERTIO in eiſdem triangulis erit, vt A F, ſinus complementi arcus C D, ad A D, ſinum totum, ita A C, ſinus totus ad A E, ſecantem eiuſdem

arcus

arcus C D. Item vt A F, ſinus rectus arcus B D, ad A D, ſinum totum, ita A C, ſinus totus ad A E, ſecantem arcus CD, qui complementum eſt eiuſdem arcus B D. Quare ſinus totus medius proportionalis eſt inter AF, ſinũ cõplementi arcus C D, & A E, ſecantem eiuſdem arcus C D: Item inter A F, ſinum rectum arcus B D, & AE, ſecantem complementi eiuſdem arcus B D. quod eſt tertium.



29 primi. 4. ſexti.

POSTREMO, quia triangula A C E; G B A, æquiangula ſunt, quòd anguli C, B, ſint recti; & alterni C A E, B G A, nec non alterni A E C, G A B, æquales: erit vt C E, tangens arcus C D, ad A C, ſinum totum, ita A B, ſinus totus ad B G, tangentem complementi eiuſdem arcus C D. Pari ratione erit, vt B G, tangens arcus B D, ad A B, ſinum totum, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem complementi eiuſdem arcus B D. quod eſt quartum. Quã ergo proportionem habet ſinus complementi arcus cuiuſuis, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

Quo pacto tangentes omniũ arcuum reperiantur.

ITAQVE *per ea, quæ primo loco demonſtrata ſunt in hac propoſ. ſi fiat, vt ſinus complementi cuiuſuis arcus ad ſinũ rectũ eiuſdẽ arcus, ita ſinus totus ad aliud; hoc eſt, ſi ſinus arcus cuiuslibet in ſinum totũ multiplicetur, (quod fiet facile, ſi ei ad dextrã præponas tot cifras, quot in ſinu toto continentur, nempe ſeptem, ſi ſinus totus fuerit* 10000000. *vel quinque, ſi ſinus totus fuerit* 100000.) *productusq́; numerus per ſinum complementi eiuſdem arcus diuidatur: inuenietur* Tangens *illius arcus, cuius ſinum complementi accepiſti, vel cuius ſinum rectum in ſinum totum multiplicaſti. Vt ſi tangens arcus gra.* 30. *quæratur, adiungemus eius ſinui recto* 5000000 *ſeptem cifras, hoc modo.* 50000000000000. *& hunc numerum per* 8660254. *ſinum complementi eiuſdem arcus grad.* 30. *partiemur. Nam quotiens numerus* 5773503. *dabit tangentem arcus grad.* 30. *quatenus ſinus totus eſt* 10000000.

Sola diuiſione omnes tangentes eliciuntur.

Hinc fit, *tangentes omnes per ſolam diuiſionem inueniri. Nam ſi omnium arcuum ſinubus, initio facto à principio quadrantis, ſeptem cifras apponas, & compoſitos numeros per ſinus complementorum eorundem arcuum, quemlibet per ſuum correſpondentem, diuidas, prodibunt omnium arcuum tangentes, vt ex demonſtratis liquido cõſtat.* Quamobrem *perfacilis eſt conſtructio tabulæ* Tangentium.

Qua rõne ſecãtes omniũ arcuũ inueſtigentur.

RVRSVS *per ea, quæ tertio loco in hac propoſ. ſunt demonſtrata, ſi fiat, vt ſinus complementi cuiuſuis arcus ad ſinum totum, ita ſinus totus ad aliud: hoc eſt, ſi ſinus totus in ſeipſum multiplicetur, (quod facile fiet, ſi ei ad dextram præponas tot cifras, quot ſunt in ſinu toto, puta ſeptem, vel quinque, prout ſinus totus habuerit ſeptem, aut quinque cifras.) numerusq́; productus per ſinum complementi cuiuſuis arcus diuidatur: reperietur* Secans *illius arcus, per cuius ſinum complementi diuiſio facta eſt. Vt ſi ſecans arcus grad.* 30. *deſideretur, diuidemus* 100000000000000. *(productum ſcilicet numerum ex ſinu toto in ſeipſum) per* 8660254. *ſinum complementi arcus grad.* 30. *Numerus enim* Quotiens 11547005. *dabit ſecantem arcus grad.* 30. *quatenus ſinus totus eſt* 10000000. *Sola ergo diuiſione huius ſemper numeri*

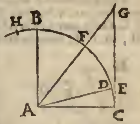
1000.

10000000000000. *per ſinus complementorum omnium arcuum, initio facto à principio Quadrantis, omnium arcuum ſecantes eruuntur, vt ex demonſtratis liquet. Ex quo faciliima erit conſtructio tabulæ ſecantium.* Sola diuiſione eiuſdē ſemper numeri p ſinus omnes ſecantes inueniuntur.

THEOR. 11. PROPOS. 19.

TANGENS cuiuſuis arcus, qui ſemiſſe quadrantis maior ſit, æqualis eſt tangenti & ſecanti ſimul arcus, qui duplus ſit exceſſus, quo datus arcus ſemiſſem quadrantis ſuperat. Tangens arcus maioris ſemiſſe quadrantis, cui tangenti, & ſecanti ſimul ſit æqualis.

IN quadrante A B C, ſit C G, tangens arcus C F, qui ſemiſſe quadrantis maior ſit, inter ſemidiametrum A C, & ſecantem A G, eiuſdem arcus C F, comprehenſa. Dico C G, æqualem eſſe tangenti, & ſecanti ſimul arcus, qui duplus ſit exceſſus, quo arcus C F, ſemiſſem quadrantis ſuperat. Sumpto enim arcu F D, ipſi F B, æquali, ducatur recta A D, extendaturq; vſque ad E. Et quoniam anguli B A F, F A E, ob æquales arcus B F, D F, æquales ſunt: Et angulo B A F, æqualis eſt alternus angulus G; erit quoq; idem angulus G, angulo G A E, æqualis. Quare rectæ E G, E A, æquales ſunt: ac propterea, addita communi C E, erit C G, tota tangens arcus C F, duabus C E, & A E, hoc eſt, tangenti, & ſecanti arcus C D, ſimul æqualis. Dico iam arcum C D, duplum eſſe exceſſus quo arcus CF, propoſitus ſemiſſem quadrãtis ſuperat. Producto enim arcu quadrantis ad partes B, ſumptoq; arcu B H, æquali ipſi C D, cum & arcus F B, arcui F D, ſit æqualis, erit totus arcus F H, toti arcui C F, æqualis, ac proinde arcus C H, duplus erit arcus C F. Quoniam vero arcus C H, quadrantem C B, ſuperat arcu B H, hoc eſt, arcu C D; ſuperabit C F, ſemiſsis arcus C H, ſemiſsem quadrantis C B, ſemiſſe exceſſus CD. Arcus igitur CD, duplus eſt exceſſus, quo datus arcus C F, ſemiſſem quadrantis ſuperat. Eſt autē oſtenſum, CG, tangentem arcus CF, æqualem eſſe tangenti C E, & ſecanti A E, ſimul arcus C D. Igitur tangens cuiuſuis arcus, qui ſemiſſe quadrantis maior ſit, æqualis eſt tangenti, & ſecanti ſimul arcus, qui duplus ſit exceſſus, quo datus arcus ſemiſſem quadrantis ſuperat. Quod oſtendendum erat. 27. tertij. 29. primi. 6. primi. 7. huius.



SCHOLIVM.

HANC *propoſitionem nonnulli ita proponunt.*

SECANS cuiuſuis arcus vna cum tangente eiuſdem æqualis eſt tangenti arcus compoſiti ex dato arcu, & ſemiſſe complementi eiuſdem. Secās, & tangens eiuſdem arcus cui tāgenti ſimul æquales ſint.

NAM *in eadem figura ſit* AE, *ſecans, &* CE, *tangens eiuſdem arcus* CD. *Secto*

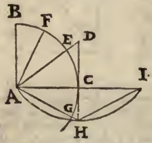
autem arcu B D, nempe complemento arcus C D, biſariam in F, ducatur ex centro A, per F, recta A G, ſecans tangentem C E, productam in G. Eritq́; C G, tangens arcus C F, compoſiti ex dato arcu C D, & D F, ſemiſſe complementi D B. Dico ſecantem A E, & tangentẽ C E, ſimul æquales eſſe tangenti C G. Quia enim anguli BAF,
27.tertij. *F A E, æquales ſunt, propter æquales arcus B F, F D; & angulo B A F, alternus*
29.primi. *angulus G, æqualis eſt; erit quoque angulus idem G, angulo G A E, æqualis. Quare*
6.primi. *æquales ſunt rectæ E A, E G: atque adeo, addita communi E C, duæ A E, E C, ſimul toti C G, æquales erunt.*

THEOR. 12. PROPOS. 20.

Secans cuiuſuis arcꝰ quorũ duorũ arcuum tangentibꝰ ſit æqualis.

SECANS cuiuſuis arcus æqualis eſt tangenti eiuſdem, vna cum tangente ſemiſſis complementi arcus eiuſdem

IN quadrante A B C, ſit A D, ſecans, & C D, tangens arcus C E, cuius complementi E B, ſemiſsis ſit E F, vel F B, & huic ſemiſsi æqualis ſit arcus C G. Ducta autem recta A G, & producta, donec cum D C, protracta coeat in H, erit C H, tangens arcus C G, qui ſemiſsis eſt complementi arcus C E.



Dico ſecantem A D, æqualem eſſe tangenti C D, & tangenti C H, ſimul, hoc eſt, toti lineæ DH. Quoniam enim anguli E A F, CAG,
27.tertij. æquales ſunt, ob æquales arcus E F, C G; addito communi angulo E A C, erunt toti anguli F A C, E A H, æquales. Rurſus quia
32.primi. in triangulo rectangulo A C H, duo anguli A, H, vni recto, nimirũ angulo B A C, æquales ſunt; ablatis angulis B A F, C A H, qui
27.tertij. propter æquales arcus BF, CG, æquales ſunt, erunt reliqui anguli F A C, & H, æquales. Eſt autem angulus F A C, oſtenſus æqualis angulo E A H. Igitur & angulus H, eidem angulo E A H, æqualis erit: ac propte-
6.primi. rea rectæ A D, D H, æquales erunt, hoc eſt, ſecans A D, tangentibus D C, C H, æqualis erit. quod eſt propoſitum.

ALITER. Sit rurſus A D, ſecans, & C D, tangens arcus C E. Dico ſecantem A D, æqualem eſſe tangenti C D, vnà cum tangente ſemiſsis complementi arcus E C, ſeu anguli D A C, hoc eſt, vna cum tangente ſemiſsis anguli D, qui complementum eſt anguli DAC, cum ambo in triangulo rectãgulo ACD,
32.primi. vni recto ſint æquales. Centro namque D, & interuallo D A, arcus circuli deſcribatur A H I, ſecans D C, productam in H, & A C, productam in I, ducanturq́; rectæ A H, H I. Quia igitur recta D C, ex centro D, circuli A H I, edu-
3.tertij. cta ſecans rectam A I, ad angulos rectos, ſecat eam bifariam; ſecabit eadem D C H, & arcum A H I, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonſtrato.
27.tertij. Quare anguli C A H, & I, æquales ſunt. Quoniam autem, cum anguli D, & I, eandem habeant baſim arcum A H, & ille ſit ad centrum D, hic vero ad circun-

ſunferentiam, angulus D, anguli I, duplus eſt; erit quoque idem angulus D, 20. tertij.
anguli C A H, duplus: ac proinde angulus C A H, ſemiſsis erit anguli D, qui
complementum eſt anguli D A C. Cum ergo C H, tangens ſit anguli C A H,
ſitq́; D A, recta rectæ D H, ex defin. circuli, æqualis: liquido conſtat, ſecan-
tem A D, arcus C E, æqualem eſſe tangenti C D, eiuſdem arcus, vnà cum CH,
tangente ſemiſsis complementi arcus C E, ſeu anguli C A D. Quapropter Se-
cans cuiuſuis arcus æqualis eſt tangenti eiuſdẽ, &c. Quod demonſtrandũ erat.

SCHOLIVM.

Compẽdiũ mirificum pro cõſtructione tabulæ tam tangentium, quã ſecantium.

E X *proximis duobus theorematibus mirificum nobis compendium ſuppeditatur ad
tabulam tam Tangentium, quàm Secantium conſtruendam. Nam ſi per ea, quæ pro-
poſ. 18. eiuſq; ſcholio præcepimus, tangentes omnium arcuum per ſingula minuta ex-
tenſorum vſque ad ſemiſſem quadrantis, ſecantes vero omnium arcuum totius qua-
drantis inquiramus; inueniemus earum beneficio per ſolam additionem tangentes
aliorum arcuum, vſque ad arcum grad. 67. Min. 30 ſi nimirum tangentem, & ſecan-
tem cuiuſq; arcus minoris ſemiſſe quadrantis, qui minuta numero paria contineat, in
vnam ſummã colligamus: propterea quòd tangens cuiuſuis arcus maioris ſemiſſe qua-* 19. huius.
*drantis æqualis eſt tangenti, ac ſecanti arcus, qui duplus ſit exceſſus, quo datus arcus
ſemiſſem quadrantis ſuperat; quales ſunt omnes arcus minutorũ parium vſq; ad gra.
45. vt arcus Min. 2. Min. 4. Min. 6. &c. Exempli cauſa. ſi deſideretur tangens arcus
gra. 45. Min. 1 colligemus in vnam ſummam tangentem 5818. & ſecantẽ 10000002.
arcus Min. 2 qui duplus eſt arcus Min. 1. quo datus arcus grad. 45 Min. 1. ſemiſſem qua
drantis, hoc eſt, arcũ grad. 45. ſuperat Numerus enim cõflatus 10005820. dabit tã-
gentẽ propoſiti arcus grad. 45. Min. 1. qui ſemiſſem quadrantis ſuperat ſemiſſe arcus
Min. 2. vt propoſ. 19. oſtenſum eſt. Idẽ arcus grad. 45. Min. 1. cõponitur ex arcu Min.
2. & ſemiſſe cõplemẽti eiuſdẽ arcus, quod cõplectitur grad 89. Min. 58. hoc eſt, ex ar-
cu Min. 2. & arcu grad. 44. Min. 59 ac proinde, vt in ſcholio propoſ. 19. demonſtraui-
mus, numerus 10005820. conflatus ex tangente, & ſecante arcus Min. 2. dabit tan-
gentem dicti arcus compoſiti ex arcu Min. 2. & ſemiſſe complementi eiuſdem.*

E A D E M *ratione tangens cuiuſuis arcus maioris ſemiſſe quadrantis compone-
tur ex tangẽte, & ſecante arcus, qui duplus ſit exceſſus, quo arcus ille ſemiſſem qua-
drantis ſuperat. Item ſi in vnam ſummã colligantur tangens, & ſecans cuiuſuis ar-
cus minoris ſemiſſe quadrãtis, conflabitur tãgens arcus cõpoſiti ex illo arcu, & ſemiſ
ſe complementi eiuſdem. Vt tangens 14352451. arcus grad. 55. Min. 8. compoſita eſt
ex tangente 3692500. & ſecante 10659951. arcus grad. 20 Min. 16. qui duplus eſt
arcus grad. 10. Min. 8 quo datus arcus grad. 55 Min. 8. quadrantis ſemiſſem ſuperat.
Item ſi tangens 3692500. & ſecans 10659951. arcus grad. 20. Min. 16. in vnam
ſummam colligantur, conflabitur tangens 14352451. arcus grad 55. Min. 8. compoſi-
ti ex illo arcu grad. 20. Min. 16. & ſemiſſe complementi eiuſdem, nempe ex arcu grad.
34. Min. 52. cum complementũ arcus grad. 20. Min. 16. cõprehendat grad. 69. Min. 44.*

I T A Q V E *propoſito arcu quocunque, qui maior ſit quadrantis dimidio, ſi ex
eo detrahatur ſemiſsis quadrantis, id eſt, arcus grad. 45. & reliqui arcus ſumatur
duplus, component tangens & ſecans huius dupli arcus ſumpti tangentem propoſiti
illius arcus. Vt ſi quæratur tangens arcus grad. 55. Min. 8. detrahendi erunt grad.
45. ex eo, & reliqui arcus grad. 10. Min. 8: ſumendus duplus arcus grad. 20. Min.*

19.huius. 16. Huius enim tangens, & ſecans component illius tangentem, vt demonſtratum eſt.

INVENTIS autem hoc modo tangentibus arcuum ſemiſſe quadrantis maiorū vſque ad arcum grad. 67. Min. 30. incluſiue; ſi rurſus tangentem, ac ſecantem cuiuſq; horum arcuum, qui minuta numero paria complectatur, (quales ſunt arcus grad. 45. Min. 2. & grad. 45. Min. 4. &c.) in vnam ſummam colligamus, reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuum, nempe grad. 67. Min. 31. & grad. 67. Min. 32. &c. vſque ad arcū gra. 78. Min. 45. incluſiue. Nam huius arcus grad. 33. Min. 45. quo arcus grad. 78. Min 45 ſemiſſem quadrantis excedit, duplus eſt arcus grad. 67. Min. 30. cuius tangens vltimo loco inuenta fuit. Item ex his tangentibus arcuum maiorum, quàm grad. 67. Min. 30. vſque ad arcum grad. 78. Min. 45. incluſiue inuentis; ſi rurſus tangentem, & ſecantem cuiuſq; illorum, qui minuta numero paria comprehendat, in vnam colligamus ſummā, inueniemus tāgentes maiorum adhuc arcuum, cuiuſmodi ſunt arcus grad. 78. Min. 46. & grad. 78. Min. 47. &c. vſque ad arcum grad. 84. Min. 22 incluſiue. Nam huius arcus grad. 39. Min. 22. quo arcus grad. 84. Min. 22. ſemiſſem quadrantis ſuperat, duplus eſt arcus grad. 78. Min. 44. qui maximus eſt eorum, qui minuta numero paria habent, & quorum tangentes iam inuenta ſunt. Sic etiam ex his inuentis reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuum, quàm grad. 84. Min. 22. vſque ad arcum grad. 87. Min. 11. Quia huius arcus grad. 42. Min. 11. quo arcus grad. 87 Min. 11. dimidium quadrantis excedit, duplus eſt arcus grad. 84. Min. 22. cuius tangens vltimo loco fuit inuenta. Ex his vero repertis conficiemus tangentes ſequentium arcuum, vſque ad arcum grad. 88. Min. 35. propterea quòd huius arcus grad. 43 Min. 35. quo arcus grad. 88. Min. 35. quadrātis dimidiū excedit, duplus eſt arcus gra. 87. Min. 10. qui maximus eſt eorū, qui minuta habent numero paria, & quorum tangentes proxime inuentæ ſunt. Per has quoque reperiemus aliorum arcuum tangentes, vſque ad arcum grad. 89. Min. 17. incluſiue; cum huius arcus grad. 44. Min. 17. quo arcus grad. 89. Min. 17. dimidiatum quadrantem excedit, duplus ſit arcus grad. 88. Min. 34. vtpote maximus eorum, qui minuta numero paria continent, & quorum iam tangentes ſunt cognitæ. Beneficio deinde harum tangentium inuentarum eliciemus tangentes aliorum arcuum, vſque ad arcum grad. 89. Min. 38. incluſiue; eo quod huius arcus grad. 44. Min 38. quo arcus grad. 89. Min. 38. ſemiſſem quadrantis ſuperat, duplus eſt arcus grad. 89. Min. 16. qui maximus eſt eorum, qui minuta numero habent paria, & quorū tangentes iam factæ ſunt notæ; Hinc aliorum arcuū tāgentes inquiremus, vſq; ad arcū gra 89. Min. 49. quippe qui ſuperet quadrātis dimidiū arcu grad. 44. Min. 49. cuius duplus eſt arcus grad. 89. Min. 38. ad quē proxime peruenimus. At ex his inueſtigabimus tangentes ſequentium arcuum vſq; ad arcum grad. 89. Min. 54. quippe qui quadrantis medietatē ſuperet arcu grad. 44. Min. 54. cuius duplus eſt arcus grad. 89. Min. 48. qui maximus eſt eorum, qui minuta habent numero paria, & quorum tangentes iam ſunt inuentæ. Eadē ratione ex his inueniemus tangentes ſequentium arcuum vſq; ad arcum grad. 89. Min. 57 Quia huius arcus grad. 44. Min. 57. quo arcus grad. 89. Min 57. quadrantis dimidium ſuperat, duplus eſt arcus grad. 89. Min. 54. ad quem proxime peruentum fuit. Denique ex tangente, & ſecante arcus grad. 89. Min. 56. conficiemus tangentem arcus grad. 89. Min. 58. Et hinc tangentem explorabimus arcus grad. 89. Min. 59. Atq; ita, vt vides, ex tangentibus arcuum vſque ad grad. 45. & ex ſecantibus omnium arcuum quadrantis perficitur integra tabula tangentium.

QVOD ſi ſecantem cuiuſcunq; arcus ſubducas ex tangente alterius arcus, qui ex priore illo, ac ſemiſſe complementi eiuſdem componitur, reliquam facies tangen-

tem

tem eiuſdem prioris illius arcus, cuius ſecantem ſubduxiſti. Item ſi tangentem cuiuſlibet arcus ex eiuſdem ſecante detrahas, remanebit tangens ſemiſsis complementi arcus eiuſdem. Primum conſtat ex ſcholio propoſ. 19. vbi oſtenſum eſt, ſecantem, & tangentem cuiuſuis arcus ſimul æquales eſſe tangenti arcus compoſiti ex illo, & ex ſemiſſe complementi eiuſdem. Hinc enim fit, vt ſecans ex cõpoſita hac tangente ablata relinquat alteram illã tangentem. Secundum verò liquet ex propoſ. hac 20. vbi demõſtrauimus, ſecantem cuiuſuis arcus æqualem eſſe tangenti eiuſdem, vna cum tangente ſemiſsis complementi arcus eiuſdem. Quare huius ſemiſsis tangens reliqua fiet poſt ſubtractionem alterius illius tangentis ex ſecante. V.g. ſi ſecantem arcus grad. 20. quæ eſt 1064177. detrahamus ex 14281480. tangente arcus grad. 55. compoſiti ex arcu grad. 20. & ſemiſſe complementi eiuſdem, relinquetur tangens 3639703. arcus eiuſdem grad. 20. Item ſi 4244748. tangentem arcus grad. 23. ex 10863603 ſecante eiuſdem arcus ſubducamus, remanebit tangens 6618855. arcus grad 33. Min. 30. hoc eſt, ſemiſsis complementi dati arcus grad. 23. Rurſus ſi 11547004. ſecantem arcus grad. 30. ex 17320508. tangente arcus grad. 60. qui ex arcu grad 30. & ſemiſſe complementi eiuſdem componitur, auferamus, relinquetur tangens 5773504. arcus grad. 30. Et ſi 1763268. tangentem arcus grad. 10. demamus ex 10154264. ſecante eiuſdem arcus gra. 10. remanebit tangẽs 8390996. arcus grad. 40. qui ſemiſsis eſt complementi dicti arcus grad. 10.

IAM *verò ſi per ea, quæ propoſ. 18. eiuſq; ſcholio tradidimus, tangentes omnium arcuum quadrantis per ſingula Minuta extenſorũm inueſtigemus; reperiemus earum beneficio per ſolam additionem ſecantes omnium arcuum per bina minuta progredientium, ſi nimirum tangentem cuiuſuis arcus minuta numero paria habentis addamus ad tangentem ſemiſsis complementi arcus eiuſdem: propterea quòd Secans cuiuſuis arcus æqualis eſt tangenti eiuſdem, vna cum tangente ſemiſsis complementi eiuſdem; conſtat autem omnium arcuum minuta numero paria habentium complementa ſemiſſes habere. Exempli cauſa, ſi deſideretur ſecans arcus* Min. 2. *addemus eius tangentem 5818. ad 9994184. tangentem arcus grad. 44. Min. 59. qui ſemiſsis eſt complementi arcus dati* Min. 2. *Numerus enim compoſitus 10000002. erit ſecans arcus* Min. 2. *ſic etiam ſi quæratur ſecans arcus grad. 89. Min. 58. addemus eius tangentem 1718803368 9. ad 2909. tangentem arcus* Min. 1. *qui ſemiſsis eſt complementi arcus dati grad. 89. Min. 58. Nã numerus conflatus 1718803 6598. erit ſecans arcus grad. 89* Min. 58. *Hac ratione conficietur dimidiata pars tabulæ Tangentium: at Tangentes arcuum minuta numero imparia habentium, quoniam eorum complementa ſemiſſes non habent, niſi ad Secunda venire velimus, inueſtigandæ erunt, vt propoſ. 18. eiuſq; ſcholio præcepimus.* 22. huius.

RVRSVS *ſecantem cuiuſuis arcus inueniemus, ſi eius tangentem demamus ex tangente arcus compoſiti ex arcu illo, & ſemiſſe complementi eiuſdem arcus. Nam cũ, vt demonſtrauimus, ſecans cuiuſuis arcus, vnà cum tangente eiuſdem æqualis ſit tangenti arcus compoſiti ex dato arcu, & ſemiſſe complementi eiuſdem; efficitur, vt tangens dati arcus ex tangente arcus ex eo, & ſemiſſe complementi compoſiti ablata relinquat ſecantem eiuſdem dati arcus. Vt ſi cupiamus ſecantem arcus Min. 2. auferemus 5818. tangentem ipſius ex 10005820. tangente arcus grad. 45. Min. 1. cõpoſiti ex arcu Min. 2. & ex arcu grad. 44. Min. 59. qui ſemiſsis eſt complementi arcus dati Min. 2. Relictus namque numerus 10000002 erit ſecans arcus dati Min. 2. Ita quoq; ſi velimus habere ſecantem arcus grad. 60. ſubducemus 17320508. eius tangentem ex 37320514. tangente arcus grad. 75. compoſiti ex dato arcu grad. 60. & ex arcu grad.* Schol. 19. huius.

grad.15. qui ſemiſsis eſt complementi dati arcus grad. 60. Remanebit enim numerus 20000006. pro ſecante dati arcus grad. 60.

Tangẽtes, & Secãtes magis eſſe accuratas, per ſinus inuẽtas, quàm per additionẽ, ſubtractionẽue, vt in hoc ſcholio traditũ eſt.

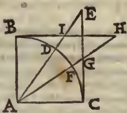
HAEC, quæ hoc ſcholio tradita à nobis ſunt, vera ſunt, ſi ſinus exquiſite inuenti fuerint: ſed quia non omnes ſinus accurate ſunt cogniti, maxime ſinus arcus grad. 1. & alij ex hoc dependentes, quales ſunt ſinus arcuum per ſingula minuta extenſorum; fit vt neq; tangentes, neq; ſecantes inuẽta per hoſce ſinus ſint admodũ accurata. Quare ſi ex inuentis quibuſdam aliæ per ſolam additionem, ſubtractionemve inquirantur vt hoc ſcholio docuimus, non parum different ab eiſdem, ſi per ſinus inueſtigarentur. Nam tangentes & ſecantes per ſinus inuenta ex vno ſolo principio non omni ex parte vero, nempe ex ſinubus, gignuntur: at eadem per ſolam additionem, ſubtractionemve procreatæ oriuntur ex pluribus falſis principijs, nimirum ex ſinubus primum, deinde vero etiã ex tangentibus, & ſecãtibus per ſinus inuentis, quæ accuratæ eſſe non poſſunt, vt diximus. Magis exquiſite ergo cognoſcentur huiuſmodi lineæ per ſinus, vt propoſ. 18. eiuſq; ſcholio traditum eſt. Hac ratione & tabulam Tangentium, & tabulam Secantium breui ſupputabimus. Non paruos enim errores in aliorum tabulis deprehendimus; vt tutò illis fidere non poſsimus; propterea quòd multas tangentes, & ſecãtes vel per partem proportionalem, vel per ſolam additionem aut ſubtractionem inueſtigarunt, non autem omnes per ſinus. Subiungemus tamen paulo inſra aliorum tabulas, donec per tempus nouas conſtruere licebit.

THEOR. 13. PROPOS. 21.

Tangentes duorum arcuũ quorũlibet ſũt reciprocè proportionales cũ tangentib⁹ complemẽtorũ arcuũ eorundem.

TANGENS cuiuſuis arcus eſt ad tangentem alterius arcus cuiuſlibet, vt tangens complementi poſterioris arcus ad tangẽtem complementi prioris.

IN quadrante A B C, arcus C D, tangens ſit C E, & ſecans A E: Item arcus C F, tangens ſit C G, & ſecans A G: Ducta autem recta B H, circulum tangente, & vtrique ſecanti A E, A G, occurrente in I, H; erit B I, tangens complementi arcus C D; & B H, tangens complementi arcus C F. Dico ita eſſe C E, tangentem arcus C D, ad C G, tangentem arcus C F, vt eſt B H, tangens complementi poſterioris arcus C F, ad B I, tangentem complementi arcus prioris C D.



18. huius

Cum enim ſinus totus ſit medius proportionalis tam inter C E, tangentẽ arcus CD, & B I, tangentem complementi arcus eiuſdem C D, quàm inter C G, tangentem arcus C F, & B H, tangentem complementi arcus eiuſdem C F; erit tam rectangulum ſub C E, B I, quam re-

17. ſexti.

ctangulum ſub C G, B H, quadrato ſinus totius æquale: ac proinde rectangulum ſub C E, B I, rectangulo ſub C G, B H, æquale erit. Quare erit, vt C E,

16. ſexti.

prima ad C G, ſecundam, ita B H, tertia ad BI, quartam; nempe vt C E, tangens

gens arcus CD, ad C G, tangentem arcus C F, ita B H, tangens complementi arcus poſterioris C F, ad B I, tangentem complementi prioris arcus C D. Tangens igitur cuiuſuis arcus eſt ad tangentem alterius, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 14. PROPOS. 22.

SECANS cuiuſuis arcus eſt ad Secantem alterius arcus cuiuſlibet, vt ſinus complementi poſterioris arcus ad ſinum complementi prioris.

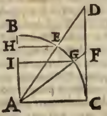
Secãtes duorũ arcuum quorũlibet ſũt reciproce proportionales cũ ſinubus complemẽto rũ arcuum eorundem.

IN quadrante A B C, ſit A D, ſecans arcus C E, & A F, ſecans arcus C G: & E H, ſinus complementi arcus C E, at G I, ſinus complementi arcus C G. Dico ita eſſe ſecantem A D, arcus C E, ad A F, ſecantem arcus C G, vt eſt G I, ſinus complementi poſterioris arcus C G, ad E H, ſinum complementi arcus prioris C E. Quoniam enim ſinus totus eſt medius proportionalis tã inter ſecantem A D, arcus C E, & E H, ſinum complementi eiuſdem arcus C E, quàm inter A F, ſecantem arcus C G, & G I, ſinum complementi eiuſdem arcus C G; erit tam rectangulum ſub A D, E H, quàm rectangulum ſub A F, G I, quadrato ſinus totius æquale: ac proinde rectangulum illud huic æquale. Quare erit vt A D, prima ad A F, ſecundam, ita G I, tertia ad E H, quartam; hoc eſt, vt A D, ſecans arcus C E, ad A F, ſecantem arcus C G, ita G I, ſinus complementi arcus poſterioris C G, ad E H, ſinum complementi arcus prioris C E. Secans igitur cuiuſuis arcus eſt ad ſecantem alterius arcus, &c. Quod demonſtrandum erat.

18. huius.

17. ſexti.

16. ſexti.



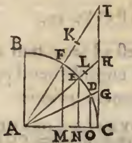
THEOR. 15. PROPOS. 23.

SI plures ſint arcus æquali exceſſu progredientes, habebunt tam tangentes, quàm Secantes maiorum arcuum maiorem differentiam, quàm minorum: ita vt in tabula differentiæ tam tangentiũ, quàm ſecantium ſemper creſcant vſque ad finem quadrantis.

Tangentes & ſecantes arcuũ æqualiter creſcẽtiũ augent ſemper differentias.

IN quadrante A B C, ſint arcus C D, C E, C F, quorum differentiæ D E, E F, æquales ſint, & eorumdem tangentes ſint C G, C H, C I; ſecantes autem A G,

A G, A H, A I. Et quia in triangulo A C H, angulus C, rectus eſt; erit A H C,
17. primi. recto minor, cum ambo ſint duobus rectis minores. Cum ergo duo anguli
13. primi. ad H, ſint duobus rectis æquales, erit A H I, maior recto, ac proinde angu-
17. primi. lus I, in triangulo A H I, recto minor. Quare maior erit ſecans A I, ſecante
19. primi. A H. Eadē ratione maior erit quam A G: Item A H, maior, quā A G. Abſcindatur ergo A K, ipſi A H, & A L, ipſi A G, æqualis. Dico I H, differētiā tangentiū C I, C H, arcuū maiorū C F, C E, maiorem eſſe differentia H G, tāgentium C H, C G, minorum arcuum C E, C D: Item K I, differentiam ſecantium A I, A H, arcuum maiorum C F, C E, maiorem eſſe differentia L H, ſecantium A H, A G, minorum arcuum C E, C D. Cum enim arcus D E, E F, æquales ſint,



27. tertij. erunt & anguli D A E, E A F, æquales: ac pro-
3. ſexti. inde angulus I A G, ſectus erit biſariam per rectam A H. Igitur erit, vt I A, ad A G, ita I H, ad H G: Eſt autem A I, maior, quàm A G, vt oſtenſum eſt. Recta ergo I H, maior quoque erit, quàm H G. quod eſt primum.

DVCTIS iam F M, E N, D O, ad A C, perpendicularibus, nempe ſinubus rectis arcuum C F, C E, C D; erit A M, ſinus complementi arcus C F; & A N, ſinus complementi arcus C E; & A O, ſinus complementi arcus C D,
1. huius. vt in expoſitione definitionum dictum eſt. Quoniam vero recta M N, maior
8. quinti. eſt, quam N O; maior erit proportio A N, ad N O, quàm ad M N: Eſt autem adhuc maior proportio A O, ad N O, quàm A N, ad eandem N O. Igitur multo maior erit proportio A O, ad N O, quàm A N, ad M N. Et per con-
30. quinti. uerſionem rationis, minor proportio A O, ad A N, quàm A N, ad A M: hoc eſt, maior proportio A N, ad A M, quàm A O, ad A N. Cum ergo ſit, vt
11. huius. A N, ad A M, ita A I, ad A H; Et vt A O, ad A N, ita A H, ad A G: maior quoque erit proportio A I, ad A H, hoc eſt, ad A K, quàm A H, ad A G,
29. quinti. hoc eſt, ad A L. Diuidendo ergo maior etiam proportio erit I K, ad A K, hoc
26. quinti. eſt, ad A H, quàm H L, ad A L: Et conuertendo minor erit proportio A H, ad K I, quàm A L, ad L H: hoc eſt, maior proportio erit A L, ad L H, quàm
8. quinti. A H, ad K I. Quare cum maior adhuc ſit proportio A H, ad L H, quàm A L, ad eandem L H: multo maior proportio erit A H, ad L H, quàm eiuſdem
10. quinti. A H, ad K I; ac propterea recta L H, minor erit, quàm k I. quod eſt ſecundum. Ex quo fit, differentias tam tangentium, quàm ſecantium in tabula ſemper augeri ad finem vſq; quadrantis: cuius quidem contrarium in ſinubus accidit, vt ſupra demonſtratum eſt. Quamobrem ſi plures ſint arcus æquali exceſſu progredientes, &c. Quod demonſtrandum erat.

COROLLARIVM.

Arcus tangentium æquales exceſſus habētium inæquales ha- SEQVITVR hinc, ſi quotlibet arcuum tangentes æqualiter ſeſe excedant, arcus earum inæqualiter ſeſe excedere, exceſſusq; maiorum arcuum eſſe minores, quàm maiorum. Omnium item ſecantium ſegmenta extra quadrantem eſſe inæqualia, minoraq; eſſe illa, quæ principio quadrantis ſunt propinquiora. Quoniam enim poſitis arcubus D E, E F, æqualibus, oſtenſum fuit, rectam I H, maiorem eſſe quam H G; liquido conſtat, ſi ex H I, auferatur recta ipſi H G, æqualis, ſecantem inter duas A I, A H, ductam diuidere arcum

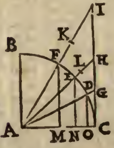
cum E F, atq; adeo abſcindere arcum minorem arcu D E, nempe partem arcus E F. Eademq; ratio eſt de alijs.

RVRSVS quia demonſtratum eſt, ſecantem A G, minorem eſſe, quàm A H; fit, vt ablatis ſemidiametris æqualibus A D, A E, ſegmentum D G, reliquum minus ſit ſegmento reliquo E H, &c.

THEOR. 16. PROPOS. 24.

TANGENS arcus maioris ad tangentem minoris arcus maiorē proportionem habet, quā ſecans maioris eiuſdem arcus ad ſecantem eiuſdē minoris.

Arcuũ inæqualiũ tangens maioris ad tangentem minoris proportionem habet maiorem, quam ſecans maioris ad ſecantem minoris.



REPETATVR figura præcedentis propoſ. Dico maiorem eſſe proportionem tāgentis C I, ad tangentem C H, quàm ſecantis A I, ad ſecantem A H. Quoniam enim eſt, vt A F, ad F M, ita A I, ad I C: Item vt A E, ad E N, ita A H, ad H C. Eſt autem minor proportio ſemidiametri A F, ad F M, quàm ſemidiametri A E ad, E N; quòd ſinus F M, maioris arcus C F, maior ſit ſinu E N, minoris arcus C E, vt in expoſitione definitionum dictum eſt. Igitur minor quoq; erit proportio A I, ad I C, quàm A H, ad H C: Et permutando, minor etiam proportio A I, ad A H, quàm I C, ad H C; hoc eſt, tangens C I, ad tangentem C H, habebit maiorem proportionem, quàm ſecans A I, ad ſecantem A H. Quocirca Tangens arcus maioris ad tangentem minoris arcus, &c. Quod demonſtrandum erat.

4. ſexti.

8. quinti.

ſchol. 27. 5.

SEQVVNTVR TABVLAE TANGENtium atque ſecantium.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
0	0000	174550	349207	524078	699269	60
1	2909	177459	352120	526995	702191	59
2	5818	180369	355033	529911	705116	58
3	8727	183279	357945	532828	708039	57
4	11636	186189	360858	535745	710962	56
5	14544	189100	363770	538663	713886	55
6	17452	192010	366683	541580	716809	54
7	20361	194920	369596	544498	719733	53
8	23270	197830	372508	547415	722657	52
9	26179	200740	375421	550333	725580	51
10	29088	203650	378334	553251	728504	50
11	31996	206561	381247	556169	731428	49
12	34905	209471	384160	559087	734353	48
13	37814	212381	387073	562005	737277	47
14	40723	215291	389987	564923	740202	46
15	43632	218201	392900	567841	743127	45
16	46541	221111	395814	570759	746052	44
17	49450	224022	398727	573678	748978	43
18	52359	226932	401641	576596	751903	42
19	55268	229842	404554	579514	754829	41
20	58177	232752	407468	582433	757754	40
21	61086	235663	410382	585352	760680	39
22	63995	238574	413295	588270	763606	38
23	66904	241485	416209	591189	766532	37
24	69813	244395	419123	594108	769459	36
25	72722	247306	422037	597028	772385	35
26	75631	250217	424951	599947	775311	34
27	78540	253128	427866	602866	778238	33
28	81450	256038	430780	605786	781164	32
29	84359	258949	433694	608705	784091	31
30	87268	261859	436609	611625	787017	30
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
30	87268	261859	436609	611625	787017	30
31	90177	264770	439523	614544	789944	39
32	93086	267681	442438	617464	792871	28
33	95955	270592	445353	620384	795799	27
34	98904	273503	448267	623304	798726	26
35	101814	276414	451182	626225	801653	25
36	104723	279325	454097	629145	804581	24
37	107632	282237	457012	632066	807509	23
38	110541	285148	459927	634986	810437	22
39	113450	288059	462842	637907	813365	21
40	116360	290970	465757	640828	816293	20
41	119269	293882	468672	643749	819221	19
42	122178	296794	471588	646671	822150	18
43	125088	299705	474503	649592	825079	17
44	127997	302617	477419	652514	828008	16
45	130906	305528	480335	655435	830937	15
46	133816	308439	483251	658357	833866	14
47	136725	311351	486166	661278	836795	13
48	139635	314262	489082	664200	839724	12
49	142544	317174	491997	667121	842653	11
50	145454	320085	494913	670043	845583	10
51	148363	322997	497829	672965	848513	9
52	151273	325909	500745	675888	851443	8
53	154182	328821	503662	678810	854374	7
54	159092	331733	506578	681733	857304	6
55	160001	334645	509495	684656	860234	5
56	162911	337558	512411	687578	863164	4
57	165820	340470	515328	690501	866095	3
58	168730	343382	518244	693423	869025	2
59	171640	346295	521161	696346	871956	1
60	174550	349207	524078	699269	874886	0
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
0	874886	1051042	1227846	1405408	1583844	60
1	877817	1053983	1230798	1408374	1586826	59
2	880748	1056924	1233751	1411341	1589808	58
3	883680	1059866	1236704	1414308	1592791	57
4	886611	1062808	1239658	1417275	1595774	56
5	889543	1065750	1242612	1420242	1598757	55
6	892475	1068692	1245566	1423210	1601740	54
7	895407	1071634	1248520	1426170	1604723	53
8	898339	1074576	1251474	1429146	1607707	52
9	901271	1077518	1254428	1432115	1610691	51
10	904204	1080461	1257383	1435084	1613675	50
11	907137	1083404	1260338	1438053	1616660	49
12	910070	1086347	1263293	1441022	1619645	48
13	913003	1089291	1266249	1443992	1622630	47
14	915936	1092234	1269205	1446961	1625615	46
15	918870	1095178	1272161	1449931	1628601	45
16	921804	1098122	1275117	1452901	1631587	44
17	924738	1101066	1278073	1455871	1634573	43
18	927771	1104010	1281029	1458842	1637560	42
19	930605	1106994	1283986	1461813	1640547	41
20	933539	1109899	1286943	1464784	1643534	40
21	936473	1112844	1289900	1467755	1646522	39
22	939407	1115789	1292857	1470727	1649510	38
23	942342	1118734	1295815	1473699	1652499	37
24	945277	1121680	1298773	1476671	1655488	36
25	948212	1124625	1301731	1479644	1658477	35
26	951147	1127571	1304689	1482617	1661466	34
27	954083	1130517	1307648	1485590	1664456	33
28	957019	1133463	1310607	1488563	1667446	32
29	959954	1136409	1313566	1491536	1670436	31
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426	30
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduū Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorū arcuū eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426	30
31	965826	1142[illegible]02	1319485	1497484	1676417	29
32	968763	1145249	1322445	1500458	1679408	28
33	971699	11481[illegible]6	1325405	1503433	1682399	27
34	97463[illegible]	1151144	1328365	1506408	1685390	26
35	977573	1154092	1331325	1509383	1688382	25
36	980509	1157040	1334285	1512358	1691374	24
37	983446	1159968	1337246	1515334	1694366	23
38	986383	1162936	1340207	1518310	1697358	22
39	989320	1165884	1343168	1521286	1700351	21
40	992257	1168832	1346129	1524262	1703344	20
41	995195	1171781	1349091	1527239	1706337	19
42	998133	1174730	1352053	1530216	1709331	18
43	1001072	1177679	1355015	1533193	1712325	17
44	1004010	1180628	1357977	1536170	1715319	16
45	1006949	1183577	1360940	1539148	1718313	15
46	1009887	1186527	1363903	1542126	1721308	14
47	1012825	1189477	1366866	1545104	1724304	13
48	1015763	1192427	1369830	1548082	1727300	12
49	1018702	1195377	1372793	1551061	1730296	11
50	1021641	1198328	1375757	1554040	1733292	10
51	1024580	1201279	1378721	1557019	1736287	9
52	1027519	1204230	1381686	1559999	1739284	8
53	1030459	1207181	1384650	1562979	1742281	7
54	1033399	1210132	1387615	1565959	1745278	6
55	1036339	1213084	1390580	1568939	1748275	5
56	1039279	1216036	1393545	1571920	1751273	4
57	1042219	1218988	1396510	1574901	1754271	3
58	1045160	1221940	1399476	1577882	1757270	2
59	1048101	1224892	1402442	1580863	1760269	1
60	1051042	1227845	1405408	1583844	1763268	0
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
0	1763268	1943803	2125565	2308682	2493280	60
1	1766268	1946822	2128605	2311746	2496370	59
2	1769268	1949841	2131646	2314810	2499411	58
3	1772268	1952861	2134687	2317875	2502552	57
4	1775269	1955881	2137729	2320940	2505643	56
5	1778270	1958901	2140771	2324006	2508735	55
6	1781271	1961922	2143814	2327072	2511827	54
7	1784272	1964943	2146857	2330139	2514920	53
8	1787274	1967964	2149900	2333206	2518013	52
9	1790276	1970985	2152944	2336273	2521106	51
10	1793278	1974007	2155988	2339341	2524200	50
11	1796281	1977029	2159032	2342419	2527294	49
12	1799284	1980052	2162077	2345478	2530389	48
13	1802287	1983075	2165122	2348547	2533484	47
14	1805291	1986098	2168167	2351616	2536580	46
15	1808295	1989122	2171213	2354686	2539676	45
16	1811299	1992146	2174259	2357757	2542773	44
17	1814303	1995171	2177306	2360828	2545870	43
18	1817308	1998196	2180352	2363899	2548968	42
19	1820313	2001221	2183400	2366971	2552066	41
20	1823318	2004247	2186448	2370043	2555165	40
21	1826324	2007273	2189496	2373116	2558264	39
22	1829329	2010299	2192544	2376189	2561364	38
23	1832335	2013326	2192544	2379263	2564464	37
24	1835342	2016353	2195593	2382337	2567564	36
25	1838349	2019380	2201692	2385411	2570665	35
26	1841557	2022408	2204742	2388486	2573766	34
27	1844365	2025436	2207792	2391561	2576868	33
28	1847373	2028464	2210843	2394636	2579970	32
29	1850382	2031493	2213894	2397712	2583073	31
30	1853391	2034522	2216946	2400788	8586176	30
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
30	1853391	2034522	2216946	2400788	2586176	30
31	1856400	2037552	2219998	2403865	2589280	29
32	1859409	2040582	2223051	2406942	2592384	28
33	1862419	2043612	2226104	2410020	2595489	27
34	1865429	2046643	2229157	2413098	2598594	26
35	1868439	2049674	2232211	2416176	2601700	25
36	1871449	2052705	2235265	2419255	2604806	24
37	1874460	2055737	2238319	2422334	2607912	23
38	1877471	2058769	2241374	2425414	2611019	22
39	1880482	2061801	2244429	2428494	2614126	21
40	1883494	2064834	2247485	2431574	2617234	20
41	1886506	2067867	2250541	2434655	2620342	19
42	1889518	2070900	2253597	2437736	2623451	18
43	1892531	2073934	2256654	2440818	2626560	17
44	1895544	2076968	2259711	2443900	2629670	16
45	1898558	2080002	2262769	2446983	2632780	15
46	1901572	2083037	2265827	2450066	2635891	14
47	1904586	2086073	2268885	2453150	2639002	13
48	1907601	2089109	2271944	2456234	2642114	12
49	1910616	2092145	2275003	2459319	2645226	11
50	1913632	2095182	2278063	2462404	2648339	10
51	1916648	2098219	2281123	2465490	2651452	9
52	1999664	2101256	2284183	2468576	2654566	8
53	1922680	2104293	2287244	2471662	2657680	7
54	1925697	2107331	2290305	2474749	2660795	6
55	1928714	2110369	2293367	2477836	2663910	5
56	1931731	2113407	2296429	2480924	2667026	4
57	1934749	2116446	2299492	2484012	2670142	3
58	1937767	2119485	2302555	2487101	2673258	2
59	1940785	2122525	2305618	2490191	2676375	1
60	1943803	2125565	2308682	2493280	2679492	0
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
0	2679492	2867453	3057307	3249197	3443276	60
1	2682610	2870601	3060487	3252413	3446530	59
2	2685728	2873749	3063669	3255630	3449785	58
3	2688847	2876898	3066851	3258848	3453040	57
4	2691966	2880048	3070034	3262066	3456296	56
5	2695086	2883198	3073218	3265285	3459553	55
6	2698206	2886349	3076402	3268504	3462810	54
7	2701327	2889501	3079587	3271724	3466068	53
8	2704448	2892653	3082772	3274944	3469326	52
9	2707570	2895806	3085958	3278165	3472585	51
10	2710693	2898960	3085144	3281387	3475845	50
11	2713816	2902114	3092331	3284609	3479105	49
12	2716940	2905268	3095518	3287832	3482366	48
13	2720064	2908423	3198706	3291055	3485628	47
14	2723189	2911578	3101895	3294280	3488891	46
15	2726314	2914734	3105084	3297505	3492154	45
16	2729439	2917890	3108274	3300731	3495418	44
17	2732565	2921047	3111464	3303957	3498683	43
18	2735691	2924204	3114655	3307184	3501949	42
19	2738818	2927362	3117846	3310411	3505215	41
20	2741945	2930520	3121038	3313639	3508482	40
21	2745073	2933679	3124230	3316868	3511749	39
22	2748201	2936839	3127423	3320097	3515017	38
23	2751330	2939999	3130617	3323327	3518286	37
24	2754459	2943160	3133811	3326558	3521555	36
25	2757589	2946321	3137006	3329789	3524825	35
26	2760729	2946483	3140201	3333020	3528096	34
27	2763850	2952645	3143397	3336252	3531368	33
28	2766981	2955808	3146594	3339485	3534640	32
29	2770113	2958971	3149791	3342719	3537913	31
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186	30
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186	30
31	2776378	2965299	3156187	3349188	3544460	39
32	2779511	2968464	3159385	3352423	547735	28
33	2782645	2971629	3162585	3355659	3551010	27
34	2785779	2974795	3165785	3358896	3554286	26
35	2788914	2977962	3168986	3362133	3557563	25
36	2792050	2981129	3172187	3365371	3560840	24
37	2795186	2984297	3175389	3368610	3564118	23
38	2798323	2987465	3178591	3371850	3567397	22
39	2801460	2990634	3181794	3375090	3570676	21
40	2804597	2993804	3184998	3378331	3573956	20
41	2807735	2996973	3188202	3381572	3577237	19
42	2810873	3000143	3191407	3384814	3580519	18
43	2814012	3003314	3194613	3388057	3583801	17
44	2817151	3006486	3197819	3391300	3587084	16
45	2820291	3009658	3201026	3394544	3550367	15
46	2823432	3012831	3204233	3397798	3593651	14
47	2826573	3016004	3207441	3401033	3596936	13
48	2829714	3019178	3210649	3404279	3600221	12
49	2832856	3022353	3213858	3407525	3603507	11
50	2835999	3025528	3217067	3410772	3606794	10
51	2839142	3028703	3220277	3414020	3610082	9
52	2842286	3031879	3223488	3417268	3613370	8
53	2845430	3035055	3226699	3420517	3616659	7
54	2848575	3038232	3229911	3423766	3619949	6
55	2851720	3041410	3233124	3427016	3623239	5
56	2854866	3044588	3236337	3430267	3626530	4
57	2858012	3047767	3239551	3433518	3629822	3
58	2861159	3050946	3242766	3436770	3633115	2
59	2864306	3054126	3245981	3440023	3636408	1
60	2867453	3057307	3249197	3443276	3639702	0
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
0	3639702	3838640	4040262	4244748	4452286	60
1	3642997	3841978	4043647	4248182	4455772	59
2	3646293	3845316	4047031	4251617	4459259	58
3	3649589	3848655	4050416	4255052	4462747	57
4	3652886	3851995	4053802	4258488	4466236	56
5	3656183	3855336	4057189	4261925	4469726	55
6	3659481	3858678	4060577	4265363	4473216	54
7	3662780	3862020	4063966	4268801	4476707	53
8	3666079	3865363	4067356	4265363	4480199	52
9	3669379	3860707	4070747	4268801	4483692	51
10	3672680	3872052	4074139	4272240	4487186	50
11	3675982	3875397	4077531	4275680	4490681	49
12	3679284	3878743	4080924	4279121	4494177	48
13	3682587	3882090	4084318	4282563	4497674	47
14	3635891	3885438	4087713	4286006	4501172	46
15	3689195	3888787	4091109	4289450	4504671	45
16	3692500	3892136	4094506	4292895	4508171	44
17	3695806	3895486	4097903	4296340	4511672	43
18	3699113	3898837	4101301	4299786	4515173	42
19	3702420	3902188	4104699	4303233	4518675	41
20	3705728	3905540	4108097	4306681	4522178	40
21	3709037	3908893	4111497	4310130	4525682	39
22	3712347	3912247	4114898	4313580	4529187	38
23	3715657	3915601	4118300	4317031	4532693	37
24	3718968	3918956	4121703	4327387	4536200	36
25	3722279	3922312	4125107	4330841	4539708	35
26	3725591	3925669	4128511	4334296	4543217	34
27	3728904	3929027	4131916	4337752	4546727	33
28	3732218	3932385	4135322	4341209	4550238	32
29	3735533	3935744	4138728	4344666	4553750	31
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264	30
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264	30
31	3742164	3942465	4145544	4351583	4560778	39
32	3745480	3945826	4148953	4355043	4564293	28
33	3748797	3949188	4152363	4358504	4567809	27
34	3752115	3952551	4155773	4361966	4571326	26
35	3755434	3955915	4159184	4365429	4574843	25
36	3758753	3959280	4162596	4368893	4578361	24
37	3762073	3962646	4166009	4372357	4581880	23
38	3765394	3966012	4169423	4375822	4585400	22
39	3768716	3969379	4172838	4379288	4588921	21
40	3772038	3972746	4176255	4382755	4592443	20
41	3775361	3976114	4179672	4386223	4595966	19
42	3778685	3979483	4183090	4389692	4599490	18
43	3782010	3982853	4186509	4393162	4603015	17
44	3785335	3986224	4189928	4396633	4606541	16
45	3788661	3989596	4193348	4400105	4610068	15
46	3791988	3992969	4196769	4403578	4613596	14
47	3795315	3996342	4200191	4407051	4617125	13
48	3798643	3999716	4203613	4410525	4620654	12
49	3801972	4003090	4207036	4414000	4624184	11
50	3805302	4006465	4210460	4417476	4627715	10
51	3808632	4009841	4213885	4420953	4631247	9
52	3811963	4013217	4217311	4424431	4634780	8
53	3815295	4016594	4220738	4427910	4638314	7
54	3818628	4019972	4224165	4431390	4641849	6
55	3821961	4023351	4227593	4434871	4645385	5
56	3825295	4026731	4231022	4438352	4648922	4
57	3828630	4030112	4234452	4441834	4652460	3
58	3831966	4033494	4237883	4445317	4655999	2
59	3835303	4036877	4241315	4448801	4659540	1
60	3838640	4040262	4244748	4452286	4663081	0
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
0	4663081	4877328	5095254	5317094	5543090	60
1	4666623	4880930	5098919	5320826	5546893	59
2	4670166	4884533	5102585	5324559	5550697	58
3	4673710	4888137	5106252	5328293	5554503	57
4	4677255	4891742	5109920	5332028	5558110	56
5	4680801	4895347	5113589	5335765	5562118	55
6	4684348	4898953	5117259	5339503	5565927	54
7	4687896	4902560	5120930	5343242	5569738	53
8	4691444	4906168	5124602	5346982	5573550	52
9	4694993	4909777	5128275	5350723	5577363	51
10	4698543	4913387	5131949	5354465	5581177	50
11	4702094	4916998	5135625	5358209	5584993	49
12	4705646	4920610	5139302	5361954	5588810	48
13	4709199	4924223	5142980	5365700	5592628	47
14	4712753	4927838	5146659	5369447	5596447	46
15	4716308	4931454	5150339	5373195	5600268	45
16	4719864	4935071	5154020	5376944	5604090	44
17	4723422	4938689	5157702	5380694	5607913	43
18	4726981	4942308	5161385	5384445	5611737	42
19	4730541	4945928	5165069	5388198	5615562	41
20	4734102	4949549	5168755	5391952	5619388	40
21	4737664	4953171	5172442	5395707	5623216	39
22	4741227	4956704	5176130	5399463	5627045	38
23	4744790	4960418	5179819	5403221	5630875	37
24	4748354	4964043	5183509	5406980	5634707	36
25	4751919	4967669	5187200	5410740	5638540	35
26	4755485	4971296	5190892	5414501	5642374	34
27	4759052	4974924	5194585	5418263	5646210	33
28	4762620	4978553	5198279	5422026	5650047	32
29	4766189	4982184	5201974	5425791	5653885	31
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725	30
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.	25	26	27	28	29	Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725	30
31	4773330	4989448	5209368	5433324	5661566	29
32	4776902	4993081	5213067	5437092	5665408	28
33	4780475	4996716	5216767	5440861	5669251	27
34	4784049	5000352	5220468	5444632	5673096	26
35	4787624	5003989	5224170	5448404	5676942	25
36	4791203	5007627	5227873	5452177	5680789	24
37	4794777	5011266	5231577	5455951	5684637	23
38	4798355	5014906	5235283	5459726	5688486	22
39	4801934	5018547	5238990	5463503	5692337	21
40	4805515	5022189	5242698	5467281	5696189	20
41	4809096	5025832	5246407	5471060	5700043	19
42	4812678	5029476	5250117	5474840	5703898	18
43	4816261	5033121	5253828	5478621	5707754	17
44	4819845	5036767	5257540	5482404	5711611	16
45	4823430	5040414	5261254	5486188	5715469	15
46	4827016	5044062	5264569	5489973	5719329	14
47	4830603	5047712	5268685	5493759	5723190	13
48	4834191	5051363	5272402	5497546	5727052	12
49	4837780	5055015	5276120	5501335	5730916	11
50	4841371	5058668	5279839	5505125	5734781	10
51	4844562	5062322	5283959	5508916	5738647	9
52	4848554	5065977	5287280	5512708	5742515	8
53	4852147	5069633	5291003	5516501	5746384	7
54	4855741	5073290	5294727	5520296	5750254	6
55	4859336	5076948	5298452	5524092	5754125	5
56	4862932	5080607	5302178	5527889	5757998	4
57	4866529	5084267	5305905	5531687	5761872	3
58	4870127	5087928	5309633	5535487	5765747	2
59	4873727	5091590	5313363	5539288	5769624	1
60	4877328	5095254	5317094	5543090	5773502	0
	64	63	62	61	60	

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
0	5773502	6008606	6248693	6494076	6745085	60
1	5777381	6012566	6252738	6498212	6749318	59
2	5781262	6016528	6256785	6502350	6753553	58
3	5785144	6020491	6260834	6506489	6757789	57
4	5789027	6024455	6264884	6510630	6762027	56
5	5792911	6028420	6268935	6514773	6766267	55
6	5796797	6032387	6272988	6518917	6770508	54
7	5800684	6036355	6277042	6523063	6774751	53
8	5804572	6040324	6281098	6527200	6778996	52
9	5808462	6044295	6285155	6531359	6783243	51
10	5812353	6048267	6289214	6535510	6787491	50
11	5816245	6052241	6293274	6539662	6791741	49
12	5820139	6056216	6297336	6543816	6795993	48
13	5824034	6060193	6301399	6547971	6800246	47
14	5827930	6064171	6305464	6552128	6804501	46
15	5831828	6068150	6309530	6556287	6808758	45
16	5835727	6072131	6313598	6560447	6813016	44
17	5839627	6076113	6317667	6564609	6217276	43
18	5843528	6080096	6321738	6568772	6821538	42
19	5847431	6084081	6325810	6572937	6825801	41
20	5851335	6088067	6329883	6577103	6830066	40
21	5855241	6092055	6333958	6581271	6834333	39
22	5859148	6096044	6338034	6585440	6838602	38
23	5863056	6100035	6342112	6589611	6842872	37
24	5866966	6104027	6346191	6593784	6847144	36
25	5870877	6108020	6350272	6597958	6851417	35
26	5874489	6112015	6354355	6602134	6855692	34
27	5878702	6116011	6358439	6606312	6859969	33
28	5882617	6120009	6362525	6610491	6864247	32
29	5886533	6124008	6366613	6614672	6868527	31
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809	30
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809	30
31	5894369	6132010	6374792	6623039	6877093	29
32	5898289	6136013	6378884	6627225	6881379	28
33	5902211	6140018	6382977	6631413	6885666	27
34	5906134	6144024	6387072	6635603	6889955	26
35	5910058	6148032	6391169	6639792	6894246	25
36	5913984	6152041	6595267	6643984	6898539	24
37	5917911	6156052	6399366	6648178	6902833	23
38	5921839	6160064	6403467	6952373	6907129	22
39	5925769	6164077	6407569	6656570	6911426	21
40	5929700	6168092	6411673	6660768	6915725	20
41	5933633	6172108	6415779	6664968	6920026	19
42	5937567	6176126	6419886	6669170	6924329	18
43	5941502	6180147	6423995	6673373	6928634	17
44	5945438	6184168	6428105	6677578	6932940	16
45	5949376	6188190	6432216	6681785	6937248	15
46	5955315	6192213	6436329	6685994	6941558	14
47	5957255	6196237	6440444	6690204	6945869	13
48	5961197	6200263	6444560	6694416	6950182	12
49	5965140	6204290	6458678	6698630	6954497	11
50	5969084	6208319	6452798	6702845	6958813	10
51	5973030	6212350	6456919	6707062	6963131	9
52	5976776	6216382	6461042	6711281	6967451	8
53	5980926	6220416	6465166	6715501	6971773	7
54	5984876	6224451	6469292	6719723	6976097	6
55	5988827	6228488	6473419	6723946	6980423	5
56	5992780	6232526	6477548	6728171	6984750	4
57	5996734	6246566	6481678	6732397	6989079	3
58	6000690	6240607	6485809	6736625	6993409	2
59	6004647	6244649	6489942	6740854	6997741	1
60	6008606	6248693	6494076	6745085	7002075	0
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
0	7002075	7265424	7535541	7812856	8097840	60
1	7006411	7269869	7540103	7817542	8102658	59
2	7010749	7274316	7544667	7822230	8107478	58
3	7015088	7278765	7549233	7826920	8112300	57
4	7019429	7283216	7553801	7831612	8117124	56
5	7023772	7287669	7558371	7836306	8121951	55
6	7028117	7292124	7562943	7841002	8126780	54
7	7032463	7296581	7567517	7845700	8131611	53
8	7036811	7301040	7572093	7850400	8136444	52
9	7041161	7305501	7576670	7855102	8141280	51
10	7045513	7309963	7581249	7859807	8146118	50
11	7049867	7314427	7585830	7864514	8150958	49
12	7054223	7318893	7590413	7869223	8155801	48
13	7058581	7323361	7594999	7873934	8160646	47
14	7062940	7327831	7599587	7878647	8165493	46
15	7067301	7332303	7604177	7883363	8170343	45
16	7071664	7336777	7608769	7888081	8175195	44
17	7076029	7341253	7613363	7892801	8180049	43
18	7070395	7345731	7617959	7897523	8184905	42
19	7084763	7350210	7622557	7902247	8189764	41
20	7089133	7354691	7627157	7906973	8194625	40
21	7093505	7359174	7631759	7911702	8199488	39
22	7097879	7363659	7636363	7916433	8204354	38
23	7102254	7368146	7640969	7921166	8209222	37
24	7106631	7372635	7645577	7925901	8214092	36
25	7111010	7377126	7650187	7930638	8218965	35
26	7115391	7381619	7654799	7935378	8223840	34
27	7119773	7386114	7659413	7940120	8228717	33
28	7124167	7390613	7664030	7944864	8233597	32
29	7128543	7395110	7668649	7949610	8238479	31
30	7132931	7399610	7663270	7954358	8243363	30
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
30	7132931	7399610	7673270	7954358	8243363	30
31	7137321	7404112	7677893	7959109	8248250	29
32	7141713	7408616	7682518	7963862	8253139	28
33	7146106	7413122	7687145	7968617	8258031	27
34	7150501	7417630	7691774	7973374	8262925	26
35	7154898	7422140	7696405	7978133	8267821	25
36	7159297	7426652	7701038	7982895	8272720	24
37	7163698	7431167	7705673	7987659	8277621	23
38	7168100	7435684	7710310	7992425	8282524	22
39	7172504	7440203	7714949	7997193	8287429	21
40	7176910	7444724	7719590	8001963	8292337	20
41	7181318	7449246	7724233	8006736	8297247	19
42	7185728	7453770	7728878	8011511	8302160	18
43	7190140	7458296	7733525	8016288	8307075	17
44	7194554	7462824	7738175	8021067	8311992	16
45	7198970	7476354	7742827	8025849	8316912	15
46	7203387	7471886	7747481	8030633	8321834	14
47	7207806	7476420	7752137	8035419	8326759	13
48	7212227	7480956	7756795	8040207	8331686	12
49	7216650	7485494	7761455	8044997	8336615	11
50	7221075	7490033	7766117	8049790	8341547	10
51	7225502	7494574	7770781	8054585	8346481	9
52	7229931	7499117	7775447	8059382	8351418	8
53	7234362	7503663	7780116	8064181	8356357	7
54	7238794	7508211	7784787	8068983	8361298	6
55	7243228	7512761	7789460	8073787	8366242	5
56	7247664	7517313	7794135	8078593	8371188	4
57	7252102	7521867	7798812	8083401	8376136	3
58	7256541	7526423	7803491	8088212	8381087	2
59	7260982	7530981	7808172	8093025	8386040	1
60	7265424	7535541	7812856	8097840	8390996	0
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
0	8390996	8692867	9004040	9325151	9656888	60
1	8395954	8697975	9009308	9330591	9662511	59
2	8400915	8703085	9014579	9336034	9668137	58
3	8405878	8708198	9019853	9341480	9673766	57
4	8410844	8713344	9025130	9346929	9679398	56
5	8415812	8718433	9030410	9352381	9685034	55
6	8420782	8723555	9035693	9357835	9690674	54
7	8425754	8728679	9040978	9363292	9696315	53
8	8430729	8733806	9046266	9368752	9701960	52
9	8435706	8738935	9051557	9374215	9707609	51
10	8440686	8744067	9056850	9379682	9713261	50
11	8445668	8749201	9062146	9385152	9718916	49
12	8450653	8754338	9067445	9390625	9724574	48
13	8455640	8759478	9072747	9396101	9730235	47
14	8460630	8764620	9078052	9401580	9735900	46
15	8465622	8769764	9083360	9407062	9741568	45
16	8470617	8774911	9088670	9412547	9747239	44
17	8475614	8780061	9093983	9418034	9752913	43
18	8480614	8785214	9099299	9423524	9758591	42
19	8485617	8790369	9104618	9429017	9764272	41
20	8490622	8795527	9109940	9434513	9769956	40
21	8495629	8800688	9115265	9440012	9775643	39
22	8500639	8805851	9120593	9445514	9781334	38
23	8505651	8811017	9125923	9451019	9787028	37
24	8510666	8816186	9131256	9456528	9792725	36
25	8515683	8821357	9136592	9462040	9798425	35
26	8520703	8826531	9141930	9467555	9804128	34
27	8525725	8831708	9147271	9473073	9809835	33
28	8530750	8836887	9152615	9478594	9815545	32
29	8535777	8842069	9157962	9484118	9821258	31
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974	30
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974	30
31	8545838	8852440	9168665	9495175	9832694	29
32	8550872	8857630	9174021	9400708	9838417	28
33	8555909	8862822	9179380	9506244	9844143	27
34	8560949	8868017	9184741	9511783	9849872	26
35	8565991	8873015	9190105	9517325	9855605	25
36	8571036	8878415	9195472	9522870	9861341	24
37	8576083	8883628	9200842	9528419	9867180	23
38	8581133	8888824	9206215	9533971	9872922	22
39	8586185	8899033	9211590	9539526	9878668	21
40	8591239	8899244	9216968	9545084	9884317	20
41	8596296	8904458	9222349	9550645	9890070	19
42	8601355	8909675	9227733	9556209	9895826	18
43	8606417	8914894	9233120	9561776	9901585	17
44	8611482	8920116	9238510	9567346	9907347	16
45	8616549	8925341	9243903	9572919	9913113	15
46	8621619	8930568	9249299	9578495	9918882	14
47	8626692	8935798	9254698	9584074	9924654	13
48	8631767	8941031	9260100	9589656	9930430	12
49	8636845	8946267	9265505	9595241	9936209	11
50	8641926	8951506	9270913	9600830	9941991	10
51	8647009	8956747	9276324	9606422	9947777	9
52	8652095	8961991	9281738	9612017	9953566	8
53	8657183	8967238	9287155	9617615	9959359	7
54	8662273	8972487	9292574	9623216	9965155	6
55	8667366	8977739	9297996	9628820	9970954	5
56	8672461	8982994	9303421	9634427	9976756	4
57	8677559	8988252	9308849	9640037	9982562	3
58	8682659	8993512	9314280	9645651	9988371	2
59	8687762	8998775	9319714	9651268	9994184	1
60	8692867	9004040	9325151	9656888	10000000	0
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	45	46	47	48	
0	10000000	10355302	10723686	11106124	60
1	10005820	10361332	10729942	11112623	59
2	10011643	10367365	10736202	11119126	58
3	10017469	10373402	10742466	11125634	57
4	10023299	10379443	10748734	11132146	56
5	10029132	10385487	10755006	11138662	55
6	10034968	10391535	10761282	11145182	54
7	10040808	10397587	10767562	11151706	53
8	10046651	10403643	10773845	11158235	52
9	10052497	10409702	10780132	11164768	51
10	10058347	10415765	10786423	11171305	50
11	10064201	10421832	10792718	11177846	49
12	10070058	10427902	10799017	11184392	48
13	10075918	10433976	10805320	11190942	47
14	10081782	10340054	10811627	11197496	46
15	10087647	10446135	10817938	11204054	45
16	10093520	10452220	10824253	11210617	44
17	10099394	10458309	10830572	11217184	43
18	10105272	10464401	10836895	11223755	42
19	10111153	10470497	10843222	11230330	41
20	10117038	10476597	10849554	11236910	40
21	10122926	10482701	10855889	11243494	39
22	10128818	10488808	10862228	11250082	38
23	10134713	10494919	10868571	11256675	37
24	10140611	10501034	10874918	11263272	36
25	10146513	10507153	10881269	11269873	35
26	10152418	10513275	10887624	11276478	34
27	10158327	10519401	10893983	11283088	33
28	10164239	10525531	10900346	11289702	32
29	10170154	10531664	10906713	11296321	31
30	10176073	10537801	10913084	11302944	30
	44	43	42	41	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	45	46	47	48	
30	10176073	10537801	10913084	11302944	30
31	10181996	10543942	10919459	11309571	39
32	10187922	10550087	10925838	11316203	28
33	10193852	10556235	10932221	11322899	27
34	10199785	10562387	10938608	11329480	26
35	10205722	10568543	10945000	11336125	25
36	10211663	10574703	10951396	11342774	24
37	10217607	10580867	10957796	11349428	23
38	10223555	10587034	10964200	11356086	22
39	10229506	10593205	10970608	11362748	21
40	10235460	10599280	10977020	11369415	20
41	10241418	10605559	10983436	11376086	19
42	10247380	10611742	10989856	11382762	18
43	10253345	10617929	10996280	11389442	17
44	10259314	10624119	11002708	11396126	16
45	10265286	10630313	11009140	11402815	15
46	10271262	10636511	11015577	11409508	14
47	10277242	10642713	11022028	11416206	13
48	10283225	10648919	11028463	11422908	12
49	10289212	10655128	11034912	11429615	11
50	10295202	10661341	11041365	11436326	10
51	10301196	10667558	11047822	11443042	9
52	10307193	10673779	11054283	11449762	8
53	10313194	10680004	11060748	11456487	7
54	10319199	10686233	11067218	11463216	6
55	10325207	10692466	11073692	11469950	5
56	10331219	10698702	11080170	11476688	4
57	10337234	10704942	11086652	11483431	3
58	10343253	10711186	11093138	11490178	2
59	10349276	10717434	11099629	11496929	1
60	10355302	10723686	11106124	11503684	0
	44	43	42	41	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	49	50	51	52	
0	11503684	11917537	12348972	12799416	60
1	11510444	11924580	12356320	12807093	59
2	11517208	11931628	12363673	12814776	58
3	11523977	11938680	12371031	12822465	57
4	11530751	11945737	12378394	12830159	56
5	11537529	11952799	12385762	12837859	55
6	11544312	11959866	12393136	12845565	54
7	11551100	11966938	12400515	12853277	53
8	11557893	11974015	12407999	12860994	52
9	11564691	11981097	12415288	12868717	51
10	11571494	11988183	12422683	12876445	50
11	11578301	11995274	12430083	12884179	49
12	11585112	12002370	12437489	12891919	48
13	11591928	12009471	12444900	12899665	47
14	11598748	12016578	12452317	12907417	46
15	11605572	12023690	12459739	12915175	45
16	11612401	12030807	12467167	12922939	44
17	11619234	12037929	12474600	12930709	43
18	11626072	12045056	12482039	12938485	42
19	11632915	12052188	12489484	12946267	41
20	11639763	12059325	12496934	12954055	40
21	11646615	12066467	12504389	12961848	39
22	11653472	12073614	12511850	12969647	38
23	11660334	12080766	12519316	12977457	37
24	11667200	12087923	12526787	12985263	36
25	11674071	12095085	12534264	12993080	35
26	11680947	12102252	12541746	13000903	34
27	11687827	12109424	12549233	13008732	33
28	11694712	12116601	12556725	13016567	32
29	11701602	12123783	12564222	13024407	31
30	11708497	12130970	12571724	13032253	30
	40	39	38	37	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	49	50	51	52	
30	11708497	12130970	12571724	13032253	30
31	11715396	12138162	12579232	13040105	39
32	11722300	12145359	12586746	13047963	28
33	11729208	12152561	12594265	13055827	27
34	11736121	12159768	12601790	13063697	26
35	11743039	12166981	12609321	13071573	25
36	11749962	12174199	12616858	13079455	24
37	11756989	12181422	12624400	13087343	23
38	11763821	12188650	12631948	13095237	22
39	11770758	12195883	12639501	13103138	21
40	11777700	12203121	12647060	13111045	20
41	11784646	12210364	12654624	13118958	19
42	11791597	12217613	12662194	13126877	18
43	11798553	12224867	12669769	13134802	17
44	11805514	12232126	12677350	13142732	16
45	11812479	12239390	12684937	13150668	15
46	11819449	12246659	12692530	13158610	14
47	11826424	12253933	12700128	13166558	13
48	11833404	12261212	12707732	13174512	12
49	11840388	12268496	12715341	13182472	11
50	11847377	12275786	12722956	13190438	10
51	11854371	12283081	12730577	13198411	9
52	11861370	12290381	12738203	13206390	8
53	11868374	12297687	12745835	13214375	7
54	11875383	12304998	12753473	13222367	6
55	11882397	12312314	12761116	13230365	5
56	11889417	12319635	12768765	13238369	4
57	11896438	12326961	12776420	13246379	3
58	11903466	12334293	12784080	13254396	2
59	11910499	12341630	12791745	13262419	1
60	11917537	12348972	12799416	13270448	0
	40	39	38	37	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	53	54	55	56	
0	13270448	13763820	14281480	14825610	60
1	13278483	13772243	14290325	14834916	59
2	13286524	13780673	14299177	14844230	58
3	13294571	13789109	14308037	14853553	57
4	13302624	13797552	14316905	14862884	56
5	13310683	13806002	14325780	14872223	55
6	13318749	13814459	14334662	14881570	54
7	13326821	13822922	14343552	14890925	53
8	13334899	13831392	14352451	14909288	52
9	13342984	13839869	14361354	14909659	51
10	13351075	13848352	14370266	14919038	50
11	13359172	13856842	14379186	14928426	49
12	13367276	13865339	14388113	14937822	48
13	13375386	13873843	14397048	14947226	47
14	13383502	13882354	14405990	14956638	46
15	13391624	13890872	14414939	14966058	45
16	13399753	13899397	14423896	14975486	44
17	13407888	13907930	14432861	14984923	43
18	13416029	13916470	14441833	14994368	42
19	13424177	13925017	14450812	15003821	41
20	13432331	13933571	14459799	15013283	40
21	13440492	13942131	14468794	15022753	39
22	13448659	13950698	14477797	15032231	38
23	13456832	13959272	14486807	15041717	37
24	13465011	13967853	14495825	15051211	36
25	13473197	13976441	14504850	15060714	35
26	13481390	13985035	14513883	15070225	34
27	13489589	13993636	14522924	15079744	33
28	13497794	14002244	14531972	15089271	32
29	13506006	14010859	14541028	15078807	31
30	13514224	14019481	14550091	15108351	30
	36	35	34	33	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis,

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	53	54	55	56	
30	13514224	14019481	14550091	15108351	30
31	13522449	14028110	14559162	15117903	39
32	13530680	14036746	14568241	15127464	28
33	13538918	14045389	14577327	15137034	27
34	13547162	14054040	14586421	15146612	26
35	13555413	14062698	14595523	15156199	25
36	13563670	14071363	14604633	15165794	24
37	13571834	14080035	14613750	15175398	23
38	13580104	14088715	14622875	15185011	22
39	13588381	14097402	14632007	15194632	21
40	13596764	14106097	14641146	15204261	20
41	13605054	14114798	14650293	15213899	19
42	13613350	14123506	14659449	15223545	18
43	13621653	14132221	14668613	15233200	17
44	13629963	14140923	14677785	15242863	16
45	13638279	14149672	14686965	15252535	15
46	13646602	14158409	14696153	15262216	14
47	13654932	14167153	14705349	15271905	13
48	13663268	14175904	14714553	15281603	12
49	13671610	14184663	14723765	15291309	11
50	13679959	14193429	14732985	15301024	10
51	13688315	14202202	14742212	15310748	9
52	13696677	14210982	14751447	15320481	8
53	13705046	14219769	14760690	15330222	7
54	13713422	14228563	14769941	15339972	6
55	13721805	14237365	14779200	15349730	5
56	13730194	14246174	14788466	15359497	4
57	13738590	14254990	14797740	15369273	3
58	13746993	14263813	14807022	15379057	2
59	13755403	14272643	14816312	15388850	1
60	13763820	14281480	14825610	15398651	0
	36	35	34	33	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	57	58	59	60	
0	15398651	16003347	16642794	17320508	60
1	15408461	16013710	16653766	17332150	59
2	15418280	16024083	16664749	17343804	58
3	15428108	16034466	16675742	17355469	57
4	15437945	16044859	16686746	17367146	56
5	15447791	16055261	16697760	17378834	55
6	15457646	16065673	16708785	17390534	54
7	15467510	16076095	16719820	17402246	53
8	15477382	16086527	16730866	17413969	52
9	15487263	16096968	16741922	17425704	51
10	15497153	16107419	16752989	17437451	50
11	15507052	16117880	16764067	17449210	49
12	15516960	16128351	16775156	17460981	48
13	15526877	16138832	16786256	17472764	47
14	15536803	16149322	16797367	17484559	46
15	15546738	16159822	16808489	17496366	45
16	15556682	16170332	16819621	17508185	44
17	15566636	16180852	16830764	17520026	43
18	15576599	16191381	16841918	17531869	42
19	15586571	16201920	16853083	17543724	41
20	15596552	16212469	16864259	17555591	40
21	15606542	16223028	16875446	17567470	39
22	15616541	16233597	16886644	17579362	38
23	15626549	16244176	16897853	17591266	37
24	15636566	16254766	16909074	17603182	36
25	15646592	16265366	16920306	17615111	35
26	15656627	16275976	16931549	17627052	34
27	15666671	16286596	16942803	17639006	33
28	15676724	16297226	16954068	17650972	32
29	15686786	16307866	16965344	17662951	31
30	15696857	16318516	16976631	17674941	30
	32	31	30	29	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	57	58	59	60	
30	15696857	16318516	16976631	17674942	30
31	15706938	16329176	16987929	17686945	39
32	15717028	16339847	16999239	17698960	28
33	15727127	16350528	17010560	17710987	27
34	15737235	16361219	17021892	17723027	26
35	15747353	16371920	17033236	17735079	25
36	15757480	16382631	17044591	17747143	24
37	15767616	16393352	17055957	17759220	23
38	15777761	16404083	17067325	17771309	22
39	15787915	16414824	17078714	17783410	21
40	15798078	16425575	17090115	17795524	20
41	15808251	16436337	17101527	17808651	19
42	15818433	16447109	17112950	17819790	18
43	15828625	16457892	17124384	17831942	17
44	15838827	16468685	17135829	17844107	16
45	15849038	16479488	17147285	17856285	15
46	15859259	16490302	17158752	17868475	14
47	15869489	16501126	17170231	17880678	13
48	15879729	16511960	17181721	17892894	12
49	15889979	16522805	17193222	17905123	11
50	15900238	16533660	17204734	17917364	10
51	15910507	16544526	17216258	17929618	9
52	15920785	16555402	17227794	17941885	8
53	15931073	16566289	17239342	17954164	7
54	15941370	16577186	17250902	17966456	6
55	15951676	16588094	17262473	17978761	5
56	15961992	16599013	17274056	17991079	4
57	15972317	16609942	17285651	18003410	3
58	15982651	16620882	17297258	18015753	2
59	15992994	16631833	17308877	18028109	1
60	16003347	16642794	17320508	18040478	0
	32	31	30	29	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	61	62	63	64	
0	18040478	18807265	19626104	20503034	60
1	18052860	18820471	19640225	20518180	59
2	18065255	18833691	19654362	20533344	58
3	18077663	18846925	19668516	20548526	57
4	18090084	18860174	19682686	20563726	56
5	18102518	18873437	19696872	20578945	55
6	18114966	18886715	19711074	20594182	54
7	18127427	18900007	19725293	20609437	53
8	18139901	18913314	19739528	20624711	52
9	18152388	18926636	19753780	20640003	51
10	18164889	18939972	19768048	20655313	50
11	18177403	18953327	19782333	20670643	49
12	18189930	18966689	19796634	20685989	48
13	18202470	18980070	19810951	20701355	47
14	18215024	18993466	19825285	20716739	46
15	18227591	19006876	19839635	20732142	45
16	18240172	19020301	19854002	20747564	44
17	18252765	19033741	19868386	20763004	43
18	18265372	19047196	19882786	20778463	42
19	18277992	19060665	19897203	20793941	41
20	18290626	19074149	19911637	20809438	40
21	18303273	19087648	19926088	20824953	39
22	18315934	19101162	19940555	20840487	38
23	18328608	19114691	19955039	20856040	37
24	18341296	19128235	19669540	20871612	36
25	18353997	19142795	19984057	20887202	35
26	18366712	19155370	19998591	20902811	34
27	18379440	19168960	20013142	20918439	33
28	18392182	19182565	20027709	20934086	32
29	18404938	19196185	20042297	20949752	31
30	18417707	19209821	20056898	20965436	30
	28	27	26	25	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	61	62	63	64	
30	18417707	19209821	20056898	20965436	30
31	18430490	19223472	20071516	20981140	29
32	18443287	19237138	20086152	20996863	28
33	18456098	19250819	20100805	21012605	27
34	18468922	19264516	20115475	21028367	26
35	18481760	19278228	20130163	21044148	25
36	18494612	19291955	20144868	21059949	24
37	18507478	19305698	20159590	21075769	23
38	18520357	19319456	20174329	21091609	22
39	18533250	19333230	20189086	21107468	21
40	18546157	19347019	20203860	21123347	20
41	18559078	19360824	20218651	21139246	19
42	18572013	19374644	20233460	21155164	18
43	18584962	19388480	20248286	21171102	17
44	18597925	19402331	20263130	21187059	16
45	18610902	19416198	20277991	21203036	15
46	18623894	19430081	20292870	21219032	14
47	18636900	19443980	20307767	21235048	13
48	18649920	19457894	20322681	21251083	12
49	18662954	19471824	20337613	21267138	11
50	18676002	19485770	20352563	21283213	10
51	18689064	19499732	20367531	21299308	9
52	18702140	19513710	20382516	21315423	8
53	18715231	19527704	20397519	21331558	7
54	18728335	19541714	20412539	21347713	6
55	18741454	19555739	20427577	21363888	5
56	18754587	19569780	20442633	21380083	4
57	18767735	19583837	20457706	21396298	3
58	18780897	19597910	20472797	21412534	2
59	18794074	19611999	20487906	21428790	1
60	18807265	19626104	20503034	21445067	0
	28	27	26	25	

Minuta Graduū Quadrãtis pro tangentibus complemẽtorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65	66	67	68	
0	21445067	22460371	23558529	24750869	60
1	21461364	22477965	23577595	24771613	59
2	21477681	22495582	23596687	24792387	58
3	21494019	22513222	23615805	24813191	57
4	21510377	22530885	23634950	24834024	56
5	21526756	22548571	23654121	24854887	55
6	21543155	22566281	23673318	24875780	54
7	21559575	22584014	23692542	24896704	53
8	21576015	22601771	23711793	24917659	52
9	21592475	22619551	23731071	24938644	51
10	21608956	22637355	23750375	24959659	50
11	21625458	22655183	23769706	24980705	49
12	21641981	22673034	23789064	25001782	48
13	21658525	22690909	23808448	25022890	47
14	21675090	22708808	23827859	25044029	46
15	21691676	22726730	23847297	25065198	45
16	21708283	22744676	23866762	25086398	44
17	21724911	22762646	23886254	25107629	43
18	21741559	22780639	23905773	25128991	42
19	21758228	22798656	23925320	25150183	41
20	21774918	22816696	23944895	25171506	40
21	21791629	22834760	23964496	25192861	39
22	21808362	22852848	23984124	25214248	38
23	21825116	22870960	24003779	25235666	37
24	21841892	22889096	24023462	25257116	36
25	21858689	22907256	24043172	25278597	35
26	21875508	22925441	24062910	25300110	34
27	21892348	22943650	24082675	25321655	33
28	21909210	22961883	24102468	25343232	32
29	21926094	22980141	24122289	25364841	31
30	21943000	22998424	24142137	25386482	30
	24	23	22	21	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangētibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65	66	67	68	
30	21943000	22998424	24142137	25386482	30
31	21959926	23016731	24162013	25408154	29
32	21976874	23035062	24181917	25429858	28
33	21993843	23053418	24201849	25451594	27
34	22010834	23071798	24221809	25473362	26
35	22027846	23090203	24241798	25495162	25
36	22044879	23108632	24261815	25516995	24
37	22061934	23127086	24281860	25538860	23
38	22079011	23145565	24301934	25560758	22
39	22096109	23164068	24322037	25582688	21
40	22113229	23182597	24342169	25604651	20
41	22130372	23201151	24362329	25626647	19
42	22147537	23219730	24382518	25648675	18
43	22164725	23238335	24402735	25670736	17
44	22181935	23256965	24422981	25692830	16
45	22199168	23275621	24443256	25714957	15
46	22216424	23294302	24463559	25737118	14
47	22233703	23313008	24483891	25759312	13
48	22251004	23331740	24504252	25781540	12
49	22268328	23350498	24524642	25803801	11
50	22285675	23369282	24545061	25826096	10
51	22303044	23388092	24565509	25848424	9
52	22320435	23406927	24585986	25870786	8
53	22337848	23425788	24606492	25893181	7
54	22355284	23444674	24627028	25915610	6
55	22372742	23463586	24647594	25938073	5
56	22390223	23482523	24668189	25560569	4
57	22407726	23501486	24688814	25983099	3
58	22425252	23520475	24709469	26005663	2
59	22442800	23539489	24730154	26028261	1
60	22460371	23558529	24750869	26050893	0
	24	23	22	21	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	69	70	71	72	
0	26050893	27474777	29042105	30776834	60
1	26073559	27499665	29069569	30807323	59
2	26096260	27524592	29097080	30837866	58
3	26118996	27549559	29124638	30868465	57
4	26141766	27574565	29152243	30899119	56
5	26164571	27599612	29179895	30929828	55
6	26187411	27624699	29207555	30960593	54
7	26210286	27649827	29235345	30991413	53
8	26233196	27674995	29263139	31022289	52
9	26256141	27700204	29290382	31053221	51
10	26279120	27725453	29318873	31084208	50
11	26302135	27750742	29346811	31115252	49
12	26325185	27776072	29374797	31146352	48
13	26348270	27801443	29402831	31177508	47
14	26371390	27826855	29430913	31208720	46
15	26394546	27852308	29459043	31239989	45
16	26417738	27877803	29487221	31271315	44
17	26440966	27903339	29515446	31302698	43
18	26464229	27928917	29543719	31334138	42
19	26487528	27954536	29572041	31365636	41
20	26510863	27980196	29600411	31397191	40
21	26534234	28005898	29628831	31428805	39
22	26557641	28031642	29657301	31460476	38
23	26581084	28057429	29685820	31492205	37
24	26604563	28083258	29714388	31523992	36
25	26628079	28109129	29743006	31555838	35
26	26651631	28135043	29771674	31587742	34
27	26675220	28160999	29800392	31619705	33
28	26698845	28186998	29829160	31651727	32
29	26722507	28213040	29857978	3168380[illegible]	31
30	26746206	28239125	29886847	31715936	30
	20	19	18	17	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangētibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	69	70	71	72	
30	26746206	28239125	29886847	31715946	30
31	26769942	28265253	29915765	31748144	39
32	26793716	28291424	29944734	31780401	28
33	26816527	28317638	29973753	31812717	27
34	26841375	28343895	30002823	31845093	26
35	26865260	28379195	30031943	31877528	25
36	26889183	28396539	30061113	31910024	24
37	26913143	28422926	30090334	31942580	23
38	26937141	28449357	30119605	31975197	22
39	26961177	28475832	30148927	32007875	21
40	26985251	28502350	30178299	32040613	20
41	27009362	28528913	30207723	32073413	19
42	27033511	28555520	30237200	32106275	18
43	27057698	28582172	30266730	32139200	17
44	27081922	28608868	30296312	32172187	16
45	27106184	28635608	30325947	32205237	15
46	27130484	28662393	30355635	32238349	14
47	27154823	28689222	30385375	32271524	13
48	27179200	28716096	30415169	32304762	12
49	27203616	28743015	30445015	32338064	11
50	27228070	28769979	30474915	32371430	10
51	27252563	28796987	30504867	32404858	9
52	27277095	28824040	30534872	32438348	8
53	27301667	28851139	30564930	32471901	7
54	27326278	28878283	30595041	32505517	6
55	27350929	28905472	30625205	32539196	5
56	27375620	28932707	30655423	32572937	4
57	27400350	28959988	30685695	32606741	3
58	27425120	28987315	30716020	32640907	2
59	27449929	29014687	30746400	32674536	1
60	27474777	29042105	30776834	32708528	0
	20	19	18	17	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	73	74	75	76	
0	32708528	34874251	37320517	40107808	60
1	32745286	34912477	37363987	40157369	59
2	32776709	34950881	37407551	40207446	58
3	32810898	34989364	37451210	40257440	57
4	32845153	35027925	37494964	40307552	56
5	32879747	35066565	37538814	40357781	55
6	32913862	35105283	37582760	40408129	54
7	32948317	35144080	37626803	40458596	53
8	32982839	35182956	37670943	40509183	52
9	33017427	35221911	37715180	40559890	51
10	33052082	35260945	37759515	40610718	50
11	33086802	35300059	37803948	40661665	49
12	33121588	35339253	37848479	40712731	48
13	33156441	35378528	37893109	40763917	47
14	33191362	35417883	37937838	40815224	46
15	33226351	35457320	37982666	40866652	45
16	33261408	35496838	38027592	40918201	44
17	33296534	35536438	38072616	40969871	43
18	33331728	35576121	38117740	41021663	42
19	33366990	35615888	38162963	41073577	41
20	33402321	35655739	38208285	41125614	40
21	33437720	35695672	38253708	41177775	39
22	33473188	35735689	38299232	41230062	38
23	33508725	35775789	38344857	41282475	37
24	33544330	35815973	38390584	41335015	36
25	33580005	35856241	38436414	41387683	35
26	33615750	35896593	38482347	41440480	34
27	33651566	35937029	38528384	41493407	33
28	33687453	35977550	38574525	41546464	32
29	33723410	36018156	38620772	41599653	31
30	33759438	36058848	38667125	41652974	30
	16	15	14	13	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ euſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Min.	73	74	75	76	Min.
30	33759438	36058848	38667125	41652974	30
31	33795555	36099623	38713580	41706424	39
32	33831703	36140483	38760139	41760003	28
33	33867942	36181427	38806801	41813712	27
34	33904252	36222456	38853567	41867550	26
35	33940634	36263570	38900438	41921518	25
36	33977088	36304771	38947416	41975617	24
37	34013615	36346060	38994501	42029848	23
38	34050215	36387437	39041695	42084211	22
39	34086888	36428903	39088998	42138706	21
40	34123634	36470459	39136409	42193334	20
41	34160453	36512103	39183929	42248096	19
42	34197345	36553836	39231557	42302993	18
43	34234310	36595659	39279294	42358025	17
44	34271348	36637572	39327139	42413193	16
45	34308459	36679574	39375094	42468497	15
46	34345644	36721666	39423158	42523937	14
47	34382903	36763849	39471331	42579514	13
48	34420237	36806121	39519614	42635228	12
49	34457647	36848483	39568006	42691080	11
50	34495132	36890936	39616509	42747070	10
51	34532692	36933479	39665124	42803199	9
52	34570327	36976114	39713852	42859468	8
53	34608038	37018840	39762695	42915878	7
54	34645824	37061659	39811654	42972429	6
55	34683686	37104570	39860729	43029122	5
56	34721625	37147574	39909917	43085958	4
57	34759964	37190670	39959218	43142937	3
58	34797733	37233859	40008633	43200060	2
59	34835903	37277141	40058103	43257328	1
60	34874151	37320517	40107808	43314742	0
	16	15	14	13	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	77	78	79	80	
0	43314742	47046295	51445543	56712854	60
1	43372301	47113680	51525561	56809480	59
2	43430006	47181249	51605820	56906425	58
3	43487857	47249003	51686321	57003690	57
4	43545855	47316942	51767065	57101277	56
5	43604000	47385067	51848053	57199188	55
6	43662293	47453380	51929285	57297425	54
7	43720733	47521882	52010762	57395990	53
8	43779321	47590575	52092485	57494885	52
9	43838057	47659460	52174455	57594111	51
10	43896942	47728538	52256673	57693670	50
11	43955977	47797809	52339140	57793564	49
12	44015163	47867274	52421857	57893795	48
13	44074501	47936934	52504826	57994366	47
14	44133992	48006790	52588048	58095279	46
15	44193637	48076841	42671525	58196536	45
16	44253435	48147088	52755259	58298138	44
17	44313387	48217531	52839251	58400087	43
18	44373494	48288171	52923503	58502385	42
19	44433756	48359008	53008016	58605034	41
20	44494174	48430043	53092792	58708035	40
21	44554749	48501278	53177831	58811388	39
22	44615481	48572714	53263134	58915095	38
23	44676371	48644352	53348702	59019157	37
24	44737419	48716193	53434536	59123576	36
25	44798626	48788238	53520637	59228353	35
26	44859993	48860488	53607006	59333490	34
27	44921521	48932945	53693644	59438989	33
28	44983211	49005610	53780552	59544852	32
29	45045065	49078483	53867731	59651081	31
30	45107083	49151565	53955183	59757678	30
	12	11	10	9	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiuſdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	77	78	79	80	
30	45107083	49151565	53955183	59757678	30
31	45169263	49224856	54042909	59864646	39
32	45231607	49298357	54130911	59971987	28
33	45294114	49372069	54219190	60079707	27
34	45356785	49445993	54307748	60187796	26
35	45419621	49520130	54396586	60296268	25
36	45482623	49594481	54485705	60405121	24
37	45545790	49669047	54575107	60514358	23
38	45609123	49743829	54664793	60623981	22
39	45672623	49818827	54754764	60733992	21
40	45736291	49894042	55845022	60844392	20
41	45800128	49969475	54935569	60955184	19
42	45864135	50045127	55029406	61066370	18
43	45928314	50120999	55117535	61177952	17
44	45992666	50197092	55208958	61289930	16
45	46057192	50273407	55300676	61402307	15
46	46121892	50349935	55392692	61515085	14
47	46186767	50246707	55485007	61628267	13
48	46251817	50503695	55577622	61741856	12
49	46318043	50580910	55670539	61855854	11
50	46382445	50658353	55763759	61970263	10
51	46448023	50736025	55857283	62085085	9
52	46513778	50813927	55951112	62200323	8
53	46579711	50892060	56045247	62315979	7
54	46645823	50970425	56139689	62432056	6
55	46712115	51049023	56234439	62548556	5
56	46778587	51127855	56329498	62665481	4
57	46845240	51206922	56424868	62782833	3
58	46912075	51286225	56520550	62900615	2
59	46979093	51365765	56616545	63018829	1
60	47046295	51445543	56712854	63137478	0
	12	11	10	9	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	81	82	83	84	
0	63137478	71153707	81443502	95143611	60
1	63256564	71304198	81639821	95410585	59
2	63376089	71455313	81837074	95679034	58
3	63496056	71607058	82035268	95948971	57
4	63616468	71759440	82234410	96220411	56
5	63737327	71912459	82434508	96493467	55
6	63858635	72066117	82635570	96767939	54
7	63980394	72220422	82837603	97044063	53
8	64102607	72375376	83040614	97321645	52
9	64225276	72530983	83244610	97600890	51
10	64348404	72687247	83449598	97881716	50
11	64471994	72844173	83655585	98164135	49
12	64596049	73001766	83862572	98448162	48
13	64720571	73160031	84070565	98733810	47
14	64845563	73318972	84279571	99021104	46
15	64971028	73478593	84489598	99310047	45
16	65096969	73638898	84700687	99600655	44
17	65223388	73799892	84912817	99893042	43
18	65350287	73951579	85125995	100187022	42
19	65477669	74123964	85340229	100482822	41
20	65605537	74287052	85555525	100780346	40
21	65733894	74450847	85771891	101079507	39
22	65862743	74615354	85989335	101380525	38
23	65992087	74780577	86207866	101683314	37
24	66121928	74946521	86427493	101987889	36
25	66252268	75113189	86648225	102294266	35
26	66383110	75280586	86870072	102602473	34
27	66514457	75448716	87093043	102912514	33
28	66646313	75617584	87317150	103224405	32
29	66778681	75787195	87542404	103538166	31
30	66911564	75957554	87768816	103853919	30
	8	7	6	5	

Minuta Graduū Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	81	82	83	84	
30	66911564	75957554	87768816	103853919	30
31	67044965	76128666	87996394	104171468	29
32	67178887	76300536	88225146	104491055	28
33	67313334	76473170	88455079	104812581	27
34	67448309	76646573	88686196	105136063	26
35	67583815	76820751	88918508	105461519	25
36	67719855	76995710	89152021	105788969	24
37	67856423	77171455	89386745	106118428	23
38	67993549	77347991	89622688	106449917	22
39	68131209	77525324	89859858	106783466	21
40	68269416	77703459	90098268	107119198	20
41	68408173	77882402	90337927	107456902	19
42	68547438	78062159	90578848	107796712	18
43	68687350	78242737	90821043	108138767	17
44	68827777	78424142	91064526	108482852	16
45	68968768	78606379	91309309	108829233	15
46	69110326	78789454	91555401	109177805	14
47	69252455	78973371	91802810	109528589	13
48	69395158	79158136	92051546	109881598	12
49	69538439	76343754	92301618	110236864	11
50	69682302	79530231	92553036	110594415	10
51	69826751	79717572	92805759	110954264	9
52	69971789	79905783	93059875	111316432	8
53	70117419	80094869	93315361	111680940	7
54	70263645	80284835	93572238	112047814	6
55	70410470	80475688	93830595	112417202	5
56	70557898	80667435	94090270	112788878	4
57	70705932	80860083	94351448	113162656	3
58	70854576	81053639	94614055	113539681	2
59	71003833	81248110	94878103	113918875	1
60	71153706	81443502	95143611	114300579	0
	8	7	6	5	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	
0	114300579	143006601	190811200	60
1	114684819	143606943	191879163	59
2	115071619	144212307	192959095	58
3	115461005	144822757	194051200	57
4	115853017	145438358	195155685	56
5	116247668	146059175	196273146	55
6	116644985	146685275	197403054	54
7	117044995	147316726	198545993	53
8	117447864	147953611	199702191	52
9	117853346	148595987	200871878	51
10	118261757	149244148	202055705	50
11	118672834	149897753	203253093	49
12	119086890	150557233	204464726	48
13	119503669	151222301	205691260	47
14	119923488	151893462	206932111	46
15	120346233	152570581	208188402	45
16	120771937	153253487	209459545	44
17	121200643	153942729	210746693	43
18	121632370	154638158	212049271	42
19	122067151	155339855	213368214	41
20	122505017	156047923	214704085	40
21	122946003	156762433	216056022	39
22	123390142	157483474	217425507	38
23	123837634	158211136	218812405	37
24	124288195	158945509	220217049	36
25	124742169	159686753	221639784	35
26	125199280	160434770	223080983	34
27	125659878	161189849	224540987	33
28	126123842	161952305	226020167	32
29	126591211	162721698	227518902	31
30	127062036	163498660	229037584	30
	4	3	2	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	
30	127062036	163498660	229037584	30
31	127536341	164282764	230576614	29
32	128014165	165074651	232136427	28
33	128495548	165873906	233717425	27
34	128980531	166681172	235320041	26
35	129469305	167496287	236945285	25
36	129961652	168319085	238592501	24
37	130457692	169150247	240262714	23
38	130957670	169989613	241957021	22
39	131461286	170837304	243674732	21
40	131968930	171693461	245417543	20
41	132480297	172558198	247184785	19
42	132995769	173431641	248978216	18
43	133515636	174313925	250797165	17
44	134038804	175205183	252643455	16
45	134566419	176105555	254517088	15
46	135098153	177015180	256417991	14
47	135634096	177934219	258348100	13
48	136174272	178862806	260307416	12
49	136718731	179801085	262296605	11
50	137267523	180749537	264316358	10
51	137820702	181707670	266366704	9
52	138378319	182676299	268449755	8
53	138940429	183654941	270565570	7
54	139507087	184644417	272714927	6
55	140078545	185644562	274898633	5
56	140654481	186655202	277117516	4
57	141235334	187677207	279372435	3
58	141820765	188710414	281664304	2
59	142411234	189755028	283994009	1
60	143006601	190811200	286362498	0
	4	3	2	

Minuta Graduū Quadrãtis pro tangentibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	88		89		
0	286362498		572899830		60
1	288770746		582610421		59
2	291219764		592655713		58
3	293710598		603057015		57
4	296244357		613825994		56
5	298823024		624990311		55
6	301445987		636564040		54
7	304115322		648591509		53
8	306833212		661050728		52
9	309599077		674016435		51
10	312416191		687500725		50
11	315283945		701531474		49
12	318204757		716149676		48
13	321181137		731385593		47
14	324212583		747289264		46
15	327302782		763899813		45
16	330451272		781259259		44
17	333661982		799432199		43
18	336934467		818463792		42
19	340272744		838430438		41
20	343677949		859395374		40
21	347150587		881427652		39
22	350695255		904627361		38
23	354312962		929081086		37
24	358006024		954893332		36
25	361776788		982180553		35
26	365626388		1011062679		34
27	369560062		1041705454		33
28	373579199		1074263399		32
29	377686614		1108922084		31
30	381885288		1145891136		30
	1		0		

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complẽmentorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	88	89	
30	381885288	1145891136	30
31	386178258	1185395877	29
32	390568737	1227736470	28
33	395060088	1273213435	27
34	399655828	1322188681	26
35	404359642	1375082163	25
36	409175388	1432363027	24
37	414111295	1494645462	23
38	419159137	1562590046	22
39	424335793	1637005697	21
40	429641796	1718863124	20
41	435082056	1809337410	19
42	440661780	1909864971	18
43	446386310	2022219818	17
44	452261453	2148619711	16
45	458293185	2291873854	15
46	464487853	2455533838	14
47	470852152	2644433955	13
48	477393195	2864819229	12
49	484118353	3125276745	11
50	491038024	3437829002	10
51	498155754	3819696333	9
52	505482730	4297181900	8
53	513030946	4911098124	7
54	520805157	5729633839	6
55	528821258	6875680006	5
56	537085003	8504003953	4
57	545610968	11457529506	3
58	554414914	17188033688	2
59	563504309	3437[illegible]070815	1
60	572899830	Infinita	0
	1	0	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

TABVLA
LINEARVM SECANTIVM, SIVE BENEFICA.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis

	0	1	2	3	
0	10000000	10001524	10006095	10013723	60
1	10000001	10001574	10006198	10013875	59
2	10000002	10001626	10006301	10014029	58
3	10000004	10001679	10006405	10014184	57
4	10000008	10001733	10006509	10014339	56
5	10000010	10001788	10006615	10014495	55
6	10000014	10001844	10006721	10014653	54
7	10000020	10001900	10006828	10014811	53
8	10000027	10001957	10006936	10014970	52
9	10000034	10002015	10007045	10015130	51
10	10000042	10002074	10007155	10015291	50
11	10000051	10002134	10007265	10015453	49
12	10000060	10002195	10007376	10015615	48
13	10000071	10002256	10007488	10015778	47
14	10000083	10002318	10007601	10015942	46
15	10000095	10002381	10007716	10016107	45
16	10000108	10002445	10007831	10016273	44
17	10000122	10002510	10007946	10016440	43
18	10000137	10002576	10008062	10016608	42
19	10000152	10002642	10008179	10016777	41
20	10000168	10002709	10008298	10016946	40
21	10000186	10002777	10008417	10017116	39
22	10000204	10002846	10008537	10017287	38
23	10000223	10002916	10008658	10017459	37
24	10000243	10002987	10008779	10017632	36
25	10000264	10003058	10008902	10017806	35
26	10000285	10003130	10009025	10017981	34
27	10000308	10003203	10009149	10018157	33
28	10000332	10003277	10009274	10018333	32
29	10000357	10003352	10009400	10018510	31
30	10000381	10003428	10009527	10018687	30
	89	88	87	86	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	
30	10000381	10003428	10009527	10018687	30
31	10000407	10003505	10009655	10018865	39
32	10000433	10003582	10009783	10019044	28
33	10000461	10003660	10009912	10019224	27
34	10000489	10003739	10010043	10019405	26
35	10000518	10003819	10010174	10019587	25
36	10000548	10003900	10010306	10019770	24
37	10000579	10003982	10010439	10019954	23
38	10000611	10004060	10010572	10020138	22
39	10000643	10004148	10010706	10020324	21
40	10000677	10004232	10010841	10020510	20
41	10000711	10004317	10010977	10020698	19
42	10000746	10004403	10011114	10020886	18
43	10000782	10004490	10011252	10021086	17
44	10000819	10004578	10011390	10021266	16
45	10000857	10004666	10011529	10021456	15
46	10000895	10004755	10011670	10021649	14
47	10000934	10004845	10011811	10021842	13
48	10000975	10004936	10011952	10022035	12
49	10001016	10005028	10012098	10022239	11
50	10001058	10005122	10012238	10022424	10
51	10001100	10005216	10012383	10022620	9
52	10001144	10005310	10012528	10022817	8
53	10001188	10005405	10012674	10023015	7
54	10001233	10005501	10012822	10023213	6
55	10001280	10005598	10012970	10023412	5
56	10001327	10005696	10013119	10023612	4
57	10001375	10005795	10013269	10023813	3
58	10001423	10005894	10013419	10024014	2
59	10001473	10005994	10013570	10024217	1
60	10001524	10006095	10013723	10024420	0
	89	88	87	86	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuū eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

	4	5	6	7	
0	10024420	10038198	10055082	10075098	60
1	10024625	10038454	10055390	10075459	59
2	10024830	10038710	10055699	10075820	58
3	10025036	10038968	10056009	10076182	57
4	10025242	10039226	10056320	10076545	56
5	10025450	10039486	10056632	10076909	55
6	10025658	10039746	10056944	10077274	54
7	10025868	10040008	10057256	10077639	53
8	10026078	10040269	10057570	10078005	52
9	10026289	10040532	10057884	10078372	51
10	10026500	10040796	10058200	10078740	50
11	10026713	10041061	10058517	10079009	49
12	10026927	10041326	10058834	10079479	48
13	10027141	10041592	10059153	10079850	47
14	10027357	10041859	10059472	10080222	46
15	10027573	10042128	10059792	10080595	45
16	10027790	10042397	10060113	10080968	44
17	10028009	10042667	10060435	10081332	43
18	10028227	10042936	10060757	10081717	42
19	10028447	10043207	10061080	10082093	41
20	10028667	10043479	10061405	10082470	40
21	10028889	10043752	10061730	10082848	39
22	10029111	10044025	10062056	10083226	38
23	10029334	10044300	10062383	10063606	37
24	10029559	10044576	10062711	10083987	36
25	10029784	10044853	10063039	10084368	35
26	10030009	10045130	10063369	10084750	34
27	10030236	10045409	10063700	00085134	33
28	10030463	10045689	10064031	10085518	32
29	10030692	10045969	10064364	10085903	31
30	10030920	10046250	10064696	10086289	30
	85	84	83	82	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	4	5	6	7	
30	10030920	10046250	10064696	10086287	30
31	10031150	10046532	10065035	10086677	39
32	10031381	10046815	10065365	10087065	28
33	10031614	10047098	10065701	10087454	27
34	10031846	10047383	10066038	10087843	26
35	10032079	10047669	10066376	10088243	25
36	10032314	10047954	10066715	10088623	24
37	10032550	10048241	10067054	10089015	23
38	10032786	10048529	10067394	10089408	22
39	10033023	10048818	10067735	10089802	21
40	10033261	10049107	10068076	10090196	20
41	10033500	10049398	10068419	10090592	19
42	10033740	10049690	10068763	10090988	18
43	10033981	10049983	10069107	10091385	17
44	10034223	10050276	10069452	10091783	16
45	10034465	10050571	10069808	10092182	15
46	10034708	10050865	10070155	10092582	14
47	10034952	10051160	10070493	10092983	13
48	10035196	10051456	10070842	10093385	12
49	10035441	10051753	10071192	10093787	11
50	10035688	10052051	10071543	10094190	10
51	10035936	10052350	10071895	10094624	9
52	10036184	10052649	10072247	10095030	8
53	10036434	10052951	10072600	10095406	7
54	10036684	10052252	10072954	10095813	6
55	10036934	10053555	10073310	10096221	5
56	10037185	10053858	10073666	10096630	4
57	10037438	10054162	10074023	10097040	3
58	10037690	10054468	10074380	10097451	2
59	10037944	10054775	10074737	10097863	1
60	10038198	10055082	10075098	10098275	0
	85	84	83	82	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	8	9	10	11	
0	10098275	10124650	10154264	10187166	60
1	10098698	10125117	10154786	10187743	59
2	10099103	10125585	10155308	10188320	58
3	10099518	10126054	10155831	10188899	57
4	10099934	10126524	10156356	10189478	56
5	10100351	10126994	10156881	10190058	55
6	10100769	10127465	10157407	10190639	54
7	10101188	10127947	10157934	10191221	53
8	10101607	10128410	10158462	10191804	52
9	10102028	10128684	10158991	10192387	51
10	10102450	10129358	10159520	10192972	50
11	10102872	10129634	10160051	10193557	49
12	10103295	10130311	10160582	10194144	48
13	10103720	10130788	10161114	10194732	47
14	10104144	10131266	10161648	10195320	46
15	10104570	10131746	10162182	10195910	45
16	10104996	10132220	10162707	10196500	44
17	10105423	10132707	10163252	10197092	43
18	10105851	10133189	10163789	10197684	42
19	10106286	10133672	10164327	10198277	41
20	10106710	10134156	10165865	10198872	40
21	10107140	10134641	10165495	10199467	39
22	10107572	10135127	10165944	10200063	38
23	10108005	10135614	10166485	10200660	37
24	10108438	10136102	10167028	10201258	36
25	10108873	10136591	10167571	10201857	35
26	10109309	10137080	10168116	10202457	34
27	10109755	10137571	10168661	10203058	33
28	10110182	10138163	10169207	10203659	32
29	10110620	10138555	10169765	10204262	31
30	101 1059	10139048	10170303	10204867	30
	81	80	79	78	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ euſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	8	9	10	11	
30	10111059	10139048	10170303	10204867	30
31	10111509	10139543	10170852	10205470	29
32	10111940	10140038	10171401	10206075	28
33	10112482	10140534	10171952	10206681	27
34	10112825	10141036	10172504	10207289	26
35	10113279	10141528	10173056	10207897	25
36	10113713	10142027	10173609	10208506	24
37	10114159	10142526	10174163	10209116	23
38	10114606	10143026	10174718	10209727	22
39	10115053	10143528	10175274	10210339	21
40	10115501	10144030	10175831	10210952	20
41	10115951	10144533	10176389	10211566	19
42	10116401	10145037	10176947	10211180	18
43	10116852	10145542	10177507	10212796	17
44	10117303	10146048	10178068	10213412	16
45	10117754	10146554	10178630	10214030	15
46	10118209	10147062	10179193	10214668	14
47	10118663	10147572	10179756	10215268	13
48	10119118	10148082	10180321	10215889	12
49	10119574	10148593	10180886	10216510	11
50	10120031	10149104	10181453	10217113	10
51	10120489	10149615	10182021	10217756	9
52	10120948	10150128	10182589	10218380	8
53	10121408	10150642	10183158	10219015	7
54	10121868	10151156	10183728	10219631	6
55	10122330	10151672	10184299	10220258	5
56	10122792	10152188	10184870	10220885	4
57	10123256	10152705	10185443	10221514	3
58	10123720	10153224	10186017	10222143	2
59	10124275	10153744	10186591	10222774	1
60	10124650	10154264	10187166	10223405	0
	81	86	79	78	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	12	13	14	15	
30	10242795	10284151	10329003	10377422	30
31	10243456	10284870	10329781	10378260	39
32	10244118	10285589	10330559	10379098	28
33	10245782	10286310	10331339	10379938	27
34	10245445	10287032	10332119	10380778	26
35	10246110	10287754	10332902	10381620	25
36	10246776	10288478	10333684	10382463	24
37	10247442	10289202	10334467	10383307	23
38	10248110	10289928	10335252	10384153	22
39	10248778	10290654	10336037	10384999	21
40	10249448	10291381	10336824	10385846	20
41	10250119	10292119	10337612	10386694	19
42	10250790	10292838	10338400	10387543	18
43	10251461	10293569	10339189	10388393	17
44	10252136	10294300	10339980	10389244	16
45	10252811	10295043	10340771	10390096	15
46	10253482	10295766	10341564	10390949	14
47	10254162	10296501	10342347	10391803	13
48	10254839	10297237	10343152	10392657	12
49	10255517	10297973	10343947	10393513	11
50	10256196	10298710	10344743	10394370	10
51	10256876	10299449	10345541	10395228	9
52	10257557	10300188	10346340	10396087	8
53	10258239	10300928	10347139	10396947	7
54	10258922	10301669	10347940	10397808	6
55	10259606	10302411	10348741	10398670	5
56	10260291	10303154	10349544	10399533	4
57	10260977	10303898	10350347	10400397	3
58	10261661	10304643	10351151	10401262	2
59	10262351	10305390	10351956	10402128	1
60	10263040	10306136	10352761	10402994	0
	77	76	75	74	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	16	17	18	19	
0	10402994	10456917	10514621	10576207	60
1	10403862	10457847	10515616	10577267	59
2	10404730	10458779	10516612	10578328	58
3	10405590	10459711	10517609	10579400	57
4	10406471	10460645	10518607	10580463	56
5	10407343	10461580	10519606	10581518	55
6	10408216	10462516	10520606	10582583	54
7	10409091	10463453	10521607	10583650	53
8	10409966	10464391	10522608	10584717	52
9	10410843	10465330	10523611	10585795	51
10	10411721	10466270	10524615	10586855	50
11	10412600	10467211	10525620	10587925	49
12	10413479	10468153	10526626	10588997	48
13	10414360	10469096	10527633	10590070	47
14	10415241	10470041	10528642	10591145	46
15	10416124	10470986	10529651	10592220	45
16	10417007	10471933	10530662	10593297	44
17	10417892	10472880	10531673	10594375	43
18	10418778	10473829	10532686	10595455	42
19	10419665	10474778	10533699	10596534	41
20	10420553	10475729	10534714	10597615	40
21	10421442	10476680	10535730	10598697	39
22	10422333	10477633	10536747	10599780	38
23	10423223	10478587	10537765	10600865	37
24	10424116	10479541	10538785	10601950	36
25	10425009	10480498	10539805	10603037	35
26	10425903	10481454	10540826	10604125	34
27	10426798	10482412	10541848	10605214	33
28	10427694	10483371	10542872	10606304	32
29	10428591	10484331	10543897	10607395	31
30	10429489	10485292	10544923	10608487	30
	73	72	71	70	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	16	17	18	19	
30	10429489	10485292	10544923	10608487	30
31	10430388	10486254	10545950	10609580	39
32	10431288	10487217	10546977	10610675	28
33	10432189	10488181	10548006	10611770	27
34	10433091	10489146	10549036	10612867	26
35	10433995	10490113	10550067	10613964	25
36	10434899	10491080	10551099	10615063	24
37	10435805	10492049	10552133	10616163	23
38	10436711	10493018	10553168	10617264	22
39	10437619	10493989	10554204	10618366	21
40	10438528	10494961	10555241	10619469	20
41	10439436	10494934	10556279	10620574	19
42	10440346	10496908	10557318	10621680	18
43	10441257	10497883	10558359	10622787	17
44	10442170	10498059	10559400	10623895	16
45	10443083	10499836	10560443	10625004	15
46	10443998	10500814	10561496	10626114	14
47	10444913	10501793	10562531	10627226	13
48	10445830	10502773	10563577	10628338	12
49	10446749	10503754	10564623	10629451	11
50	10447668	10504736	10565670	10630566	10
51	10448588	10505719	10566719	10631682	9
52	10449509	10506704	10567769	10632799	8
53	10450431	10507689	10568820	10633917	7
54	10451354	10508676	10569872	10635037	6
55	10452279	10509664	10570925	10636157	5
56	10453204	10510653	10571980	10637279	4
57	10454131	10511643	10573034	10638402	3
58	10455058	10512635	10574091	10639526	2
59	10455987	10513627	10575149	10640651	1
60	10456917	10514621	10576207	10641777	0
	73	72	71	70	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	
0	10641777	10711449	10785347	10863603	60
1	10642905	10712646	10786616	10864945	59
2	10644034	10713888	10787885	10866289	58
3	10645164	10715042	10789155	10867633	57
4	10646295	10716242	10790427	10868979	56
5	10647427	10717444	10791700	10870326	55
6	10648560	10718647	10792974	10871675	54
7	10649694	10719850	10794250	10873024	53
8	10650829	10721056	10795527	10874374	52
9	10651965	10722261	10796805	10875626	51
10	10653103	10723469	10798085	10877079	50
11	10654242	10724677	10799365	10878434	49
12	10655281	10725887	10800647	10879790	48
13	10656522	10727098	10801930	10881147	47
14	10657664	10728310	10803214	10882506	46
15	10658807	10729524	10804500	10883865	45
16	10659951	10730738	10805787	10885226	44
17	10661097	10731953	10807074	10886588	43
18	10662244	10733170	10808363	10887952	42
19	10663392	10734387	10809652	10889317	41
20	10664541	10735606	10810942	10890683	40
21	10665692	10736826	10812234	10892051	39
22	10666844	10738048	10813528	10893417	38
23	10667996	10739270	10814823	10894788	37
24	10669150	10740494	10816119	10896159	36
25	10670304	10741719	10817417	10897531	35
26	10671460	10742945	10818715	10898905	34
27	10672617	10744173	10820015	10900280	33
28	10673776	10745401	10821316	10901656	32
29	10674936	10746631	10822617	10903033	31
30	10676096	10747864	10823920	10904413	30
	69	68	67	66	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	
30	10676096	10747864	10823920	10904413	30
31	10677258	10749094	10825225	10905790	29
32	10678420	10750327	10826531	10907171	28
33	10679584	10751561	10827838	10908553	27
34	10680749	10752797	10829146	10909936	26
35	10681915	10754034	10830455	10911322	25
36	10683082	10755273	10831766	10912709	24
37	10684250	10756513	10833078	10914096	23
38	10685420	10757753	10834391	10915484	22
39	10686591	10758995	10835706	10916874	21
40	10687763	10760237	10837023	10918265	20
41	10688936	10761481	10838341	10919657	19
42	10690111	10762726	10839660	10921051	18
43	10691287	10763972	10840980	10922436	17
44	10692464	10765220	10842301	10923833	16
45	10693642	10766469	10843623	10925241	15
46	10694821	10767720	10844947	10926641	14
47	10696001	10768971	10846272	10928041	13
48	10697182	10770224	10847597	10929442	12
49	10698364	10771477	10848924	10930846	11
50	10699548	10772732	10850252	10932249	10
51	10700732	10773988	10851583	10933654	9
52	10701918	10775244	10852914	10935061	8
53	10703105	10776502	10854246	10936469	7
54	10704294	10777761	10855578	10937879	6
55	10705483	10779022	10856912	10939290	5
56	10706674	10780284	10858247	10940702	4
57	10707866	10781547	10859584	10942115	3
58	10709059	10782802	10860922	10943527	2
59	10710254	10784078	10862262	10944945	1
60	10711449	10785347	10863603	10946362	0
	69	68	67	66	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	24	25	26	27	
0	10946362	11033783	11126021	11223262	60
1	10947781	11035280	11127601	11224927	59
2	10949201	11036779	11129182	11226593	58
3	10950622	11038279	11130765	11228260	57
4	10952045	11039780	11132349	11229929	56
5	10953469	11041283	11133933	11231599	55
6	10954898	11042787	11135519	11233270	54
7	10956320	11044293	11137106	11234943	53
8	10957747	11045799	11138694	11236617	52
9	10959175	11047306	11140284	11238292	51
10	10960605	11048815	11141875	11239969	50
11	10962036	11050325	11143467	11241648	49
12	10963469	11051837	11145061	11243329	48
13	10964903	11053350	11146656	11245011	47
14	10966338	11054865	11148254	11246694	46
15	10967775	11056381	11149853	11248378	45
16	10969213	11057898	11151453	11250064	44
17	10970652	11059420	11153055	11251751	43
18	10972092	11060939	11154658	11253440	42
19	10973533	11062461	11156262	11255130	41
20	10974976	11063985	11157868	11256822	40
21	10976420	11065510	11159475	11258516	39
22	10977865	11067037	11161084	11260211	38
23	10979312	11068564	11162694	11261907	37
24	10980760	11070092	11164306	11263605	36
25	10982210	11071621	11165919	11265304	35
26	10983661	11073152	11167533	11267005	34
27	10985113	11074684	11169149	11268707	33
28	10986567	11076218	11170766	11270410	32
29	10988022	11077753	11172385	11272114	31
30	10989480	11079289	11174006	11273820	30
	65	64	63	62	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	24	25	26	27	
30	10989480	11079289	11174006	11273820	30
31	10990938	11080827	11 75627	11275528	29
32	10992398	11082366	11177249	11277238	28
33	10993859	11083906	11178873	11278949	27
34	10995321	11085448	11180499	11280661	26
35	10996783	11086990	11182125	11282374	25
36	10998247	11088536	11183753	11284089	24
37	10999712	11090082	11185383	11285805	23
38	11001179	11091629	11187014	11287524	22
39	11002647	11093178	11188647	11289244	21
40	11004116	11094729	11190281	11290965	20
41	11005587	11096280	11191916	11292688	19
42	11007059	11097833	11193553	11294412	18
43	11008533	11099387	11195191	11296132	17
44	11010008	11100943	11196831	11297864	16
45	11011484	11102500	11198472	11299593	15
46	11019262	11104058	11200114	11301324	14
47	11014441	11105618	11201758	11303056	13
48	11015921	11107179	11203404	11304789	12
49	11017402	11108741	11205051	11306523	11
50	11018884	11110306	11206700	11308259	10
51	11020367	11111871	11208350	11309996	9
52	11021852	11113438	11210001	11311735	8
53	11023338	11115006	11211654	11313476	7
54	11024826	11116575	11213308	11315218	6
55	11026315	11118145	112 4963	11316961	5
56	11027806	11119717	11216620	11318706	4
57	11029298	11121290	11218278	11319452	3
58	11030791	11122865	11219938	11322159	2
59	11032287	11124442	11221599	11323949	1
60	11033783	11126024	11223262	11325700	0
	65	64	63	62	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	28	29	30	31	
0	11325700	11433540	11547004	11666331	60
1	11327452	11435384	11548944	11668371	59
2	11329206	11437230	11550886	11670413	58
3	11330961	11439078	11552829	11672457	57
4	11332718	11440927	11554774	11674502	56
5	11334479	11442777	11556720	11676548	55
6	11336237	11444629	11558669	11678597	54
7	11337999	11446483	11560619	11680647	53
8	11339762	11448339	11562570	11682698	52
9	11341526	11450196	11564523	11684752	51
10	11343292	11452054	11566480	11686807	50
11	11345060	11453915	11568434	11688864	49
12	11346830	11455776	11570393	11690923	48
13	11348601	11457639	11572353	11692984	47
14	11350373	11459503	11574314	11695046	46
15	11352149	11461370	11576277	11697110	45
16	11353923	11463238	11578242	11699176	44
17	11355698	11465107	11580208	11701243	43
18	11357475	11466978	11582175	11703312	42
19	11359255	11468850	11584145	11705383	41
20	11361036	11470723	11586116	11707455	40
21	11362819	11472599	11588089	11709530	39
22	11364603	11474483	11590064	11711606	38
23	11366389	11476354	11592040	11713684	37
24	11368177	11478235	11594018	11715764	36
25	11369966	11480117	11595998	11717845	35
26	11371756	11482001	11597979	11719928	34
27	11373548	11483887	11599961	11722012	33
28	11375341	11485774	11601946	11724099	32
29	11377136	11487662	11603932	11726187	31
30	11378933	11489353	11605919	11728276	30
	61	60	59	58	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	28	29	30	31	
30	11378933	11489353	11605919	11728276	30
31	11380731	11491445	11607909	11730367	29
32	11382530	11493338	11609900	11732460	28
33	11384331	11495233	11611893	11734555	27
34	11386134	11497140	11613888	11736652	26
35	11387938	11499028	11615876	11738751	25
36	11389744	11500928	11617882	11740851	24
37	11391551	11502829	11619881	11742953	23
38	11393359	11504731	11621882	11745057	22
39	11395169	11506626	11623885	11747162	21
40	11396981	11508532	11625889	11749269	20
41	11398794	11510450	11627996	11751378	19
42	11400609	11512360	11629904	11753489	18
43	11402425	11514271	11631913	11755603	17
44	11404243	11516183	11633924	11757718	16
45	11406063	11518097	11635937	11759834	15
46	11407884	11520013	11637952	11761951	14
47	11409706	11521930	11639968	11764069	13
48	11411530	11523849	11641986	11766190	12
49	11413356	11525770	11644005	11768312	11
50	11415183	11527692	11646026	11770437	10
51	11417012	11529616	11648049	11772564	9
52	11418842	11531542	11650075	11774696	8
53	11420673	11533469	11652099	11776822	7
54	11422507	11535398	11654127	11778954	6
55	11424342	11537328	11656156	11781088	5
56	11426178	11539260	11658188	11783223	4
57	11428016	11541193	11660221	11785361	3
58	11429856	11543128	11662256	11787500	2
59	11431689	11545065	11664292	11789640	1
60	11433540	11547004	11666331	11791783	0
	61	60	59	58	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Kk

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	32	33	34	35	
0	11791783	11923633	12062179	12207745	60
1	11793927	11925886	12064546	12210233	59
2	11796073	11928141	12066916	12212723	58
3	11798221	11930397	12069286	12215214	57
4	11800371	11932656	12071660	12217708	56
5	11802522	11934917	12074036	12220204	55
6	11804675	11937180	12076413	12222702	54
7	11806830	11939445	12078792	12225201	53
8	11808987	11941701	12081174	12227703	52
9	11811145	11943979	12083558	12230207	51
10	11813306	11946250	12085943	12232713	50
11	11815468	11948522	12088330	12235221	49
12	11817632	11950796	12090720	12237732	48
13	11819797	11953071	12093111	12240245	47
14	11821965	11955349	12095504	12242759	46
15	11824134	11957629	12097899	12245275	45
16	11826306	11959910	12100296	12247794	44
17	11828479	11962194	12102696	12250315	43
18	11830654	11964479	12105097	12252837	42
19	11832830	11966766	12107500	12255361	41
20	11835008	11969055	12109905	12257888	40
21	11837188	11971346	12112312	12260417	39
22	11839369	11973638	12114722	12262948	38
23	11841552	11975932	12117133	12265481	37
24	11843737	11978229	12119546	12268016	36
25	11845924	11980527	12121960	12270553	35
26	11848114	11982828	12124377	12273093	34
27	11850305	11985131	12126796	12275634	33
28	11852498	11987435	12129216	12278187	32
29	11854693	11989741	12131638	12280722	31
30	11856890	11992050	12134063	12283270	30
	57	56	55	54	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	32	33	34	35	
30	11856890	11992050	12134063	12283270	30
31	11859088	11994360	12136490	12285820	39
32	11861288	11996672	12138919	12288372	28
33	11863489	11998986	12141350	12290925	27
34	11865693	12001303	12143783	12293481	26
35	11867899	12003619	12146218	12296039	25
36	11870107	12005938	12148656	12298599	24
37	11872316	12008259	12150095	12301161	23
38	11874527	12010582	12153536	12303725	22
39	11876739	12012907	12155978	12306291	21
40	11878954	12015233	12158423	12308859	20
41	11881171	12017562	12160870	12311430	19
42	11883389	12019893	12163319	12314003	18
43	11885609	12022226	12165770	12316578	17
44	11887831	12024560	12168223	12319156	16
45	11890054	12026897	12170677	12321736	15
46	11892280	12029236	12173135	12324317	14
47	11894508	12031576	12175594	12326900	13
48	11896737	12033919	12178055	12329486	12
49	11898968	12036264	12180518	12332074	11
50	11901202	12038610	12182983	12334664	10
51	11903437	12040958	12185450	12337256	9
52	11905674	12043309	12187919	12339851	8
53	11907912	12045661	12190390	12342448	7
54	11910153	12048016	12192864	12345046	6
55	11912395	12050372	12195340	12347646	5
56	11914640	12052730	12197817	12350249	4
57	11916886	12055089	12200296	12352854	3
58	11919133	12057451	12202777	12355460	2
59	11921382	12059814	12205260	12358068	1
60	11923633	12063179	12207745	12360678	0
	57	56	55	54	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	36	37	38	39	
0	12360678	12521357	12690184	12867599	60
1	12363290	12524103	12693070	12870632	59
2	12365906	12526851	12695957	12873667	58
3	12368524	12529601	12698847	12876704	57
4	12371144	12532354	12701739	12879743	56
5	12373766	12535110	12704634	12882787	55
6	12376391	12537867	12707531	12885832	54
7	12379018	12540627	12710430	12888879	53
8	12381647	12543389	12713332	12891929	52
9	12384278	12546152	12716236	12894982	51
10	12386911	12548918	12719143	12898037	50
11	12389546	12551686	12722052	12901094	49
12	12392183	12554456	12724964	12904155	48
13	12394822	12557229	12727878	12907218	47
14	12397464	12560005	12730794	12910283	46
15	12400108	12562783	12733713	12913351	45
16	12402754	12565563	12736635	12916422	44
17	12405402	12568345	12739559	12919494	43
18	12408053	12571130	12742485	12[illegible]569	42
19	12410705	12573917	12745413	12925647	41
20	12413359	12576706	12748344	12928727	40
21	12416015	12579597	12751277	12931809	39
22	12418674	12582912	12754213	12934395	38
23	12421335	12585087	12757151	12937983	37
24	12423998	12587885	12760092	12941073	36
25	12426663	12590685	12763035	12944166	35
26	12429331	12593488	12765981	12947262	34
27	12432001	12596293	12768929	12950360	33
28	12434673	12599101	12771880	12953461	32
29	12437348	12601911	12774833	12956565	31
30	12440024	12604724	12777788	12959671	30
	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	36	37	38	39	
30	12440024	12604724	12777788	12959671	30
31	12442702	12607539	12780746	12962780	29
32	12445383	12610356	12783707	12965892	28
33	12448066	12613175	12786670	12969007	27
34	12450751	12615997	12789635	12972124	26
35	12453438	12618821	12792602	12975243	25
36	12456128	12621648	12795573	12978366	24
37	12458821	12624477	12798546	12981491	23
38	12461516	12627308	12801521	12984618	22
39	12464213	12630141	12804498	12987747	21
40	12466913	12632977	12807478	12990880	20
41	12469614	12635815	12810460	12994015	19
42	12472317	12638655	12813445	12997153	18
43	12475022	12641597	12816432	13000293	17
44	12477730	12644343	12819422	13003436	16
45	12480440	12646191	12822415	13006582	15
46	12483152	12650041	12825410	13009730	14
47	12485866	12652893	12828407	13012881	13
48	12488583	12655748	12831407	13016034	12
49	12491302	12658605	12834409	13019189	11
50	12494022	12661464	12837414	13022348	10
51	12496744	12664325	12840421	13025509	9
52	12499469	12667189	12843431	13028673	8
53	12502197	12670055	12846443	13031839	7
54	12504927	12672924	12849458	13035008	6
55	12507659	12675795	12852475	13038180	5
56	12510394	12678668	12855495	13041354	4
57	12513132	12681543	12858517	13044530	3
58	12515871	12684421	12861542	13047710	2
59	12518613	12687301	12864569	13050892	1
60	12521357	12690184	12867599	13054077	0
	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
0	13054077	13250131	13456326	13673275	60
1	13057264	13253482	13459851	13676986	59
2	13060455	13256835	13463380	13680700	58
3	13063646	13260192	13466912	13684417	57
4	13066843	13263582	13470447	13688138	56
5	13070041	13266915	13473985	13691861	55
6	13073242	13270282	13477527	13695587	54
7	13076445	13273651	13481071	13699316	53
8	13079651	13277023	13484618	13703048	52
9	13082859	13280397	13488168	13706783	51
10	13086071	13283775	13491721	13710523	50
11	13089285	13287155	13495276	13714266	49
12	13092502	13290538	13498835	13718012	48
13	13095721	13293924	13502397	13721761	47
14	13098944	13297313	13505962	13725514	46
15	13102169	13300704	13509530	13729270	45
16	13105397	13304098	13513101	13733029	44
17	13108627	13307495	13516675	13736790	43
18	13111861	13310896	13520252	13740555	42
19	13114098	13314299	13523832	13744322	41
20	13118337	13317705	13527416	13748092	40
21	13121578	13321114	13531003	13751867	39
22	13124823	13324526	13534593	13755644	38
23	13128070	13327941	13538185	13759424	37
24	13131320	13331359	13541781	13763209	36
25	13134572	13334779	13545380	13766997	35
26	13137828	13338203	13548981	13770788	34
27	13141085	13341629	13552585	13774582	33
28	13144346	13345058	13556193	13778380	32
29	13147509	13348490	13559803	13782181	31
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
	49	48	47	46	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
31	13154142	13355361	13567034	13789792	29
32	13157413	13358802	13570654	13793603	28
33	13160687	13362245	13574277	13797416	27
34	13163964	13365691	13577903	13801233	26
35	13167243	13369140	13581532	13805053	25
36	13170526	13372592	13585164	13808876	24
37	13173811	13376057	13588799	13812703	23
38	13177099	13379505	13592438	13816534	22
39	13180389	13382966	13596079	13820368	21
40	13183682	13386430	13599723	13824205	20
41	13186978	13389897	13603370	13828045	19
42	13190276	13393167	13607021	13831889	18
43	13193577	13396839	13610975	13835736	17
44	13196882	13400315	13614332	13839586	16
45	13200189	13403794	13617992	13843439	15
46	13203499	13407275	13621656	13847296	14
47	13206812	13410759	13625323	13851156	13
48	13210128	13414247	13628993	13855019	12
49	13213447	13417738	13632666	13858885	11
50	13216769	13421232	13636342	13862755	10
51	13220093	13424728	13640021	13866628	9
52	13223421	13428227	13643704	13870505	8
53	13226750	13431729	13647390	13874385	7
54	13230082	13435234	13651078	13878268	6
55	13233417	13438742	13654769	13882154	5
56	13236754	13442253	13658464	13886044	4
57	13240094	13445767	13662162	13889636	3
58	13243437	13449284	13665863	13893833	2
59	13246783	13452804	13669567	13897733	1
60	13250131	13456326	13673275	13901636	0
	49	48	47	46	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	44	45	46	47	
0	13901636	14142135	14395564	14662790	60
1	13905542	14146251	14399901	14667366	59
2	13909452	14150371	14404242	14671946	58
3	13913365	14154494	14408587	14676530	57
4	13917281	14158621	14412937	14681119	56
5	13921201	14162751	14417290	14685712	55
6	13925126	14166884	14421647	14690309	54
7	13929052	14171021	14426008	14694910	53
8	13932982	14175162	14430374	14699514	52
9	13936916	14179306	14434743	14704122	51
10	13940854	14183454	14439116	14708735	50
11	13944795	14187606	14443493	14713352	49
12	13948739	14191761	14447874	14717973	48
13	13952686	14195919	14452259	14722598	47
14	13956638	14200082	14456648	14727228	46
15	13960592	14204248	14461040	14731862	45
16	13964550	14208418	14465437	14736500	44
17	13968511	14212591	14469838	14741142	43
18	13972476	14216769	14474242	14745788	42
19	13976444	14220950	14478650	14750438	41
20	13980416	14225135	14483062	14755094	40
21	13984391	14229324	14487478	14759753	39
22	13988370	14233517	14401898	14764416	38
23	13992352	14237713	14496322	14769083	37
24	13996338	14241912	14500750	14773755	36
25	14000327	14246115	14505182	14778430	35
26	14004319	14250321	14509617	14783110	34
27	14008315	14254531	14514056	14787794	33
28	14012314	14258745	14518500	14792482	32
29	14016316	14262961	14522946	14797174	31
30	14020322	14267182	14527397	14891871	30
	45	44	43	42	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemētorū arcuū eiuſdē Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	44	45	46	47	
30	14020322	14267182	14527397	14801871	30
31	14024332	14271407	14531852	14806571	29
32	14028345	14275635	14536311	14811276	28
33	14032361	14279867	14540773	14815985	27
34	14036381	14284103	14545240	14820698	26
35	14040404	14288343	14549711	14825416	25
36	14044431	14292587	14554186	14830139	24
37	14048461	14296834	14558665	14834866	23
38	14052494	14301086	14563148	14839597	22
39	14056531	14305331	14567635	14844332	21
40	14060572	14309599	14572126	14849072	20
41	14064616	14313861	14576621	14853815	19
42	14068664	14318127	14581120	14858563	18
43	14072715	14322396	14585624	14863315	17
44	14076770	14326670	14590131	14868071	16
45	14080829	14330947	14594642	14872831	15
46	14084891	14335228	14599157	14877597	14
47	14088956	14339513	14603676	14882377	13
48	14093026	14343802	14608199	14887141	12
49	14097099	14348095	14612725	14891919	11
50	14101175	14352391	14617256	14896701	10
51	14105255	14356691	14621791	14901487	9
52	14109339	14360995	14626330	14906278	8
53	14113427	14365303	14630873	14911073	7
54	14117518	14369615	14635421	14915873	6
55	14121612	14373930	14639973	14920677	5
56	14125709	14378350	14644528	14925486	4
57	14129810	14382573	14649087	14930299	3
58	14133915	14386900	14653651	14935116	2
59	14138023	14391230	14658218	14939938	1
60	14142135	14395564	14662790	14944764	0
	45	44	43	42	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	48	49	50	51	
0	14944764	15242532	15557239	15890158	60
1	14949594	15247634	15562635	15895869	59
2	14954429	15252741	15568036	15901586	58
3	14959268	15257852	15573441	15907307	57
4	14964112	15262969	15578852	15913034	56
5	14968960	15268090	15584267	15918766	55
6	14973812	15273216	15589688	15924504	54
7	14978668	15278347	15595114	15930847	53
8	14983530	15283484	15600545	15936095	52
9	14988396	15288626	15605981	15941748	51
10	14993266	15293773	15611422	15947508	50
11	14998104	15298924	15616868	15953273	49
12	15003020	15304080	15622319	15959044	48
13	15007903	15309240	15627775	15964820	47
14	15012791	15314405	15633237	15970603	46
15	15017683	15319574	15639704	15976390	45
16	15022580	15324748	15644177	15982184	44
17	15027481	15329926	15649655	15987983	43
18	15032387	15335109	15655138	15993788	42
19	15037297	15340297	15660626	15999599	41
20	15042212	15345491	15666119	16005416	40
21	15047131	15350689	15671617	16011237	39
22	15052054	15355892	15677121	16017065	38
23	15056982	15361100	15682630	16022898	37
24	15061915	15366313	15688144	16028736	36
25	15066852	15371530	15693663	16034579	35
26	15071791	15376753	15699188	16040429	34
27	15076739	15381980	15704717	16046283	33
28	15081690	15387212	15710252	16052143	32
29	15086645	15392449	15715792	16058008	31
30	15091605	15397692	15721337	16063878	30
	41	40	39	38	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	48	49	50	51	
30	15091605	15397692	15721337	16063878	30
31	15096569	15402939	15726887	16069754	29
32	15101538	15408191	15732443	16075637	28
33	15106571	15413447	15738003	16081524	27
34	15111490	15418708	15743569	16087418	26
35	15116472	15423974	15749141	16093318	25
36	15121459	15429246	15754718	16099224	24
37	15126451	15434522	15760300	16105135	23
38	15131447	15439803	15765887	16111053	22
39	15136447	15445089	15771479	16116976	21
40	15141453	15450380	15777077	16122905	20
41	15146463	15455675	15782680	16128839	19
42	15151478	15460976	15788289	16134779	18
43	15156497	15466282	15793903	16140724	17
44	15161520	15471593	15799523	16146676	16
45	15166548	15476908	15805147	16152634	15
46	15171581	15482229	15810777	16158598	14
47	15176619	15487554	15816412	16164567	13
48	15181661	15492885	15822052	16170542	12
49	15186708	15498220	15827697	16176522	11
50	15191760	15503560	15833349	16182509	10
51	15196816	15508905	15839005	16188501	9
52	15201877	15514256	15844667	16194499	8
53	15206943	15519611	15850335	16200503	7
54	15212013	15524972	15856008	16206513	6
55	15217088	15530338	15861676	16212528	5
56	15222168	15535710	15867370	16218550	4
57	15227253	15541083	15873058	16224577	3
58	15232342	15546463	15878753	16230610	2
59	15237435	15551848	15834453	16236648	1
60	15242532	15557239	15890158	16242692	0
	41	40	39	38	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	52	53	54	55	
0	16242692	16616401	17013017	17434469	60
1	16248742	16622819	17019832	17441715	59
2	16254799	16629243	17026654	17448968	58
3	16260861	16635673	17033482	17456229	57
4	16266929	16642109	17040318	17463499	56
5	16273003	16648551	17047160	17470775	55
6	16279083	16655001	17054010	17478059	54
7	16285169	16661457	17060866	17485351	53
8	16291261	16667919	17067729	17492650	52
9	16297358	16674408	17074599	17499957	51
10	16303461	16680864	17081476	17507272	50
11	16309570	16687345	17088359	17514594	49
12	16315685	16693834	17095250	17521924	48
13	16321806	16700328	17102148	17529261	47
14	16327934	16706829	17109053	17536607	46
15	16334067	16713336	17115965	17543959	45
16	16340197	16719850	17122885	17551319	44
17	16346353	16726362	17129812	17558687	43
18	16352505	16732877	17136747	17566063	42
19	16358663	16739430	17143689	17573446	41
20	16364827	16745970	17150638	17580837	40
21	16370996	16752517	17157593	17588236	39
22	16377172	16759070	17164556	17595643	38
23	16383359	16765629	17171525	17603057	37
24	16389542	16772195	17178502	17610480	36
25	16395736	16778767	17185485	17617909	35
26	16401936	16785347	17192476	17625347	34
27	16408152	16791933	17199472	17632793	33
28	16414365	16798525	17206477	17640246	32
29	16420573	16805124	17213488	17647707	31
30	16426798	16811729	17220507	17655174	30
	37	36	35	34	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	52	53	54	55	
30	16426798	16811729	17220507	17655175	30
31	16433027	16818341	17227532	17662651	29
32	16439263	16824960	17234565	17670136	28
33	16445505	16831585	17241605	17677627	27
34	16451754	16838217	17248653	17685127	26
35	16458008	16844856	17255708	17692635	25
36	16464269	16851502	17262770	17700151	24
37	16470536	16858154	17269839	17707674	23
38	16476809	16864813	17276917	17715206	22
39	16483089	16871479	17284002	17722744	21
40	16489385	16878151	17291095	17730290	20
41	16495668	16884830	17298194	17737844	19
42	16501967	16891515	17305300	17745407	18
43	16508272	16898207	17312413	17752978	17
44	16514582	16904907	17319514	17760555	16
45	16520898	16911613	17326662	17768142	15
46	16527220	16918326	17333798	17775740	14
47	16533548	16925046	17340941	17783343	13
48	16539883	16931772	17348091	17790955	12
49	16546224	16948504	17355249	17798575	11
50	16552571	16945244	17362415	17806203	10
51	16558925	16951990	17369587	17813838	9
52	16565286	16958743	17376767	17821481	8
53	16571642	16965495	17383954	17829132	7
54	16578026	16972270	17391148	17836792	6
55	16584406	16979044	17398350	17844460	5
56	16590792	16985824	17405560	17852135	4
57	16597184	16992611	17412776	17859818	3
58	16603584	16999406	17420000	17867509	2
59	16609989	17006208	17427231	17875209	1
60	16616401	17013017	17434469	17882917	0
	37	36	35	34	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	56	57	58	59	
0	17882917	18360816	18870800	19416039	60
1	17890632	18369014	18879589	15425445	59
2	17898356	18377251	18888389	19434862	58
3	17906089	18385497	18897196	19444290	57
4	17913830	18303753	18906018	19453727	56
5	17921579	18402017	18914846	19463175	55
6	17929337	18410291	18923685	19472635	54
7	17937102	18418574	18932534	19482114	53
8	17944876	18426865	18941393	19491595	52
9	17952658	18435165	18950261	19501076	51
10	17960448	18443454	18959139	19510578	50
11	17968247	18451792	18968027	19520091	49
12	17976054	18460120	18976926	19529615	48
13	17983869	18468456	18985834	19539150	47
14	17991693	18476802	18094752	19548697	46
15	17999525	18485157	19003680	19558254	45
16	18007365	18493521	19012618	19567822	44
17	18015214	18501895	19021516	19577401	43
18	18023071	18510278	19030523	19586991	42
19	18030936	18518670	19039491	19596592	41
20	18038811	18527072	19048468	19606204	40
21	18046693	18535483	19057455	19615827	39
22	18054584	18543903	19066453	19625462	38
23	18062482	18552332	19075461	19635107	37
24	18070389	18560770	19084480	19644765	36
25	18078305	18569217	19093509	19654434	35
26	18086229	18577674	19102549	19664114	34
27	18094161	18586139	19111598	19673805	33
28	18102102	18594614	19120658	19683507	32
29	18110051	18603098	19129727	19693220	31
30	18118009	18611591	19138807	19702945	30
	33	32	31	30	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorū arcuū eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	56	57	58	59	
30	18118009	18611591	19138807	19702945	30
31	18125975	18620094	19147897	19712680	29
32	18133950	18629606	19156998	19722428	28
33	18141934	18637127	19166109	19732186	27
34	18149926	18645658	19175231	19741956	26
35	18157927	18654198	19184362	19751738	25
36	18165937	18662748	19193504	19761531	24
37	18173956	18671307	19202656	19771335	23
38	18181984	18679875	19211818	19781141	22
39	18190021	18688452	19220990	19790968	21
40	18198065	18697038	19230172	19800808	20
41	18206118	18705634	19239365	19810658	19
42	18214179	18714239	19248569	19820320	18
43	18222249	18722854	19257783	19830393	17
44	18230328	18731480	19267008	19840277	16
45	18238416	18740115	19276242	19850172	15
46	18246513	18748760	19285488	19860079	14
47	18254618	18757414	19294744	19869997	13
48	18262732	18766078	19304010	19879927	12
49	18270854	18774752	19313287	19889868	11
50	18278986	18783436	19322574	19899820	10
51	18287126	18792130	19331872	19909784	9
52	18295276	18800833	19341181	19919760	8
53	18303434	18809546	19350501	19929748	7
54	18311601	18818268	19359831	19939749	6
55	18319776	18826999	19369172	19949760	5
56	18327961	18835741	19378524	19959784	4
57	18337154	18844492	19387886	19966820	3
58	18344356	18853252	19397260	19979868	2
59	18352567	18862021	19406644	19989928	1
60	18360816	18870800	19416039	20000000	0
	33	32	31	30	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

	60	61	62	63	
0	20000000	20626654	21300545	22026892	60
1	20010083	20637484	21312206	22039475	59
2	20020179	20648338	21323882	22052074	58
3	20030285	20659184	21335570	22064690	57
4	20040404	20670054	21347275	22077322	56
5	20050534	20680937	21358993	22089970	55
6	20060676	20691834	21370727	22102635	54
7	20070832	20702744	21382475	22115316	53
8	20080995	20713667	21394238	22128014	52
9	20091172	20724603	21407016	22140728	51
10	20101361	20735554	21417808	22153459	50
11	20111562	20746517	21429615	22166204	49
12	20121776	20757494	21441438	22178971	48
13	20132001	20768484	21453275	22191751	47
14	20142239	20779488	21465128	22204548	46
15	20152489	20790505	21476995	22217361	45
16	20162751	20801535	21488877	22230191	44
17	20173035	20812579	21500774	22243038	43
18	20183321	20823636	21512686	22255902	42
19	20193619	20834706	21524612	22268782	41
20	20203930	20845791	21536553	22281680	40
21	20214252	20856888	21548509	22294595	39
22	20224588	20868000	21560481	22307526	38
23	20234936	20879125	21572467	22320474	37
24	20245296	20890264	21584469	22333439	36
25	20255669	20901416	21596487	22346420	35
26	20266054	20912582	21608520	22359419	34
27	20276452	20923761	21620568	22372434	33
28	20286863	20934955	21632631	22385466	32
29	20297286	20946162	21644710	22398418	31
30	20307721	20957383	21656804	22411584	30
	29	28	27	26	

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	60	61	62	63	
30	20307721	20957383	21656804	22411584	30
31	20318170	20968618	21668913	22424667	29
32	20328630	20979867	21681038	22437768	28
33	20339102	20991130	21693178	22450886	27
34	20349587	21002406	21705334	22464022	26
35	20360084	21013696	21717505	22477175	25
36	20370594	21025001	21729691	22490346	24
37	20381116	21036319	21741893	22503543	23
38	20391751	21047651	21754111	22516748	22
39	20402198	21058997	21766344	22529965	21
40	20412758	21070357	21778593	22543201	20
41	20423331	21081731	21790858	22556358	19
42	20433916	21093119	21803138	22569723	18
43	20444514	21104522	21815434	22583025	17
44	20455126	21115938	21827745	22596336	16
45	20465750	21127368	21840072	22609663	15
46	20476387	21138814	21852415	22623009	14
47	20487037	21150273	21864774	22636372	13
48	20497700	21161747	21877149	22649754	12
49	20508376	21173235	21889539	22663152	11
50	20519064	21184737	21901946	22676569	10
51	20529765	21196253	21914369	22690004	9
52	20540479	21207783	21926808	22703456	8
53	20551205	21219328	21939263	22716924	7
54	20561945	21230887	21951734	22730414	6
55	20572697	21242460	21964220	22743919	5
56	20583463	21254048	21976722	22757443	4
57	20594242	21265650	21989240	22770984	3
58	20605033	21277267	22001775	22784543	2
59	20615837	21288899	22014325	22798120	1
60	20626654	21300545	22026892	22811726	0
	29	28	27	26	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	64	65	66	67	
0	22811726	23662013	24585936	25593051	60
1	22825329	23676784	24602010	25610602	59
2	22838962	23691575	24618107	25628180	58
3	22852612	23706387	24634227	25645783	57
4	22866281	23721220	24650370	25663414	56
5	22879968	23736073	24666536	25681071	55
6	22893674	23750947	24682727	25698754	54
7	22907387	23765842	24698940	25716464	53
8	22921140	23780757	24715178	25734201	52
9	22934901	23795692	24731439	25751965	51
10	22948680	23810648	24747724	25769755	50
11	22962478	23825625	24764033	25787582	49
12	22976294	23840623	24780365	25805417	48
13	22990129	23855642	24796721	25823287	47
14	23003983	23870683	24813101	25841185	46
15	23017855	23885844	24829504	25859104	45
16	23031747	23900827	24845932	25877061	44
17	23045657	23915931	24862383	25895040	43
18	23059586	23931055	24879958	25913046	42
19	23073534	23946200	24895356	25931080	41
20	23087501	23961366	24911878	25949142	40
21	23101486	23976553	24928423	25967230	39
22	23115490	23991762	24944993	25985345	38
23	23129513	24006992	24961587	26003487	37
24	23143556	24022245	24978205	26021658	36
25	23157616	24037518	24994847	26039855	35
26	23171696	24052814	25011514	26058081	34
27	23185795	24068130	25028205	26076333	33
28	23199913	24083469	25044920	26094614	32
29	23214050	24098830	25061660	26112923	31
30	23228205	24114213	25078426	26131259	30
	25	24	23	22	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	64	65	66	67	
30	23228205	24114213	25078426	26131259	30
31	23242380	24129616	25095216	26149623	29
32	23256574	24145041	25112030	26168015	28
33	23270797	24160487	25128869	26186436	27
34	23285021	24175956	25115732	26204884	26
35	23299273	24191445	25162620	26223361	25
36	23313546	24206956	25179532	26241867	24
37	23327838	24222488	25196469	26260400	23
38	23342150	24238043	25213432	26278963	22
39	23356481	24253619	25230418	26297555	21
40	23370832	24269217	25247431	26316176	20
41	23385203	24284838	25264468	26334825	19
42	23399593	24300481	25281531	26353503	18
43	23414003	24316147	25298620	26372209	17
44	23428433	24331835	25315734	26390945	16
45	23442882	24347546	25332874	26409709	15
46	23457351	24363281	25350039	26428502	14
47	23471840	24379038	25367229	26447323	13
48	23486348	24394818	25384445	26466174	12
49	23500876	24410620	25401[illegible]87	26485053	11
50	23515424	24426446	25418[illegible]56	26503962	10
51	23529992	24442294	25436250	26522890	9
52	23544580	24458164	25453570	26541867	8
53	23559188	24474056	25470915	26560863	7
54	23573817	24489973	25488286	26579889	6
55	23588565	24505908	25505683	2659894[illegible]	5
56	23603134	24521869	25523005	26618030	4
57	23617822	24537851	25540553	26637145	3
58	23632532	24553857	25558027	26656291	2
59	23647262	24569885	25575[illegible]26	26675466	1
60	23662013	24585936	25593051	26694672	0
	25	24	23	22	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	68	69	70	71	
0	26694672	27904284	29238045	30715531	60
1	26713907	27925445	29261433	30741500	59
2	26733172	27946642	29284861	30767516	58
3	26752467	27967873	29308328	30793579	57
4	26771791	27989139	29331835	30819689	56
5	26791145	28010440	29355382	30845846	55
6	26810529	28031776	29378970	30872051	54
7	26829942	28053147	29402599	30898304	53
8	26849390	28074553	29426268	30924605	52
9	26868867	28095994	29449978	30950953	51
10	26888373	28117469	29473728	30977350	50
11	26907910	28138980	29497519	31003793	49
12	26927479	28160527	29521350	31030285	48
13	26947078	28182108	29545222	31056824	47
14	26966709	28203725	29569136	31083412	46
15	26986370	28225378	29593090	31110047	45
16	27006062	28247067	29617087	31136731	44
17	27025785	28268793	29641124	31163462	43
18	27045539	28290553	29665204	31190241	42
19	27065323	28312349	29689326	31217019	41
20	27085138	28334181	29713488	31243945	40
21	27104985	28356049	29737692	31270871	39
22	27124864	28377954	29761938	31297848	38
23	27144774	28399894	29786227	31324873	37
24	27164717	28421871	29810558	31351948	36
25	27184690	28443884	29834931	31379072	35
26	27204686	28465934	29859347	31406247	34
27	27224734	28488021	29883705	31433472	33
28	27244804	28510144	29908306	31460747	32
29	27264906	28532304	29932850	31488072	31
30	27285040	28554501	29957438	31515448	30
	21	20	19	18	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	68	69	70	71	
30	27285040	28554501	29957438	31515448	30
31	27305205	28576735	29982069	31542873	29
32	27325402	28599007	30006743	31570349	28
33	27345631	28621316	30031460	31597875	27
34	27365893	28643662	30056220	31625453	26
35	27386186	28666045	30081023	31653080	25
36	27406513	28688467	30105870	31680758	24
37	27426872	28710925	30130760	31708486	23
38	27447264	28733422	30155714	31736265	22
39	27467688	28755956	30180672	31764094	21
40	27488145	28778549	30205694	31791974	20
41	27508635	28801139	30230760	31819906	19
42	27529157	28823787	30255871	31847891	18
43	27549722	28846473	30281026	31875929	17
44	27570301	28869196	30306226	31904019	16
45	27590922	28891957	30331460	31932164	15
46	27611578	28914756	30356759	31960358	14
47	27632266	28937594	30382092	31988606	13
48	27652989	28960471	30407470	32016909	12
49	27673745	28983386	30432893	32045263	11
50	27694535	29006340	30458361	32073672	10
51	27715358	29029332	30483873	32102132	9
52	27736215	29052363	30509430	32130649	8
53	27757105	29075435	30535033	32159212	7
54	27778029	29098546	30560682	32187832	6
55	27798987	29121697	30586375	32216504	5
56	27819978	29144888	30612115	32245231	4
57	27841003	29168118	30637890	32274012	3
58	27862060	29191388	30663732	32302846	2
59	27883156	29214697	30689608	32331735	1
60	27904284	29238045	30715531	32360678	0
	21	20	19	18	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	72	73	74	75	
0	32360678	34202038	36279559	38637042	60
1	32389676	34235609	36316402	38679033	59
2	32418726	34268245	36353333	38721117	58
3	32447837	34300947	36390323	38763296	57
4	32477001	34333716	36427401	38805571	56
5	32506219	34366553	36464558	38847941	55
6	32535494	34399452	36501793	38890408	54
7	32564823	34432420	36539107	38932971	53
8	32594209	34465456	36570511	38975632	52
9	32623651	34498557	36613973	39018390	51
10	32653148	34531726	36651525	39061246	50
11	32682701	34564959	36689156	39104200	49
12	32712311	34598259	36726868	39147252	48
13	32741977	34631626	36764660	39190423	47
14	32771699	34665061	36802533	39233653	46
15	32801478	34698564	36840488	39277002	45
16	32831314	34732135	36878524	39320449	44
17	32861207	34765775	36916641	39363994	43
18	32891157	34799483	36954842	39407640	42
19	32921165	34833255	36993127	39451384	41
20	32951231	34867105	37031496	39495228	40
21	32981355	34901024	37069947	39539172	39
22	33011537	34935005	37108482	39583218	38
23	33041776	34966052	37147101	39627364	37
24	33072074	35003172	37185803	39671613	36
25	33102431	35037361	37224589	39715965	35
26	33131846	35071621	37263459	39760420	34
27	33163320	35105952	37302413	39804979	33
28	33193853	35140354	37341453	39849642	32
29	33224444	35174826	37380577	39894411	31
30	33255094	35209369	37419788	39939286	30
	17	16	15	14	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	72	73	74	75	
30	33255094	35209369	37419788	39939286	30
31	33285803	35243981	37459081	39984263	29
32	33316571	35278664	37498460	40029344	28
33	33347398	35313418	37537923	40074528	27
34	33378286	35348244	37577471	40119816	26
35	33409132	35383140	37617104	40165289	25
36	33440240	35418110	37656824	40210709	24
37	33471307	35453152	37696632	40256316	23
38	33502436	35488268	37736518	40302033	22
39	33533625	35523456	37776513	40347858	21
40	33564875	35558718	37816588	40393792	20
41	33596187	35594052	37856751	40439834	19
42	33627561	35629460	37897004	40485985	18
43	33658998	35664940	37937146	40532245	17
44	33690497	35700494	37977779	40578613	16
45	33722059	35736121	38018300	40625091	15
46	33753683	35771822	38058912	40671678	14
47	33785370	35807597	38099614	40718374	13
48	33817120	35843447	38140406	40765180	12
49	33848934	35879373	38181288	40812093	11
50	33880813	35915374	38222261	40859121	10
51	33912753	35951451	38263324	40906259	9
52	33944756	35987602	38304479	40953510	8
53	33976821	36023829	38345725	41004876	7
54	34008950	36060132	38387064	41048358	6
55	34041141	36096510	38428495	41095957	5
56	34073395	36132966	38470019	41143668	4
57	34105712	36169497	38511635	41191492	3
58	34138091	36206107	38553344	41239451	2
59	34170523	36242794	38595146	41287425	1
60	34203038	36279559	38637042	41335654	0
	17	16	15	14	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	76	77	78	79	
0	41335654	44454097	48097335	52408433	60
1	41383937	44510183	48163151	52486983	59
2	41432338	44566415	48229350	52565774	58
3	41480856	44622793	48295633	52644807	57
4	41529492	44679318	48362102	52724084	56
5	41578245	44735990	48428756	52803604	55
6	41627117	44792810	48495599	52883368	54
7	41676108	44849777	48562631	52963377	53
8	41725219	44906892	48629854	53043632	52
9	41774450	44964155	48697269	53124134	51
10	41823802	45021567	48764877	53204885	50
11	41873273	45079129	48832678	53285884	49
12	41922863	45136843	48900673	53367134	48
13	41972573	45194707	48968853	53448635	47
14	42022405	45252726	49037249	53530390	46
15	42072357	45310898	49105830	53612399	45
16	42122431	45369224	49174607	53694666	44
17	42172625	45427703	49243590	53777191	43
18	42222942	45486338	49312751	53859976	42
19	42273380	45545127	49382118	53943022	41
20	42323942	45604073	49451684	54026331	40
21	42374627	45663175	49521449	54109903	39
22	42425439	45722435	49591416	54193739	38
23	42476377	45781853	49661584	54277840	37
24	42527442	45841429	49731956	54362207	36
25	42578635	45901164	49802532	54446842	35
26	42629957	45961059	49873313	54531744	34
27	42681409	46021115	49944301	54616915	33
28	42732991	46081333	50015497	54702356	32
29	42784705	46141715	50086901	54788068	31
30	42836551	46202261	50158514	54874053	30
	13	12	11	10	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	76	77	78	79	
30	42836551	46202261	50158514	54874053	30
31	42888527	46262969	50230335	54960312	29
32	42940631	46323841	50302367	55046847	28
33	42992865	46384877	50374610	55133659	27
34	43045229	46446076	50447065	55220751	26
35	43097722	46507440	50519732	55308122	25
36	43150347	46568970	50592614	55395775	24
37	43203103	46630665	50665711	55483710	23
38	43255992	46692527	50739024	55571930	22
39	43309012	46754555	50812553	55660434	21
40	43362166	46816752	50886299	55749226	20
41	43415454	46879117	50960263	55838300	19
42	43468877	46941653	51034447	55927677	18
43	43522435	47004361	51108850	56017340	17
44	43576129	47067242	51183475	56107297	16
45	43629959	47130297	51258321	56197549	15
46	43683925	47193526	51333391	56288099	14
47	43738728	47256930	51408684	56378948	13
48	43792268	47320509	51484204	56470097	12
49	43846646	47384264	51559951	56561548	11
50	43901162	47448195	51635936	56653302	10
51	43955817	47512302	51712129	56745360	9
52	44000612	47576586	51788563	56837723	8
53	44065548	47641048	51865227	56930392	7
54	44120625	47705689	51942124	57023369	6
55	44175844	47770510	52019254	57116653	5
56	44231207	47835511	52096618	57210246	4
57	44286712	47900693	52174216	57304150	3
58	44342362	47966058	52252051	57398367	2
59	44398156	48031605	52330123	57492896	1
60	44454097	48097335	52408433	57587740	0
	13	12	11	10	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis

	80	81	82	83	
0	57587740	63924495	71852975	82055127	60
1	57682901	64042118	72002006	82249986	59
2	57778381	64160180	72151659	82445779	58
3	57874180	64278683	72301942	82642513	57
4	57970302	64397632	72452863	82840196	56
5	58066748	64517028	72604421	83038833	55
6	58163520	64636873	72756618	83238436	54
7	58260619	64757168	72909461	83439009	53
8	58358049	64877918	73062954	83640561	52
9	58455810	64999124	73217100	83843097	51
10	58553904	65120789	73371903	84046626	50
11	58652333	65242916	73527367	84251153	49
12	58751099	65365508	73683499	84456680	48
13	58850205	65488566	73840302	84663213	47
14	58949653	65612095	73997782	84870760	46
15	59049444	65736097	74155942	85079327	45
16	59149581	65859675	74314786	85288957	44
17	59250065	65985531	74474318	85499628	43
18	59350898	66110967	74634544	85711347	42
19	59452082	66246886	74795468	85924121	41
20	59553618	66363291	74957095	86137958	40
21	59655506	66490185	75119429	86352864	39
22	59757728	66617572	75282475	86568849	38
23	59860346	66745453	75446238	86785921	37
24	59963291	66873831	75610721	87004089	36
25	60066612	67002708	75775928	87223362	35
26	60170285	67132088	75941864	87443750	34
27	60274319	67261972	76108533	87665261	33
28	60378718	67392365	76275941	87887909	32
29	60483482	67523270	76444091	88111704	31
30	60588615	67654691	76612989	88336657	30
	9	8	7	6	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80	81	82	83	
30	60588615	67654691	76612989	88336657	30
31	60694118	67786629	76782641	88562776	29
32	60799995	67919089	76953050	88790069	28
33	60906246	68052073	77124223	89018543	27
34	61012875	68185585	77296165	89248201	26
35	61119882	68319630	77468882	89479054	25
36	61227271	68454208	77642381	89711108	24
37	61335043	68589313	77816665	89944373	23
38	61443202	68724977	77991740	90178856	22
39	61551749	68861175	78167612	90414568	21
40	61660686	68997920	78344287	90651519	20
41	61770013	69135315	78521769	90889717	19
42	61879735	69273018	78700066	91129181	18
43	61989853	69411469	78879183	91369917	17
44	62100367	69550434	79059128	91611941	16
45	62211280	69689963	79239905	91855265	15
46	62322594	69830059	79421520	92099899	14
47	62434312	69970726	79603976	92345849	13
48	62546437	70111967	79787381	92593126	12
49	62658971	70253786	79971439	92841739	11
50	62771918	70396188	80156456	93091699	10
51	62885274	70539174	80342336	93342963	9
52	62999049	70682751	80529087	93595620	8
53	63113241	70826919	80716713	93849647	7
54	63227855	70971684	80905219	94105066	6
55	63342890	71117047	81094612	94361964	5
56	63458352	71263014	81284899	94620181	4
57	63574240	71409586	81476087	94879901	3
58	63690559	71556760	81668183	95141050	2
59	63807309	71704564	81861195	95403639	1
60	63924495	71852975	82055127	95667689	0
	9	8	7	6	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	84	85	86	
0	95667689	114737188	143355808	60
1	95933204	115119970	143954694	59
2	96200195	115505313	144558602	58
3	96468673	115893242	145167595	57
4	96738655	116283797	145781740	56
5	97010253	116676991	146401101	55
6	97283267	117072851	147025745	54
7	97557932	117471403	147655740	53
8	97834057	117872815	148291169	52
9	98111843	118276840	148932108	51
10	98391211	118683794	149578791	50
11	98672171	119093414	150230942	49
12	98954738	119506013	150888966	48
13	99236930	119921335	151552578	47
14	99524766	120339695	152222283	46
15	99812250	120760985	152897946	45
16	100101400	121185232	153579394	44
17	100392329	121612482	154267179	43
18	100684851	122042752	154961155	42
19	100979193	122476076	155661396	41
20	101275259	122912485	156368008	40
21	101572962	123352014	1[illegible]081063	39
22	101872522	123794696	157800648	38
23	102173854	124240732	158526854	37
24	102476971	124689836	159259771	36
25	102781890	125142353	159999560	35
26	103088639	125598007	160746121	34
27	103397202	126057149	161499724	33
28	103707656	126519656	162260744	32
29	104019959	126985568	163028671	31
30	104334254	127454936	163804188	30
	5	4	3	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	84	85	86	
30	104334254	127454936	163804188	30
31	104650345	127927785	164586836	29
32	104968474	128404152	165377268	28
33	105288542	128884078	166175067	27
34	105610566	129367604	166980877	26
35	105934564	129854921	167794536	25
36	106260557	130345812	168615879	24
37	106588558	130840395	169445585	23
38	106918589	131338917	170283495	22
39	107250680	131841076	171129820	21
40	107584955	132347264	171984431	20
41	107921201	132857174	172847712	19
42	108259554	133371390	173719700	18
43	108600151	133889600	174600528	17
44	108942779	134411312	175490331	16
45	109287702	134937471	176389247	15
46	109634817	135467749	177297417	14
47	109984143	136002235	178215000	13
48	110335695	136540955	179142131	12
49	110689503	137083887	180078954	11
50	111045597	137631223	181025951	10
51	111403988	138183016	181982628	9
52	111764699	138739177	182949802	8
53	112127750	139299830	183926988	7
54	112493167	139865032	184915009	6
55	112861097	140435034	185913698	5
56	113231316	141009514	186922883	4
57	113604036	141588910	187943432	3
58	113979204	142172885	188975184	2
59	114356941	142761897	190018342	1
60	114737188	143355808	191073059	0
	5	4	3	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	87	88	89	
0	191073059	286537048	572987098	60
1	192139567	288943841	582696234	59
2	193218044	291391404	592740072	58
3	194308693	293880683	603139919	57
4	195411723	296413087	613907444	56
5	196527729	298990299	625070305	55
6	197656182	301611807	636642580	54
7	198797665	304279687	648655621	53
8	199952408	306996123	661126359	52
9	201120639	309760533	674090521	51
10	202303011	312576192	687573461	50
11	203498943	315442491	701612741	49
12	204709121	318361849	716229489	48
13	205934200	321336774	731453951	47
14	207173596	324366765	747356168	46
15	208428431	327455509	763965262	45
16	209698119	330602545	781323254	44
17	210983811	333811800	799494739	43
18	212284914	337082830	818524878	42
19	213602421	340419652	838490069	41
20	214936837	343823403	859453551	40
21	216287319	347294586	881484374	39
22	217655350	350837799	904682629	38
23	219040792	354454051	929134899	37
24	220443981	358145679	954945691	36
25	221865261	361914968	982231457	35
26	223305005	365763113	1011112129	34
27	224763453	369695332	1041753449	33
28	226241278	373713015	1074309940	32
29	227738558	377818975	1108967170	31
30	229255785	382016194	1145934768	30
	2	1	0	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	87	88	89	
30	229255785	382016194	1145934768	30
31	230793360	386307709	1185438054	29
32	232351718	390696734	1227777193	28
33	233931261	395186630	1273252703	27
34	235532422	399780916	1322226495	26
35	237156211	404483275	1375118522	25
36	238801972	409397566	1432397932	24
37	240470730	414227875	1494678912	23
38	242163582	419278406	1562622042	22
39	243879838	424453607	1637036239	21
40	245621193	429758156	1718892212	20
41	247386980	435196961	1809365043	19
42	249178956	440775230	1909891150	18
43	250996450	446498305	2022234532	17
44	252841285	452371994	2148642981	16
45	254713463	458402271	2291895669	15
46	256612911	464595485	2455554199	14
47	258541565	470958329	2644450861	13
48	260499426	477497828	2864894681	12
49	262487160	484221619	3125282743	11
50	264505458	491139838	3437843546	10
51	266554348	498256113	3819709423	9
52	268635944	505581634	4297193536	8
53	270750304	513128395	4911255640	7
54	272898206	520901152	5729642566	6
55	275080457	528915798	6875687278	5
56	277297985	537178089	8594018365	4
57	279551349	545702599	11458691197	3
58	281841763	554505091	17188036598	2
59	284170013	563593031	34376072269	1
60	286537048	572987098	Infinita.	0
	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

VSVS TABVLÆ TAM TANGENTIUM, quam ſecantium.

Vſus tabulæ tam tangentium, quam ſecantium.

EX vtraq; tabula non aliter tangentes, ac ſecantes arcuum, vel complementorum arcuum inueſtigabimus, ac ſupra ſinus rectos, & ſinus complementorum arcuum ex ſinuum tabula eruere docuimus. Vt ſi quæratur tam tangens, quam ſecans arcus grad. 50. Min. 24. inuenietur in tabula tangentium ſub grad. 50. in vertice tabulæ poſitis, è regione Min. 24. ad ſiniſtram collocatorum tangens particularum 12087923. qualium ſinus totus ponitur 10000000. In tabula vero ſecantium reperietur ſub grad. 50. è regione Min. 24. ſecans earundem particularum. 15688144. Quod ſi quæratur tam tangens, quam ſecans complementi arcus 39. Min. 36. reperietur in priori quidem tabula ſupra grad. 39. in ima ſede poſitos, è regione Min. 36. ad dextram collocatorum tangens eadem, quæ prius, 12087923. In poſteriori vero tabula eadem ſecans 15688144. proptereà quòd complementum arcus grad. 39. Min. 36. complectitur grad. 50. Min. 24. cui arcui dicta tangens, ac ſecans debetur, vt patet.

IAM verò ſi ſinus totus aſſumatur particularum tantummodo 100000. abiectis duabus cifris ex ſinu toto 10000000. abijciendæ quoq; erunt ex ſingulis tangentibus, ac ſecantibus duæ priores figuræ ad dextram: quemadmodum de ſinubus diximus.

SINVVM, TANGENTIVM, ET SECANTIVM FINIS.

CHRISTOPHORI
CLAVII BAMBERGENSIS
E SOCIETATE IESV
TRIANGVLA
RECTILINEA.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA RECTILINEA.

PRÆFATIO.

SINVVM, linearum tangentium, & ſecantium vſus potiſſimum in doctrina triangulorum tam rectilineorum, quàm ſphæricorum conſiſtit. Omnes enim Aſtronomi in motibus cæleſtibus vel inueſtigandis, vel explicandis explorant in triangulis beneficio ſinuum, linearum tangentium, & ſecantium tum latera ex angulis notis, tum etiam angulos ex lateribus cognitis. Id quod ex Epitoma Ioan. Regiom. in Almageſtum, ſiue magnam cōſtructionem Ptolomæi, ex opere Copernici de reuolutionibus cæleſtibus, & ex aliorum Aſtronomorū ſcriptis perſpicuè conſtare poteſt. Quam ob rem cum iam tractationem ſinuum, linearumq́; tangentium, ac ſecantium abſoluerimus, ordo poſtulat, vt ſciētiam hanc triangulorum à Ioanne Regiom.

Vſus ſinuū, linearū tangentium, & ſecantium in doctrina triangulorum potiſſimum conſiſtit.

Co 2 *quinq;*

quinq; libris diffuſè explicatam, & à Gebro Hiſpalenſi Arabe, necnon à Nicolao Copernico breuiter quidem, ſed paulò obſcurius traditam, pro virili etiam exponamus, cum incredibilis ſit eorum vtilitas cum in rebus omnibus Mathematicis, tum præſertim in cæleſtibus motibus, & in ijs rebus, quæ ex illis pendent, rectè intelligendis, vel inueſtigãdis, vt dictum eſt, & partim etiam non obſcure ex noſtra Gnomonica colligi poteſt, vbi permulta ad horologia pertinentia ex triangulis à nobis ſunt demonſtrata. Exordiemur autem à triangulis rectilineis, tanquam facilioribus, de quibus ea ſolum demonſtrabimus, quæ ad res Aſtronomicas, & Geometricas recte percipiendas neceſſaria eſſe iudicamus: Id quod etiam in ſphæricis triangulis obſeruauimus. Qui plura deſiderat, legat Menelaum, & Maurolycum de ſphæricis triangulis, de rectilineis vero Ioannem Regiomontanum. Ante omnia autem explicandum erit, penes quid angulorum rectilineorum quantitas ſumenda ſit.

PENES QVID ANGVLI rectilinei magnitudo ſumatur.

Angulorũ rectilineorũ magnitudo penes quid ſumatur.

ANGVLI cuiuſuis rectilinei magnitudo ſumitur penes arcum circuli ex ipſo angulo, vt centro, deſcripti ad quodcunq; interuallum, inter rectas lineas angulum comprehendentes interceptum. Nam quilibet angulus rectilineus tantus eſſe dicitur, quantus eſt arcus circuli, cuius centrum eſt in ipſo angulo, inter duas lineas rectas,

quæ

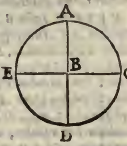
quæ angulum continent, interiectus: ita vt quot graduum fuerit ille arcus, totidem partium ſit & angulus, qualium quatuor recti ſunt 360. aut vnus rectus 90. Ex quo fit, indifferenter ſinum anguli rectilinei pro ſinu arcus accipi poſſe, & contra; quod etiam de tangente, & ſecante intelligatur: quandoquidem arcus, & angulus illi in centro inſiſtens eundem habent partium numerum, licet diuerſi generis, cum partes arcus ſint arcus, partes vero anguli ſint anguli: quamuis & partes anguli dici poſſint arcus, ita vt angulus dicatur habere tot gradus, quot in arcu, cui inſiſtit, comprehenduntur. Angulus rectilineus eſt tot partiũ, quot graduũ eſt arcus circuli, cui in centro inſiſtit.

QVANDOCVNQVE *ergo arcus angulum rectilineum metiens eſt quadrãs, id eſt, quarta pars totius circunferentiæ, angulus ei inſiſtens in centro rectus erit, nempe quarta pars quatuor rectorum, quibus ſpatium, quod circumſtat centrum circuli æqualiter omnes partes circunferentiæ reſpiciens, æquale eſt: quando autem arcus idem eſt quadrante minor, angulus quoq; minor erit recto, nempe acutus: quando deniq; arcus eſt maior quadrante, angulus etiam recto maior erit, nimirum obtuſus. Et contra, quando angulus eſt rectus, erit arcus illum metiens quadrans: quando acutus, quadrante minor: quando deniq; obtuſus, maior quadrante. Quæ omnia ex lemmate ſequenti erunt perſpicua.* Coroll. 2. 15. primi.

LEMMA.

RECTÆ lineæ angulum rectum comprehendentes abſcindũt quadrantem ex circulo, qui ex ipſo angulo, vt centro, ad quodcunq; interuallum deſcribitur: lineæ vero rectæ angulum acutum continentes auferunt arcum quadrante minorem: lineæ deniq; rectę conſtituentes angulum obtuſum intercipiunt in eodem circulo arcum maiorem quadrante. Et contra, rectæ lineæ ex centro circuli egredientes, quadrantemq; intercipientes conſtituunt angulum rectum: lineæ vero arcum quadrante minorem abſcindentes angulum acutum continent: rectæ deniq; lineæ auferentes arcum maiorem quadrante obtuſum angulum comprehendunt. Quomodo ſe habeant anguli recti lineæ ad arcus circulorũ ex ipſis, vt centris, deſcriptorũ, & contra.

RECTAE *lineæ A B, C B, angulum rectum contineant A B C, & ex B, circulus deſcribatur A C D E. Dico arcum A C, quadrantem eſſe, &c. Quoniam enim eſt, vt angulus A B C, in centro ad quatuor rectos, ita arcus A C, ad totam circumferentiam; eſt autem angulus A B C, cum rectus ſit, quarta pars quatuor rectorum: erit quoq; arcus A C, totius circunferentiæ quarta pars, id eſt, quadrans. Quoniam vero recta linea conſtituens cum recta A B, in puncto B, angulum acutum cadit in arcum A C,* Coroll. 2. 33. ſexti.



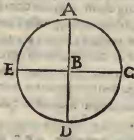
recta vero linea cum eadem A B, conſtituens angulum obtuſum in puncto B, cadit in arcum C D; liquido conſtat, rectas lineas angulum acutum in

centro

centro B, conſtituentes intercipere arcum quadrante A C, minorem, lineas vero rectas continẽtes angulum obtuſum abſcindere arcum quadrante A C, maiorem.

SED auferant iam rectæ B A, B C, ex centro B, egredientes quadrantem A C. Dico angulum A B C, eſſe rectum, &c. Quoniam enim Coroll. 2. 33. ſexti. *eſt, vt arcus A C, ad totam circunferentiam, ita angulus A B C, in centro ad quatuor rectos; eſt autem arcus A C, quadrans, id eſt, quarta pars circunferentiæ totius: erit quoq; angulus A B C, quarta pars quatuor rectorum, atq; adeo rectus. Quia vero rectæ ex centro B, emiſſæ, atque arcum quadrante A C, minorem auferentes angulum conſtituunt minorem angulo recto A B C, auferentes vero arcum quadrante A C, maiorem conſtituunt angulum recto angulo A B C, maiorem; perſpicuum eſt, rectas lineas arcum quadrante A C, minorem intercipientes conſtituere in centro B, angulum acutum, lineas vero rectas arcum quadrante A C, maiorem includentes continere in centro B, angulum obtuſum. Quod eſt propoſitum.*

ALITER. Contineant rurſum rectæ A B, C B, angulum rectum ABC, et ex B, circulus deſcribatur ACDE. Dico arcum A C, eſſe quadrantem, &c. Productis enim rectis A B, C B, ad D, E, erunt & anguli A B E, C B D, cum ſint angulo A B C, deinceps, recti, ex definitione; necnõ & angulus D B E, quòd angulo ABC, 15. primi. *ſit ad verticem æqualis, rectus. Quare cum omnes quatuor anguli ad B, centrum ſint re-* 26. tertij. *cti, id eſt, æquales, æquales quoq; erunt quatuor arcus A C, C D, D E, E A; atq; adeo quilibet eorum quadrans erit. Reliqua demonſtrabuntur, vt prius.*



VERVM rectæ B A, B C, ex centro B, emiſſæ auferant iam quadrantem A C. Dico angulum A B C, rectum eſſe, &c. Productis enim 15. primi. *rectis A B, C B, ad D, E, cum angulus D B E, angulo A B C, ad verti-* 26. tertij. *cem ſit æqualis, erit & arcus D E, arcui A C, æqualis, & proinde quadrans. Semicirculum ergo conficiunt duo quadrantes A C, D E; atque adeo reliqui duo arcus A E, D C, alterum ſemicirculum conſtituent. Cum* 26. tertij. *ergo duo arcus A E, D C, æquales ſint, quòd anguli A B E, C B D, ad* 15. primi. *verticem ſint æquales; erit vterq; eorum quadrans: ac propterea quatuor arcus A C, C D, D E, E A, cum ſint quadrantes, æquales erunt.* 27. tertij. *Quatuor ergo anguli ad centrum B, æquales quoq; erunt; atq; adeo eorum quilibet erit rectus. Vel breuius. Cum A C, ſit quadrans, erit quoque*

tam

tam in ſemicirculo C A E, reliquus arcus A E, quam in ſemicirculo A C D, reliquus arcus C D, quadrans: Eodemq́; modo in ſemicirculo A E D, vel C D E, reliquus arcus D F, quadrans erit; & proinde quatuor anguli ad B, quatuor quadrantibus æqualibus inſiſtentes erunt æquales, & recti. Reliqua, vt prius, oſtendentur. 17. tertij.

SCHOLIVM.

Datis duobus angulis trianguli rectilinei, datus etiã erit tertius. Itẽ in triãgulo rectangulo, ſi detur vnus angulus acutus, datus quoq; erit acutus reliquus.

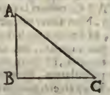
IN materia porro triangulorum rectilineorum, cum dantur duo anguli noti, tertius illico notus quoq; erit, cum ſit complementum duorum rectorum: Item cum in triangulo rectãgulo datur vnus acutus angulus, notus etiã erit reliquus acutus, quod ſit complementum vnius recti. Itaq; detractis duobus angulis notis ſimul ex grad. 180. reliquus erit tertius notus. Item in triangulo rectangulo, ſi detrahatur acutus notus ex grad. 90. remanebit alter acutus notus. Quod ſemel monuiſſe ſatis ſit.

THEOR. 1. PROPOS. 1.

Latera trianguli rectilinei ſunt ſinubus angulorũ oppoſitorum proportionalia.

IN omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam ſinus angulorum illis oppoſitorum.

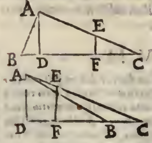
SIT primum triangulum rectangulum A B C, cuius angulus rectus B. Dico eſſe A B, ad A C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B. Item A B, ad B C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli A, &c. Quoniam enim, vt in definitionibus ſinuum oſtendimus, ſi A C, ponatur ſinus totus, latus A B, eſt ſinus anguli C; & B C, ſinus anguli A: liquido conſtat, ita eſſe latus A B, ad latus A C, vt eſt A B, ſinus anguli C, ad A C, ſinum totum anguli recti B: Vel ita eſſe latus A C, ad latus A B, vt eſt A C, ſinus totus recti anguli B, ad A B, ſinum anguli C; cum ipſa latera ſint ſinus angulorum oppoſitorum, ac proinde vtrobiq; ſit identitatis proportio. Eadem ratione erit, vt latus A C, ad latus B C, ita A C, ſinus totus anguli recti B, ad B C, ſinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A C, ita B C, ſinus anguli A, ad A C, ſinum totum recti anguli B. Item vt latus A B, ad latus B C, ita A B, ſinus anguli C, ad B C, ſinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita B C, ſinus anguli A, ad A B, ſinum anguli C.



SIT deinde triangulum A B C, non rectangulum. Dico rurſus eſſe latus A B, ad latus A C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, &c. Aut enim latera aſſumpta A B, A C, æqualia ſunt, aut inæqualia. Si æqualia, erunt quoq; anguli C, B, æquales; ac proinde, vt in definitionibus ſinuum docuimus, eorum ſinus æquales. Quare erit, vt latus A B, ad latus A C, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli B: Vel vt latus A C, ad latus A B, ita ſinus anguli B, ad ſinum anguli C; cum ſemper ſit proportio æqualitatis. Si 5. primi.

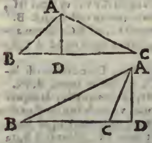
vero

vero latera A B, A C, ſunt inæqualia, ſit A C, maius, ex quo abſcindatur recta C E, minori lateri A B, æqualis, & ex A, E, ad tertium latus B C, perpendiculares demittantur A D, E F, quarum vtraq; cadet intra triangulum, quando angulus B, maiori lateri A C, oppoſitus acutus eſt. Erit enim & tunc angulus quoq; C, acutus, cum minor ſit, quam B. Quare perpendicularis A D, intra triangulum cadet, ac proinde & perpendicularis E F. Quando vero angulus B, obtuſus eſt, cadet quidem A D, ſemper extra triangulum, at E F, cadere poteſt vel extra etiam, vel in punctum B, vel intra triangulum. Quomodocunq; autem cadant dictæ perpendiculares, ſemper eadem erit demonſtratio. Nam cum A D, E F, ſint parallelæ, erunt triangula C E F, C A D, ſimilia. Quamobrem erit, vt C E, ad E F, ita C A, ad A D. Cum ergo ex ijs, quæ in definitionibus ſinuum tradidimus, poſito ſinu toto C E, recta E F, ſit ſinus anguli C; poſito item ſinu toto A B, recta A D, ſit ſinus anguli A B D; ſintq; ſinus toti C E, A B, reſpectu quorum illi ſunt ſinus, æquales; liquet eſſe, vt C E, hoc eſt, latus A B, ad E F, ſinum anguli C, ita latus C A, ad A D, ſinum anguli A B D: Et permutando, vt latus A B, ad latus A C, ita E F, ſinum anguli C, ad A D, ſinum anguli A B D, hoc eſt, in poſteriori triangulo, ad ſinum anguli A B C, cum duo anguli ad B, æquales ſint duobus rectis, & proinde eundem ſinum habeant, vt in definitionibus ſinuum docuimus. Ex quo conſtat, ita eſſe minus latus A B, ad maius A C, vt eſt E F, ſinus anguli C, minori lateri oppoſiti ad A D, ſinum anguli A B C, maiori lateri oppoſiti: Et conuertendo, ita eſſe maius latus A C, ad minus A B, vt eſt A D, ſinus anguli A B C, maiori lateri oppoſiti ad E F, ſinum anguli C, minori lateri oppoſiti. Non aliter oſtendemus eſſe, vt latus A B, ad latus B C, ita ſinum anguli C, ad ſinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita ſinum anguli A, ad ſinum anguli C. &c. dummodo ex puncto, vbi conueniunt latera aſſumpta inæqualia, (ſi forte æqualia non ſunt) ducas ad latus oppoſitum lineam perpendicularem, & minori lateri ex maiore rectam æqualem abſcindas, initio facto ab altero puncto extremo maioris lateris, vbi cum tertio latere coniungitur, vt à nobis factum eſt, &c.



18. primi.
Schol. 13. ſecundi.
Schol. 12. ſecundi.
18. primi.
Coroll. 4. ſexti.
4. ſexti.

ALITER. Sit rurſus triangulum non rectangulum A B C: de rectangulo enim in principio huius demonſtrationis iam eſt demonſtratum. Dico eſſe, vt latus A B, ad latus A C, ita ſinum anguli C, ad ſinum anguli B: Vel vt latus A C, ad latus A B, ita ſinum anguli B, ad ſinum anguli C, &c. Ducta enim ex A, vbi duo latera aſſumpta coeunt, ad tertiũ latus B C, perpẽdicularis AD, quæ vel intra triangulum cadet, vel extra, prout anguli B, & C, acuti fuerint,



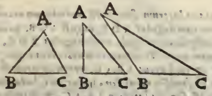
latus A B.	ſin. ang. C.
latus A D.	ſin. ang. D.
latus A C.	ſin. ang. B.

rint, vel alter eorũ obtuſus fuerit in triangulo rectangulo A B D, vt latus A B, ad latus A D, ita ſinus anguli recti D, ad ſinum anguli B, vt ſupra eſt demonſtratum: Item in triangulo rectangulo A D C, vt latus A D, ad latus A C, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli recti D. Ex æqualitate ergo, & perturbata proportione erit, vt latus A B, ad latus A C, ita ſinus anguli C, (Habẽt enim duo anguli ad C, in obtuſangulo triangulo eundem ſinum, vt in tractatione ſinuum oſtendimus. ad ſinum anguli B, vt in formula ſuprapoſita apparet: Et conuertendo quoq; , vt latus A C, ad latus A B, ita ſinus anguli B, ad ſinum anguli C. Eodem modo concludemus eſſe, vt latus A B, ad latus B C, ita ſinum anguli C, ad ſinum anguli B A C: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita ſinum anguli B A C, ad ſinum anguli C, &c. Quocirca in omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam ſinus angulorum illis oppoſitorum. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

Qua rõne ex trib⁹ vel duobus angulis notis cuiuſuis triãguli cognoſcantur proportiones laterũ.

EX hac propoſ. facile colligemus proportiones laterum cuiuſuis trianguli rectilinei, cuius omnes anguli cogniti ſint, vel duo tantum. Sint enim omnes anguli in triangulo A B C, noti. Dico proportiones laterum notas eſſe. Cum enim eadem ſit proportio lateris A B, ad latus A C. quæ ſinus anguli C, ad ſinum anguli B; ſint autem ſinus angulorũ C, B, notorum cogniti ex tabula ſinuum; nota erit proportio lateris AB, ad latus A C, &c. (4. huius.) *Exempli cauſa, ponatur in primo triangulo angulus C, grad. 60. B, grad. 50. & A, grad. 70. Horum ſinus ſunt 86602. 76604. 93969. Eſt ergo proportio A B, ad A C, eadem, quæ 86602. ad 76604. & A B, ad B C, eadem, quæ 86602. ad 93969. & A C, ad B C, eadem, quæ 76604. ad 93969. In triangulo vero ſecundo ponatur angulus B, rectus, ac proinde grad. 90. C, grad. 50. & A, grad 40. Horum ſinus ſunt 100000. 76604. 64278. Erit igitur A B, ad A C, vt 76604. ad 100000. & A B, ad B C, vt 76604. ad 64278. & A C, ad B C, vt 100000 ad 64278. In triangulo denique tertio ſtatuatur angulus B, obtuſus & grad. 124 C, grad. 30 & A, grad. 26 Horum ſinus ſunt (ſi pro ſinu anguli obtuſi accipiatur ſinus complementi ipſius vſq; ad grad. 180 nempe ſinus grad 56.) 82903. 50000. 43837 Quare erit A B, ad A C, vt 50000 ad 82903. & A B, ad B C, vt 50000. ad 43837. & A C, ad B C, vt 82903. ad 43837.*



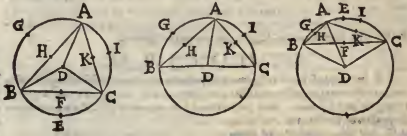
ITAQVE vt facile proportiones laterum habeantur, ſatis eſt, ſi lateribus ſinus angulorum oppoſitorum aſcribantur: propterea quòd latera eandem proportionem habent, quam oppoſitorum angulorum ſinus, vt demonſtratum eſt. Praxis.

QVOD ſi duo tantum anguli cogniti ſint, erit reliquus tertius quoq; notus. Quare, vt prius, laterum proportiones cognoſcentur.

POSSVMVS eaſdem proportiones laterum cognoſcere ex angulis datis, ſine auxilio antecedentis propoſ. hoc modo. Circa datum triangulum A B C, deſcribatur (5 quarti)

 tur

Coroll. 5. quarti. tur circulus, cuius centrum D, quod cadet vel intra triangulum, vel in vnum latus, vel extra triangulum, prout triangulum fuerit vel acutangulum, vel rectangulũ, aut obtuſangulum. Ductis deinde ex centro D, ad omnes angulos rectis D A, D B, D C, (In rectangulo triangulo ſatis eſt, ſi ducatur D A, quòd D B, D C, partes ſint lateris B C.) ſecentur ſingula latera, & arcus, quos ſubtendunt, biſariam in punctis F, H, K, & E, G, I. In rectangulo tamen triangulo arcus B C, cui rectus angulus inſiſtit, non eſt diuidendus biſariã: In obtusangulo autem ſecãdus eſt biſariam arcus B A C, in quo exiſtit obtuſus angulus, non autem arcus B C, cui inſiſtit. Erunt autem me-



dietates laterum ſinus recti medietatum arcuum, ex defin. ſinus recti. Itaq; quoniam tam angulus A D B, anguli A C B, quàm angulus A D C, anguli A B C, & in
20 tertij. triangulo acutangulo etiam angulus B D C, anguli B A C, duplus eſt: ponuntur autem anguli triangulorum noti; erunt quoq; eorum dupli in centro cogniti: Quare & eorũ arcus A B, A C, necnon & arcus B C, in primo circulo noti erunt; ac proinde & ſemiſſes eorundem. Igitur, ex tabula ſinuum, dabuntur ſinus harum ſemiſsium, hoc eſt, ſemiſſes laterum A B, A C, & in triangulo acutangulo ſemiſsis quoq; lateris B C; proptereaq; & tota latera A B, A C, vnà cum latere B C, in triangulo acutangulo, cognita fient in partibus ſinus totius A D. In triangulo porrò rectangulo latus B C, recto angulo oppoſitum duplum eſt ſinus totius, ac proinde notum in eiſdem partibus ſinus totius A D: In triangulo vero obtuſangulo latus B C, angulo obtuſo oppoſitum ita dabitur. Quoniam arcus A B, A C, dati ſunt, datus etiam erit totus arcus B A C, ex ipſis conflatus. Igitur & eius ſemiſsis B E, & proinde & huius ſemiſsis ſinus rectus B F, dabitur; proptereaq; & totum latus B C. Cognita ergo erunt hac ratione omnia latera in partibus ſemidiametri circuli triangulo circumſcripti; & proinde eorum proportiones notæ.

Praxis. *ITA autem ſine longa circuitione latera cognoſces in partibus dictæ ſemidiametri. Sinus rectus cuiuſuis anguli acuti duplicetur, & habebitur latus illi angulo oppoſitum in partibus dictæ ſemidiametri. quod facile ex demonſtratis intelligi poteſt. Nam quilibet angulus acutus continet tot gradus, quot ſunt in ſemiſſe arcus, cui inſiſtit; Vt angulus A C B, continet tot gradus, quot ſunt in arcu A G, ſemiſſe arcus A B, cui inſiſtit, propterea quòd angulus A D B, cui totus arcus A B, debetur, du-*
20. tertij. *plus eſt anguli A C B. Quare cum A H, ſemiſſis lateris A B, ſit ſinus arcus A G, erit eadem A H, ſinus anguli A C B: atq; adeo ſinus anguli*

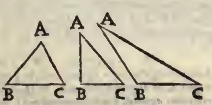
guli A C B, duplicatus dabit latus A B, in partibus ſemidiametri A D, &c. Latus autem recto angulo oppoſitum perpetuò eſt diameter circuli circumſcripti triangulo. quare ſi ſemidiameter, ſinusve totus duplicetur, cognitum fiet ipſum latus. Latus deniq; obtuſo angulo oppoſitum habebitur, ſi vterq; angulorum acutorum duplicetur, & duplicatorum ſemiſſis accipiatur. Nam ſinus huius ſemiſſis duplicatus illico latus oſtendet 20. tertij. *notum. Anguli namq; A D B, A D C, dupli ſunt acutorum angulorum A C B, A B C: quibus quidem duplis angulis totus arcus B A C, debetur, &c.*

IMMO *vero ſi non dentur anguli, ſed eorum tantum proportiones, cognoſcemus nihilominus proportiones laterum, ſi prius ex angulorum proportionibus datis eorundem magnitudines inueſtigemus, hoc modo. In primo triangulo prioris figuræ huius ſcholij ponatur proportio anguli C, ad angulum B, eadem, quæ 12. ad 10. & anguli B, ad angulum A, quæ 20. ad 28. quæ duæ proportiones notæ ſatis ſunt, etiamſi proportio anguli A, ad angulum C, ignota ſit. Inuentis autem minimis numeris 6. 5. qui eandem proportionem habeant, quam anguli C, B, hoc eſt, quam numeri 12. 10. ſi hi minimi non ſint; Item minimis 5. 7. eandem proportionem habentibus, quam anguli B, A, ſiue numeri 20. 28. ſumemus tres hoſce numeros deinceps minimos 6. 5. 7. in proportionibus numerorum minimorum 6. 5. & 5 7. qui ſi non eſſent deinceps minimi, inquirendi eſſent tres minimi, per ea, quæ ab Euclide demonſtrata ſunt lib. 8. Erit ergo angulus C, vt 6. B, vt 5. & A, vt 7. quos in gradibus per regulam Societatum ita notos efficiemus. Collectis numeris 6. 5. 7. in vnam ſummam 18. dicemus per auream regulam. Si 18. dant grad. 180. (tot enim gradibus omnes tres anguli, hoc eſt, duo recti, æquiualent.) quid dabunt 6? quid 5? & quid 7? vt hic vides.*

Quomodo ex datis proportionib⁹ omniũ angulorũ trianguli cognoſcantur ipſi anguli.

35. ſeptimi

4. octaui.



18. 180. grad. { 6 ? / 5 ? / 7 ? } *ſiunt* { 60. gr. / 50. gr. / 70. gr. } *pro angulo* { C. / B. / A. }

Inueniemusq; angulum C, grad. 60. B, grad. 50. & A, grad. 70. Quòd ſi duæ notæ proportiones angulorum non ſint continuatæ, vt in dato exemplo, continuandæ erunt. Vt ſi dicat quis. Proportio anguli C, ad angulum B, eſt vt 12. ad 10. & proportio anguli A, ad angulum B, vt 28. ad 20. vbi vides, eundem angulum C, in vtraq; proportione eſſe conſequens: continuabimus illas, ſi dicamus, proportionem C, ad B, eſſe vt 12. ad 10. & B, ad A, vt 20. ad 28. Aut ſi quis dicat. Proportio anguli C, ad B, eſt vt 12. ad 10. proportio autem A, ad C, eſt vt 28. ad 24. continuabimus eas, ponendo proportionem A, ad C, vt 28. ad 24. & C, ad B, vt 12. ad 10. Aut demq; ſi quis dicat. Proportio C, ad B, eſt vt 12. ad 10. & C, ad A, vt 24. ad

Quãdo proportiones angulorũ notæ non ſunt continuatæ, quid agendum.

28. *continuabimus eas, ponendo* B, *ad* C, *vt* 10. *ad* 12. *&* C, *ad* A, *vt* 24. *ad* 28. *&c.*

SED *demus aliud exemplum in tertio triangulo eiuſdem figuræ, in quo ſit proportio anguli* B, *ad angulum* C, *vt* 62. *ad* 15. *& proportio anguli* B, *ad angulum* A, *vt* 248 *ad* 52. *Quoniam angulus* B, *bis fuit antecedens, hoc eſt, proportiones datæ non ſunt continuatæ, eas continuabimus, ſtatuendo proportionem* A, *ad* B, *vt* 52. *ad* 248. *&* B, *ad* C, *vt* 62. *ad* 15. *Inuentis autem minimis numeris* 13. 62. *eandem proportionem habentibus, quam anguli* A, B, *ſiue numeri* 52. 248. *erunt duæ datæ proportiones continuatæ in his tribus numeris minimis* 13. 62. 15. *vt conſtat. Collectis ergo ipſis in vnam ſummam* 90. *inueniemus per regulam Societatum angulos in gradibus, vt hic apparet.*

90.	180. *grad.*	13 ?	*ſiunt*	26. *gr.*	*pro angulo*	A.
		62 ?		124. *gr.*		B.
		15 ?		30. *gr.*		C.

Inuentis hac ratione angulis, reperientur laterum proportiones, vt prius.

Quo pacto ex proportione duorū tantum angulorū in triangulo rectangulo proportiones laterum cognoſcantur.

PORRO *in triangulo rectangulo ſatis eſt, ſi duorū angulorum proportio detur. Sit enim in ſecundo triangulo eiuſdem figuræ proportio anguli* A, *ad angulum* B, *rectum, vt* 8. *ad* 18. *Quoniam ergo rectus angulus* B, *eſt grad.* 90. *inueniemus per regulam auream angulum* A, *eſſe grad.* 40. *vt hic vides.*

18. 90. *grad.* 8 ? *ſiunt* 40. *gr. pro angulo* A.

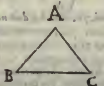
Reliquus ergo angulus C, *complectetur grad.* 50. *&c. Sit rurſum proportio acuti anguli* A, *ad angulum acutum* C, *vt* 16. *ad* 20. *Quoniam ergo duo anguli* A, C, *vni recto ſunt æquales, hoc eſt, continēt grad.* 90. *Collectis numeris* 16. *&* 20. *in vnam ſummam* 36. *reperiemus per regulam Societatum vtrumq; angulum in gradibus, vt hic cernis.*

36.	90. *grad.*	16 ?	*ſiunt*	40. *gr.*	*pro angulo*	A.
		20 ?		50. *gr.*		C.

Inuentis autem angulis hac ratione, notæ fient laterum proportiones, vt prius.

Quo pacto ex proportione vtriuſuis angulorum æqualium ad tertium angulum in triāgulo Iſoſcele inueniātur laterū proportiones.

EODEM *modo in triangulo Iſoſcele ſatis eſt, ſi proportio vtriuslibet æqualium angulorum ad tertium angulum cognoſcatur, aut tertij anguli ad vtrumlibet angulorum æqualium. Nam ſi in triangulo Iſoſcele* ABC, *cuius duo latera* AB, AC, *æqualia ſunt, cognita ſit proportio anguli* B, *ad angulum* A, *nempe eadem, quæ* 10. *ad* 16. *erit quoq; proportio anguli* C, *ad angulum* A, *vt* 10. *ad* 16. *Quare duæ proportiones notæ erunt, quas continuabimus, ſi dicamus proportionem* A, *ad* B, *eſſe, vt* 16. *ad* 10. *&* B, *ad* C, *vt* 10. *ad* 10. *Ex quibus inuenietur angulus* A, *grad.* 80. *& vterqs* B, C, *grad.* 50. *per ea, quæ iam demonſtrata ſunt.*



DE *æquilatero triangulo non eſt, quod quicquam præcipiamus, cum in eo latera habeant æqualitatis proportionem.*

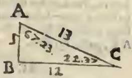
SED

SED iam ad inuentionem laterum, atq; angulorum in triangulis rectilineis ex quibuſdam datis ac cognitis accedamus qua in re, vt certum ordinem, ac methodum ſeruemus, agemus primo loco de triangulis rectangulis, deinde vero de non rectangulis, cum in illis minor, quàm in his, difficultas reperiatur.

PROBL. 1. PROPOSITIO 2.

DATO vno latere, cum vno angulo acuto trianguli rectãguli, vel cum proportione duorum angulorum quorumcunq; reliqua duo latera cognoſcere, & quorumlibet duorum laterum proportionem efficere notam. — *In triangulo rectangulo ex vno latere dato, vna cũ angulo acuto reliqua inueſtigãtur.*

SIT triangulum A B C, cuius angulus B, rectus, ſitq; primò latus A C, recto angulo oppoſitũ datum 13. palmorum, vna cum angulo acuto C, grad. 22. Min. 37. ac proinde & cum angulo acuto A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his indagare reliqua latera. Quoniam, per ea, quæ in defin. Sinuum tradidimus, poſito ſinu toto AC, latera A B, BC, ſunt ſinus oppoſitorum angulorum: ſunt autem anguli dati; noti erunt ſinus dictorum angulorum; A B, quidem 38456. at B C, 92310. Per regulam ergo auream dicemus. Si AC, partium 100000. nempe quatenus ſinus totus, dat 13. palmos, quid dabit A B, ſinus partium 38456. & quid ſinus B C, partium 92310? vt hic vides. Inueniemusque latus A B, palm. 5. & B C, palm. 12. ferè. — *Quando latus recto angulo oppoſitũ datur, cum acuto angulo.*



AC.	AC.	AB.		AB.
100000.	13.	38456	fiunt	5
		BC.		BC.
		92310		12

ITAQVE quando latus recto angulo oppoſitum datur cum angulo vno acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat, vt ſinus totus ad latus datum recto angulo oppoſitum, ita ſinus vtriusque anguli acuti ſeorſum ad aliud, reperientur latera eiſdem angulis oppoſita in partibus menſuræ, ſecundum quam datum eſt latus angulo recto oppoſitum. — Praxis.

DEINDE datum ſit vnum ex lateribus circa angulum rectum, vt B C, palmorum 12. cum angulo C, grad. 22. Min. 37. & proinde cum angulo etiam A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his reliqua latera inueſtigare. Quoniam per ea, quæ in lineis tangentibus, atque ſecantibus ad initium oſtendimus, poſito ſinu toto B C, latus A B, eſt tangens anguli C, & latus A C, eiuſdem ſecans, dabitur tangẽs A B, partium 41660. & ſecans A C, partium 108331. Quare per regu- — *Quãdo latus vnum circa angulum rectũ datur, cum acuto angulo.*

regulam auteam dicemus. Si B C, quatenus ſinus totus partium 100000. dat 12. palmos, quid dabit tangens A B, inuenta partium 41660. & quid ſecans A C, inuenta partium 108331? vt hic cernis. Inueniemusque latus A B, palm. 5. & A C, palm. 13. ferè.

B C.	B C.	A B.		A B.
100000.	12.	41660?	fiunt	5.
		A C.		A C.
		108331?		13.

Praxis. *ITAQVE cum datur vnum latus circa angulum rectum, cum vno angulo acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat, vt ſinus totus ad datum latus circa angulum rectum, ita tam tangens anguli acuti dato lateri adiacentis, quàm ſecans eiuſdem anguli, ad aliud, prodibit tam latus, quod fuit tangens, quàm latus, quod fuit ſecans, notum in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum fuit datum.*

Aliter per ſolos ſinus. PER ſolos autem ſinus, cum datur vnum latus circa rectum angulum, cũ vno acuto angulo, & proinde etiam cum altero acuto, ita reliqua latera exquiremus. Sit rurſus datum latus B C, palm. 12. & angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde angulus A, grad. 67. Min. 23. Quoniam igitur, vt in defin. ſinuum diximus, poſito ſinu toto A C, latus A B, eſt ſinus anguli C, & B C, ſinus anguli A: ſunt autem anguli dati; noti erunt dicti ſinus, vt A B, 38456. & B C, 92310. Per auream igitur regulam dicemus. Si B C, ſinus partium 92310. dat palm. 12. quid dabit ſinus A B, partium 38456. & quid ſinus totus A C, partium 100000? &c. vt hic apparet. Inuenietur enim latus A B, palm. 5. & A C, palm. 13. ferè.

B C.	B C.	A B.		A B.
92310.	12.	38456?	fiunt	5.
		A C.		A C.
		100000?		13.

Praxis. *QVANDO ergo vnum latus datur circa angulum rectũ, & vnus acutus angulus, ac proinde & alter acutus: Si fiat, vt ſinus anguli acuti dato lateri circa angulum rectum oppoſiti ad latus datum, ita tam ſinus alterius anguli acuti, quam ſinus totus, ad aliud, prodibit tam latus alterum circa angulum rectum, quàm latus recto angulo oppoſitum, notum in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum fuit datũ. Sed expeditior eſt via per lineas tangentes, & ſecantes, cum ibi ſinus totus in regula aurea primum locũ obtineat, & proinde diuiſio fiat facilior.*

Quando latus vnà datur, & proportio duorum angulorum quorũlibet. QVOD ſi detur vnum latus, vnà cum proportione duorum angulorum, ita problema abſoluemus. Ex proportione angulorum reperiemus acutorum angulorum magnitudines, vt in ſcholio propoſ. 1. oſtendimus. Quam ob rem inueniemus ex angulis notis reliqua latera, vt prius.

INVENTIS autem lateribus, manifeſtum eſt, proportionem quorumlibet duorum dari in numeris, in quibus inuenta ſunt. Erit enim proportio A B,

A B, ad A C, ut 5. ad 13. Vel ut 38456. ad 100000. Vel ut 41660. ad 108331. &c. In his enim omnibus numeris dicta latera inuenta ſunt. Dato ergo uno latere, cum uno angulo acuto trianguli rectanguli, &c. Quod faciendum erat.

PROBL. 2. PROPOS. 3:

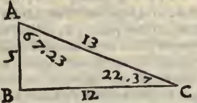
DATIS duobus lateribus trianguli rectanguli, duos angulos acutos efficere notos, vna cum tertio latere. Item data proportione duorum laterum, & inſuper vno latere dato quocunque, duos angulos acutos, vna cum reliquis duobus lateribus cognoſcere.

In triangulo rectangulo ex duobus lateribus notis, vel ex eorũ proportione nota, vna cũ vno latere quocunque, reliqua inquiruntur.

IN triangulo A B C, cuius angulus B, rectus, ſit primum latus A C, recto angulo oppoſitum, & inſuper latus A B, circa angulum rectum datum, nempe AC, palm. 13. & A B, palm. 5. Oportet ex his & angulos A, C, & latus tertium B C, explorare. Quoniam, poſito ſinu toto A C, latus A B, eſt ſinus anguli C, dicemus. Si A C, palm. 13. dat A C, ſinum totum partiũ 100000. quid dabit A B, palm. 5? inueniemusque ſinum A B, partium 38461. ut hic uides.

Quando latus angulo recto oppoſitum, cũ vno latere circa angulum rectum datur.

A C.	A C.	A B.		A B.
13.	100000.	5?	fit	38461.



Ex tabula ergo ſinuum dabitur angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde reliquus angulus A, grad. 67. Min. 23. Igitur & huius anguli A, ſinus, nempe B C, dabitur partium 92310. ex eadem tabula ſinuum. Dicemus ergo rurſum. Si ſinus totus A C, partium 100000. dat A C, palm. 13. Vel ſi ſinus A B, inuentus partium 38461. dat A B, palm. 5. quid dabit ſinus B C, partium 92310? reperiemusque B C, eſſe palm. 12. fermè, ut hic apparet.

A C.	A C.	B C.		B C.
100000.	13.	92310?	fit	12.
A B.	A B.			
38461.	5.			

Praxis.

CVM ergo datur latus angulo recto oppoſitum, cum vno latere circa eundem angulum rectum; Si fiat, vt datum latus recto angulo oppoſitum ad ſinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, prodibit ſinus acuti anguli, qui lateri dato circa rectum angulum opponitur. Inuento autem, beneficio huius ſinus inuenti, vtroq; angulo acuto; Si iterum fiat, vt ſinus totus

totus ad datum latus recto angulo oppoſitum ; vel vt ſinus anguli acuti dato lateri circa rectum angulum oppoſiti ad datum latus circa angulum rectum, ita ſinus alterius anguli acuti ad aliud, cognoſcetur tertium latus in partibus menſuræ, ſecundum quam duo latera ſunt data .

Aliter per lineas tangẽtes & ſecantes.

ALITER. Sit rurſus A C, palm. 13. & A B, palm. 5. Quia igitur, ut ad initium linearum tangentium, ac ſecantium oſtendimus, poſito A B, ſinu toto latus A C, ſecans eſt anguli A, & B C, tãgens eiuſdem; dicemus. Si A B, palm. 5. dat A B, ſinum totum partium 100000 quid dabit A C, palm. 13? inueniemusq́; ſecantem A C, partium 260000. ut hic patet.

A B.	A B.	A C.		A C.
5.	100000.	13?	fit	260000.

Ex tabula ergo Secantium erit angulus A, grad 67. Min. 23. & proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & tangens anguli A, nempe B C, dabitur partium 240038. ex tangentium tabula. Quare rurſum dicemus. Si ſinus totus A B. partium 100000. dat A B, palm. 5. Vel ſi ſecans A C, inuenta partium 260000. dat A C, palm. 13. quid dabit tangens B C, partium 240038? inueniemusque iterum B C, eſſe ferme palm. 12. ut hic conſtat.

A B. 100000.	A B. 5.	B C.		B C.
A C. 260000.	A C. 13.	240038?	fit.	12.

Praxis.

IGITVR quando latus recto angulo oppoſitum datur, cum vno latere circa angulum rectum; Si fiat, vt datum latus circa angulum rectum ad ſinum totum, ita datum latus angulo recto oppoſitum ad aliud, prodibit ſecans anguli acuti ſub datis lateribus comprehenſi. Inuento ergo, beneficio huius ſecantis repertæ, vtroque angulo acuto, & tangente acuti anguli ſub datis lateribus comprehenſi, ex tangentiũ tabula; Si iterum fiat, vt ſinus totus ad datum latus circa angulum rectum; Vel vt ſecans acuti anguli ſub datis lateribus comprehenſi ad latus datum recto angulo oppoſitum, ita tangens acuti anguli ſub lateribus datis comprehenſi ad aliud, notum fiet tertium latus in partibus menſuræ, ſecundum quam ſunt data duo latera. Verum ſatius eſt per ſolos ſinus operari, cum tangentes lineæ, atque ſecantes nihil compendij afferant, ſintque per ſinus inuentæ.

ADHVC aliter. Ponatur rurſum A C, palm. 13. & A B, palm. 5. Quoniã

47. primi.

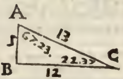
ergo quadratum rectæ A C, duobus quadratis rectarum A B, B C, æquale eſt; ſi auferatur quadratum lateris A B, quod eſt 25. ex quadrato lateris A C, quod eſt 169. relinquetur quadratũ lateris B C, nempe 144. cuius radix quadrata 12. dabit latus B C, palm. 12. Et quia, poſito A C, ſinu toto, latera A B, B C, ſunt ſinus angulorum oppoſitorum, ut in defin. ſinuum explicauimus: Si fiat, ut latus A C, angulo recto oppoſitum palmorum 13. ad A C, ſinum totum partium 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe B C, palm. 12. ad aliud, prodibit ſinus anguli acuti A, ſumpto lateri oppoſiti partium 92308. Ex ſinuum ergo tabula dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23.

atque

atque adeo reliquus C, grad. 22. Min. 37. Hoc modo primo loco inuenitur tertium latus, deinde vero anguli: cũ alijs vijs inuenti ſint prius anguli, quam tertium latus.

Quando duo latera circa angulum rectũ data ſunt.

SINT iam duo latera A B, B C, circa rectum angulum data, vt A B, palm. 5. & B C, palm. 12. Oportet ex his tertium latus A C, & acutos angulos inuenire. Quoniam, ex demonſtratis in principio linearum tangentium, ſecantiumque, poſito A B, ſinu toto, latus B C, tangens eſt anguli A, & latus AC, eiuſdem ſecans; dicemus. Si A B, palm. 5. dat AB, ſinum totum partium 100000. quid dabit B C, palm. 12? reperiemusque tangentem B C, partium 240000. vt hic manifeſtum eſt.



A B.	A B.	B C.	B C.
5.	100000.	12? fit.	240000.

Ex tabula ergo tangentium dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23. ac proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & A C, ſecans anguli A, dabitur ex tabula ſecantium, partium 260035. Rurſus ergo dicemus. Si A B, ſinus totus partium 100000. dat A B, palm. 5. Vel, ſit angens B C, inuenta partium 240000. dat B C, palm. 12. quid dabit A C, ſecans partium 260035? inueniemusque A C, palm. 13. ferè vt hic vides.

A B.	A B.			
100000.	5.	A C.		A C.
B C.	B C.	260035?	fit.	13.
240000.	12.			

Praxis.

ITAQVE ſi dentur duo latera circa angulum rectum: Si fiat, vt alterutrum datorum laterum ad ſinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, proueniet tangẽs acuti anguli huic alteri dato lateri oppoſiti. Inuento ergo, beneficio huius tangentis inuentæ, vtroq; angulo acuto, in tabula tangentium; & ex tabula ſecantium, ſecante anguli acuti, qui alteri huic dato lateri opponitur: Si rurſum fiat, vt ſinus totus ad primum latus datum; vel vt tangens inuenta ad ſecundum latus datum, ita ſecans accepta ex tabula ſecantium, ad aliud, notum fiet latus tertium recto angulo oppoſitum in ijſdem partibus, in quibus duo latera circa angulum rectum data ſunt.

Aliter ſine tãgentibus & Secantibus.

ALITER. Sit rurſum A B, palm. 5. & B C, palm. 12. Et quoniam quadrata laterum A B, B C, ſimul æqualia ſunt quadrato lateris A C; erit quadratum lateris A C, palm. 169. cuius radix quadrata dabit latus A C, palm. 13. Quia vero, vt in defin. ſinuum traditum eſt, poſito A C, ſinu toto, latera A B, B C, ſunt ſinus oppoſitorum angulorum: Si fiat, vt latus A C, quod angulo recto opponitur, inuẽtum palm. 13. ad A C, ſinum totum partiũ 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe A B, palm. 5. ad aliud, reperietur ſinus anguli acuti C, qui accepto lateri opponitur, partiũ 38461. Ex tabula ergo ſinuum dabitur angulus C, grad. 22. Min. 37. ac propterea reliquus A, grad. 67. Min. 23. Hac via primo loco reperitur tertium latus, deinde vero duo anguli: cum tamen alio modo anguli prius inuenti ſint, quam tertium latus.

47. primi.

Quādo ꝓportio duorum laterū datur,& v. nū latus.

IAM vero ſi detur duorum laterū quorumlibet proportio,& vnum latus, quodcūque illud ſit,ſumemus numeros proportionis notæ,ac ſi eſſent partes alicuius menſuræ,in quibus duo illa latera dentur;atq; ex his,vt demonſtrauimus in hac propoſ.angulos inueniemus, ac tertium latus in eiſdē partibus. Deinde,ſi fiat,vt numerus illius lateris,quod datum eſt,ad ipſum latus datū, ita numeri aliorum laterum ſigillatim ad aliud,reperientur alia latera in partibus menſuræ,ſecundum quam illud alterum latus eſt datum. Vt ſi proportio A B, ad A C, ſit,vt 15.ad 39.& latus B C, palm.12.reperietur, ex demonſtratis,angulus A,grad.67.Min.23.& angulus C,grad.22.Min.37.latus vero B C, partium 36.qualium A B, eſt 15. & A C, 39. Quare ſi fiat, vt latus B C, inuentum partium 36.ad idem B C, datum palm.12.ita tam A B, partium 15. quàm A C, partium 39. ad aliud, inuenietur A B, palm. 5. & A C, palm. 13. Datis ergo duobus lateribus trianguli rectanguli,duos angulos acutos effecimus notos,&c. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

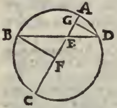
ABSOLVTVS *iam eſt rectangulorum triangulorum calculus ,ſequitur de triangulis non rectangulis. Sed prius quædam ad hanc rem neceſſaria demonſtranda ſunt,quorum nonnulla plurimum etiam triangulis ſphæricis conducent.*

THEOR. 2. PROPOS. 4.

Quam proportionem habeāt duo ſegmenta cuiuſque chordæ.

SI diameter circuli chordam quamlibet,eiusq́; arcum ſecet in duas partes; habebunt ſegmenta chordæ eandem proportionem , quam ſinus ſegmentorum arcus reſpondentium.

IN circulo A B C D, diameter A C, ſecet chordam B D, in E,eiuſque arcum B A D , in A , uel B C D, in C: ducanturque B F , D G , ad diametrum A C, perpendiculares; quarum B F, ſinus eſt arcus B A , uel B C : & D G, ſinus arcus A D, uel C D. Dico ita eſſe B E , ad E D, ut B F, ad D G. Quoniam enim in triangulis B E F, D E G, anguli F, G, æquales ſunt, utpote recti : Itē anguli E , ad uerticem æquales ; æquiangula erunt triangula B E F, D E G. Quare erit, ut B E, ad B F, ita E D , ad D G : Et permutando , ut B E , ad E D, ita B F, ad D G. Si ergo diameter circuli chordam quamlibet , eiusq́; arcum ſecet in duas partes, &c. Quod erat demonſtrandum.



15 . primi.
32. primi.
4.ſexti.

THEOR. 3. PROPOS. 5.

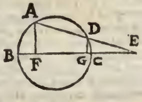
Quā ꝓportionem habeat chorda circuli

SI in circulo chorda cuiuſlibet arcus ad vnam partem producatur, conueniatq́; cum diametro qua-

quauis ad eandem partem producta; erit eadem proportio totius chordæ productæ ad ſegmẽtum exterius, quæ ſinus arcus inter punctũ, per quod diameter producta eſt, & remotius punctum extremum dictæ chordæ, ad ſinum arcus inter idem punctum diametri, & propinquius punctum extremum eiuſdem chordæ.

producta, & cũ diametro producta conueniens, ad ſegmẽtum exterius.

IN circulo A B C D, chorda A D, arcus A D, ad partes D, producta conueniat cum diametro B C, ad eaſdem partes producta in puncto E; demittanturq́ue A F, D G, ad diametrum B C, perpendiculares; quarum A F, ſinus eſt arcus A C: & D G, ſinus arcus C D. Dico ita eſſe A E, ad D E, ut A F, ad D G. Quoniam enim A F, D G, parallelæ ſunt ob angulos rectos F, G; ſimilia erunt triangula A E F, D E G. Quare erit, ut A E, ad A F, ita D E, ad D G: Et permutando, ut A E, ad D E, ita A F, ad D G. Si igitur in circulo chorda cuiuſlibet arcus ad unam partem producatur, conueniatq́ue cum diametro quauis, &c. Quod oſtendendum erat.



28. primi. Coroll. 4. ſexti.

PROBL. 3. PROPOS. 6.

DATO aggregato duorum arcuum, quorum ſinguli ſemicirculo ſint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, ſiue minus illud ſit, ſiue maius, quàm grad. 180. vnà cum proportione, quam eorum ſinus habent: vtrumque illorum ſigillatim exhibere notum.

Ex ſumma data duorũ arcuũ, quorum quilibet ſemicirculo minor ſit, vel duorum angulorum, vna cũ proportione, quã eorũ ſinus habẽt, vterque cognoſcitur.

IN circulo A B C D, cuius centrum E, datum ſit primo aggregatum arcuum B F, F D, quorum ſinguli ſint ſemicirculo minores, uel angulorũ B E F, F E D, & aggregatum tam arcuum, quàm angulorum minus, quàm grad. 180. nimirum datum ſit grad. 130. Data quoque ſit proportio ſinus arcus B F, vel anguli B E F, ad ſinum arcus F D, uel anguli F E D, eadẽ, quæ 10. ad 5. Oportet ex his utrumque arcum B F, F D, uel utrumque angulum B E F, F E D, notum efficere. Ducta chorda B D, ducatur ex puncto F, ubi dati arcus coniunguntur, diameter F C, ſecans chordam B D, in G. Diuiſo quoque toto ar-

Quãdo aggregatũ arcuum, vel angulorũ minus eſt, quã grad. 180.

cu B A D, biſariam in A, ſecabit ſemidiameter ducta E A, chordam B D, bi-
3.tertij. fariam in H, ex lemmate ad defin. ſinuum demonſtrato; atque adeo & ad angulos rectos.

4.huius.



Quoniam vero proportio ſinus arcus BF, ad ſinum arcus FD, ponitur, vt 10. ad 5. eſtque vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus F D, ita B G, ad G D; erit quoque B G, ad G D, vt 10. ad 5. Poſita igitur recta B G, 10. erit G D, 5. ac proinde tota B D, 15. vtraque vero ſemiſsis B H, H D, $7\frac{1}{2}$. & denique H G, differentia inter ſemiſſem B H, & maius ſegmentum B G, vel inter ſemiſſem H D, & minus ſegmentum G D, erit $2\frac{1}{2}$. Rurſus quia totus arcus BAD, ponitur grad. 130. erit vtraque ſemiſsis B A, A D, grad. 65. ac proinde & vterque angulus B E A, A E D, graduum quoque 65. Et quoniam ex iis, quæ ad initium tangentium, ſecantiumque tradidimus, poſito ſinu toto E H, recta B H, tangens eſt anguli B E H, & H G, tangens anguli H E G: dabitur, ex tangentium tabula, tangens grad. 65. nempe B H, partium 214451. Quare, vt tangentem anguli AEF, nimirum H G, inueniamus, dicemus per auream regulam. Si B H, ſemiſsis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe $7\frac{1}{2}$. dat B H, tangentem ſemiſsis aggregati angulorum B E F, F E D, vel arcuũ BF, FD, partium 214451. quid dabit H G, differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & vtrumlibet terminorum eiuſdem proportionis, nimirum $2\frac{1}{2}$? inueniemusq; tangentem HG, partium 71484. vt hic factum vides.

B H.	B H.	H G.		H G.
$7\frac{1}{2}$.	214451.	$2\frac{1}{2}$?	fit	71484.

Ex tabula ergo tangentium elicietur angulus H E G, hoc eſt, arcus A F, grad. 35. Min. 34. qui additus ſemiſsi A B, grad. 65. componet arcum B F, maiorem, atq; adeo & angulum B E F, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex ſemiſſe A D, relinquet arcum minorem F D, & proinde & angulum F E D, grad. 29. Min. 26.

Praxis. *ITAQVE, quando duo arcus ſimul minores ſunt, quàm ſemicirculus, vel duo anguli ſimul duobus rectis minores: Si fiat, vt ſemiſsis aggregati terminorum proportionis datæ ad tangentem ſemiſsis aggregati arcuum, vel angulorum (quærendo tangentem per partem proportionalem reſpondentem 30. ſecundis, ſi forte aggregatum bifariam diuidi nequeat ſine Secundis.) ita differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, reperietur tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, angulusve quæſitus à ſemiſſe aggregati eorundem differt. Additus igitur arcus, vel angulus huius inuentæ tangentis ad ſemiſſem dabit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem ſemiſſe relinquet arcum, vel angulum minorem.*

Alia demonſtratio. ALITER. Producta ſemidiametro B E, ad K, & diametro C F, producta, donec in L, conueniat cum recta K D L, ex K, per D, ducta, agatur E I, ad
3.tertij. D K, perpendicularis, quæ ipſam D K, biſariam ſecabit; ac proinde cum latera D E,

ra D E, E I, lateribus KE, E I, æqualia ſint, & baſis D I, baſi KI; angulus D E I, angulo K E I, æqualis erit. Quia ergo arcus B F D, datus eſt grad. 130. dabitur reliquus D K, de ſemicirculo grad. 50. & eius ſemiſsis, id eſt, angulus DEI, grad. 25. Rurſus quia ſinus arcus B F, ad ſinum arcus F D, ponitur, ut 10. ad 5. eſtque idem ſinus arcus K F, qui arcus B F, vt in defin. ſinuum oſtenſum eſt: erit quoque ſinus arcus K F, ad ſinum arcus D F, vt 10. ad 5. Cum ergo ſit, vt ſinus arcus KF, ad ſinum arcus D F, ita K L, ad D L; erit etiam K L, ad D L, vt 10. ad 5. Poſita igitur K L, 10. erit D L, 5: ac proinde & reliqua K D, 5. & eius ſemiſsis I D, $2\frac{1}{2}$. At quoniam, vt ad initium tangentium & ſecantiũ diximus, poſito ſinu toto E I, recta I D, tangens eſt anguli D E I, hoc eſt, grad. 25. dabitur I D, ex tabula tangẽtium, partium 46631. Dicemus ergo per auream regulam. Si I D, ſemiſsis differentiæ inter terminos proportionis datæ, nempe $2\frac{1}{2}$. dat I D, tangentem ſemiſsis differentiæ inter aggregatum datum, & ſemicirculum, partium 46631. quid dabit I L, compoſita ex ſemiſſe differentiæ inter terminos datæ proportionis, & conſequente eiuſdem proportionis, nimirum $7\frac{1}{2}$? reperiemusque I L, partium 139893. qualium I D, eſt 46631. vel E I, 100000. vt hic vides. — 8. primi. — 5. huius.

I D.	I D.	I L.		I L.
$2\frac{1}{2}$.	46631.	$7\frac{1}{2}$?	fit	139893.

Cum ergo I L, ſit tangens anguli I E L, poſito ſinu toto E I, vt in tractatione tangentium ac ſecantium tradidimus; dabitur, ex tangentium tabula, angulus I E F, grad. 54. Min. 26. Ablato ergo angulo D E I, grad. 25. nimirum ſemiſſe differentiæ inter datum aggregatum, & ſemicirculum, reliquus erit angulus F E D, ac propterea & arcus FD, minor, grad. 29. Min. 26. qui ſubtractus ex dato aggregato grad. 130. relinquet angulum B E F, & proinde & arcum B F, maiorem, grad. 100. Min. 34. vt prius.

IGITVR ſi fiat, vt ſemiſſis differentiæ inter terminos proportionis datæ ad tangentem ſemiſſis differentiæ inter aggregatum datum, & ſemicirculum, ita aggregatum ex ſemiſſe differentiæ inter terminos datæ proportionis, & conſequente eiuſdem proportionis, ad aliud, inuenietur tangens anguli, à quo ſi dematur ſemiſſis differentiæ inter datum aggregatum, & ſemicirculum, reliquus erit angulus, ſeu arcus minor quæſitus: qui detractus ex aggregato dato, relinquet maiorẽ angulum, ſiue arcũ quæſitũ. — Praxis.

ALITER adhuc per ſolos ſinus ſine tangentibus. Iiſdem poſitis, quoniam vt in ſinubus declarauimus, poſito ſinu toto E B, recta BH, eſt ſinus anguli B E H, nempe ſemiſsis aggregati angulorum, vel arcuũ dati, nempe grad. 65. & H E, ſinus anguli E B H, grad. 25. vtpote complementi anguli B E H; dabitur ex tabula ſinuum, B H, partium 90631. at H E, partiũ 42262. Quòd ſi dicamus. Si B H, ſemiſsis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe $7\frac{1}{2}$. dat B H, ſinum ſemiſsis aggregati angulorum, vel arcuum, partiũ 90631. quid dabit H G, differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum proportionis datæ, & alterutrum terminorum, nimirum $2\frac{1}{2}$? reperiemus H G, partium 30210. qualium ſinus totus E B, eſt 100000. vel E H, 42262. vt hic patet. — Aliter abſque tangẽtibus.

B H.	B H.	H G.		H G.
$7\frac{1}{2}$.	90631.	$2\frac{1}{2}$?	fit	30210.

Quia vero quadrata rectarum H E, HG, nempe 1786076644. 912644100. — 47. primi.

qua-

quadrato rectæ E G, æqualia ſunt, ſi ea in vnam ſummam colligamus, ſiet quadratum rectæ E G, 2698720744. cuius radix quadrata dabit E G, partium 51949. Cum autem, poſito ſinu toto E G, recta H G, ſinus ſit anguli H E G, vt in ſinuum defin. diximus, dicemus rurſum. Si E G, inuenta partium 51949. dat E G, ſinum totum partium 100000. quid dabit H G, inuenta partium 30210⅓ inueniemusque H G, ſinum anguli H E G, partiũ 58153. vt hic vides.

E G.	E G.	H G.	H G.
51949.	100000.	30210⅓ fit.	58153.

Ex ſinuum ergo tabula dabitur angulus H E G, ſiue arcus A F, grad. 35. Min. 34. qui additus ſemiſsi A B, grad. 65. exhibebit maiorem arcum B F, ideoque & angulum B E F, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex ſemiſſe A D, reliquum faciet arcum minorem F D, atque adeo & angulum F E D, grad. 29. Min. 26. vt prius.

Praxis. *QVOCIRCA, quando aggregatum duorum arcuum, vel angulorum minus eſt, quam grad. 180. Si fiat, vt ſemiſſis aggregati terminorum proportionis datæ ad ſinum ſemiſſis aggregati arcuum, angulorumve, ita differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, inuenietur numerus; cuius quadratum ſi adiungatur quadrato ſinus complementi ſemiſſis aggregati arcuum, ſeu angulorum; Et tandem fiat, vt compoſiti huius numeri radix quadrata ad ſinum totum, ita numerus per auream regulam nuper inuẽtus ad aliud, producetur ſinus anguli, ſiue arcus, quo vterq; angulus, arcusve quæſitus ab eorundem aggregati ſemiſſe differt. Additus ergo arcus, ſiue angulus huius ſinus inuenti ad ſemiſſem aggregati dati, dabit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem ſemiſſe relinquet minorem arcum, ſiue angulum. Sed priores duæ viæ longe ſunt expeditiores; vt perſpicuum eſt.*

Quãdo aggregatũ arcuũ, vel angulorũ maius eſt, quã grad. 180. DETVR deinde aggregatum arcuum B C, C D, quorum ſinguli ſemicirculo quoq; ſint minores, vel angulorum B E C, C E D, at aggregatum tam arcuum, quam angulorum ſuperet grad. 180. nempe detur grad. 230. Detur item proportio ſinus arcus B C, vel anguli B E C, ad ſinum arcus C D, vel anguli C E D, eadem, quæ 10. ad 5. Oportet ex his vtrumq; arcum B C, C D, vel vtrumq; angulum B E C, C E D, elicere. Ducta diametro C F, & detracto dato aggregato ex integro circulo, hoc eſt, ex grad. 360. reliquum erit aggregatum arcuum B F, F D, vel angulorum B E F, F E D, grad. 130. minus, quam grad. 180. Et quoniam arcus B C, B F, eundem ſinuum habent, necnon & arcus C D, F D, vt in defin. ſinuum diximus, data quoq; erit proportio ſinuum arcuum B F, F D, vel angulorum B E F, F E D, eadem, quæ 10. ad 5. Quam ob rem, vt iam demonſtratum eſt, inueniemus arcus B F, F D, vel angulos B E F, F E D, grad. 100. Min. 34. & grad. 29. Min. 26. qui ex ſemicirculo, hoc eſt, ex grad. 180. ſublati relinquent arcus B C, C D, vel angulos B E C, C E D, grad. 79. Min. 26. & grad. 150. Min. 34.

Praxis. *QVANDO ergo aggregatum duorum arcuum, ſeu angulorum maius eſt, quam grad. 180. Si illud ex grad. 360. auferamus, remanebit aggregatum aliorum duorum arcuum, vel angulorum minus, quam grad.*

180.

180. Quare ſi, vt iam demonſtratum eſt, beneficio huius aggregati minoris, & proportionis datæ, vtrumq; arcum, vel angulum inquiramus, & vtrumq; inuentum ſigillatim ex grad. 180. demamus, noti relinquentur arcus, vel anguli quæſiti.

QVOD ſi quando proportio ſinuum data ſit proportio æqualitatis, hoc eſt, ſinus ſint æquales, erunt quoq; tam duo arcus, quam duo anguli æquales, vt in defin. ſinuum oſtendimus. Quapropter ſemiſsis dati aggregati dabit vtrumq; arcum, ſiue angulum cognitum. Dato igitur aggregato duorum arcuum, quorum ſinguli ſemicirculo ſint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, &c. vtrumq; illorum ſigillatim exhibuimus notum. Quod faciendum erat.

Quando ſinuum proportio data eſt ꝓportio æqualitatis.

SCHOLIVM.

SI aggregatum duorum arcuum, vel angulorum fuerit præciſè grad. 180 non poterunt arcus illi, vel anguli cognoſci, etiam ſi proportio, quam eorum ſinus habent, data ſit. Nam quomodocunq; ſemicirculus in duos arcus ſecetur, habebunt ſemper eorum ſinus proportionem æqualitatis, cum vnus, & idem ſinus ſit vtriuſq; arcus, vt ad defin. ſinuum demonſtrauimus. Neceſſe eſt ergo, aggregatum datum vel minus eſſe, vel maius, quam grad. 180. vt in propoſitione expreſſum eſt.

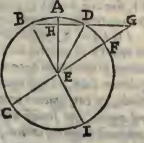
Quādo aggregatū datū continet grad. 180. problema ſolui non poteſt.

PROBL. 4. PROPOS. 7.

DATA differentia duorum arcuum, quorum ſinguli ſemicirculo ſint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, vna cum proportione, quam eorum ſinus habent: vtrumq; illorum ſigillatim notum efficere.

Ex differentia data duorum arcuū, quorū quilibet ſemicirculo minor ſit, vel duorū angulorū, vna cū proportione, quā eorum ſinus habent, vtrunq; cognoſcere.

IN circulo A B C D, cuius centrum E, ſuperet arcus B F, ſemicirculo minor arcum D F, arcu B D, vel angulus B E F, angulum D E F, angulo B E D, ſitque differentia hæc, nempe arcus B D, vel angulus B E D, data grad. 60. Proportio quoque ſinus maioris arcus B F, vel anguli B E F, ad ſinum arcus minoris D F, vel anguli D E F, ſit primo maioris inæqualitatis data, eadem, quæ 11. ad 5. quod quidem contingit, quando duo arcus B F, D F, ſemicirculo ſunt minores ſimul ſumpti. Oportet ex his vtrumque arcum B F, D F, ſiue vtrumque angulum B E F, D E F, cognitum facere. Ducta chorda B D, & diametro C F, conue-



Quādo ſinus maioris arcus, vel anguli ad ſinum minoris habet proportionē maioris inæqualitatis.

nient

C.	A.	AB.		BC.	
59996.	50779.	13⅗	fit	11.	ferè.

Item.

C.	B.	AB.		AC.	
59996.	92310.	13⅗	fit	20.	ferè.

Vel.

A.	B.	BC.		AC.	
50779.	92310.	11⅗	fit	20.	ferè.

ITAQVE, datis angulis omnibus, cum vno latere; Si fiat, vt ſinus anguli lateri dato oppoſiti ad ſinum vtriuſuis reliquorum angulorum, ita latus datum ad aliud, inuenietur latus angulo illi, cuius ſinus acceptus eſt, oppoſitum: Et ſi rurſus fiat, vt ſinus anguli lateri dato oppoſiti ad ſinum tertij anguli, ita datum latus ad aliud, reperietur latus tertio angulo oppoſitum, &c. Praxis.

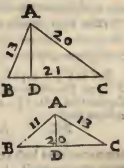
QVOD ſi triangulum fuerit Iſoſceles, & dentur anguli: Vel ſi fuerit ſcalenum, & duo dentur latera cum angulis, vnius tantum lateris inuentione opus eſt, vt patet. In æquilatero autem triangulo, ſi detur vnum latus, erunt & reliqua data, vtpote illi æqualia. Quãdo triãgulũ eſt Iſoſceles, vel æquilaterũ: aut quãdo in ſcaleno dãtur duo latera cum angulis.

IAM verò ſi datæ ſint proportiones angulorum, cum vno latere, inueſtigandæ erunt ex illis proportionibus magnitudines angulorum, vt in ſcholio propoſ. 1. demonſtrauimus: Deinde vero reliqua latera exploranda, vt hic oſtenſum eſt. Quãdo dãtur proportiones angulorũ, cũ vno latere.

INVENTIS autem lateribus, liquido conſtat, eorum proportiones eſſe notas in numeris, in quibus ipſa cognita ſunt. Datis ergo omnibus angulis trianguli non rectanguli, &c. Quod erat faciendum.

PROBL. 7. PROPOS. 11.

DATIS omnibus trianguli non rectanguli lateribus, vel eorum proportionibus, omnes angulos notos efficere. In triãgulo ex notis lateribus, vel ex eorũ proportionib⁹ notis, anguli inueniũtur.

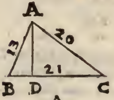


IN triangulo priori ABC, ſint data omnia latera; AB, 13. AC, 20. & BC, 21. Oportet ex his inueſtigare angulos. In maximum latus BC, ex oppoſito angulo A, ducatur perpendicularis AD, quę neceſſario intra triangulum cadet. Cum enim latus BC, ſit maximum, erit & angulus A, ipſi oppoſitus, maximus: ac propterea vterq; B, C, acutus. Ex quo fit, perpendicularem AD, intra triangulum cadere. Primùm itaq; inquirantur rectæ BD, CD. Inuenietur BD, 5. & CD, 16. Quia ergo, poſito ſinu toto AB, recta BD, ſinus eſt anguli BAD, vt in tractatione ſinuum oſtendimus, dicemus per auream regulam. Si AB,

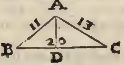
19. primi. 17. primi. Scholium 13. ſecundi. 9. huius.

13. dat A B, ſinum totum partium 100000. quid dabit B D, 5? inueniemusq; ſinum B D, 38461. vt hic vides.

A B.	A B.	B D.		B D.
13.	100000.	5?	fit.	38461.



Ex tabula ergo ſinuum dabitur angulus B A D, grad. 22. Min. 37. atq; adeo eius complementum B, grad, 67. Min. 23. qui eſt vnus angulorum quæſitorum. Rurſus, quia poſito A C, ſinu toto, C D, ſinus eſt anguli C A D, dicemus iterum per regulam auream. Si A C, 20. dat A C, 100000. ſinum totum, quid dabit C D, 16? Inueniemuſq; ſinum C D, 80000. Vt hic patet.



A C.	A C.	C D.		C D.
20.	100000.	16?	fit	80000.

Qui ſinus in tabula ſinuum monſtrat angulum, C A D, grad. 53. Min. 8. ac proinde eius complementum C, erit grad. 36. Min. 52. qui eſt vnus etiam angulorum quæſitorum. Quòd ſi duo anguli duorum ſinuum inuentorum, nempe grad. 22. Min. 37. & grad. 53. Min. 8. ſimul componantur, fiet tertius angulus B A C, grad. 75. Min. 45. Vel certe ſi ſumma duorum angulorum B, C, inuentorum ex grad. 180. auferatur, reliquus fiet tertius angulus B A C, grad. 75. Min. 45.

Praxis. *ITAQVE, (vt totam praxim complectamur) ſi fiat, vt maximum latus (in quod perpendicularis ducta eſt) ad ſummam aliorum duorum, ita differentia eorundem duorum ad aliud, reperietur numerus, qui ex maximo latere ſubductus relinquet numerum, cuius ſemiſſis dabit minus ſegmentum baſis, hoc autem ex baſi detractum relinquet maius ſegmentum, vt conſtat ex ſecunda praxi propoſ. 9. Quòd ſi rurſum fiat, vt minimum latus ad ſinum totum, ita ſegmentum baſis minus ad aliud; inuenietur ſinus, cuius arcus complementum dabit angulum ſupra baſim medio lateri oppoſitum. Deinde ſi rurſum fiat, vt medium latus ad ſinum totum, ita maius ſegmentum baſis ad aliud, reperietur ſinus, cuius arcus complementum dabit angulum ſupra baſim minimo lateri oppoſitum. Tertius vero angulus maximo lateri oppoſitus conſtabitur ex duobus illis arcubus duorum ſinuum inuentorum: vel certè relinquetur poſt detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis.*

RVRSVS in poſteriori triangulo datum ſit latus A B, 11. A C, 13. & B C, 20. Demiſſa in maximum latus B C, perpendiculari A D, inuenietur ſegmentum B D, 8$\frac{4}{5}$. at C D, 11$\frac{1}{5}$. vt hic apparet ſecundum praxim poſteriorem propoſ. 9.

B C.	A B. A C.	Differ. inter A B, A C.		
20.	24.	2?	fit	2$\frac{2}{5}$.

Hic numerus ex baſe 20. ablatus relinquit 17$\frac{3}{5}$. cuius ſemiſsis 8$\frac{4}{5}$. dat ſegmentum minus B D. Ergo maius C D, erit 11$\frac{1}{5}$. Hinc inuenietur angulus B, grad.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS

E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA SPHAERICA

CHRISTOPHORI
CLAVII BAMBERGENSIS
E SOCIETATE
IESV

TRIANGVLA
SPHÆRICA.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA SPHÆRICA.

PRÆFATIO.

EXPLICATIS ijs, quæ ad triangulorum rectilineorum ſcientiam, qua ex angulis notis latera, & viciſſim ex notis lateribus anguli cognoſcũtur, neceſſaria eſſe duximus; reliquum eſt, vt ſphæricorum etiam triangulorum doctrinam, qua arcus ex cognitis angulis, et contra, anguli ex arcubus notis inquiruntur, tradamus. Quamuis enim Menelaus, qui etiam Mileus, nobilis ſcriptor, qui temporibus Traiani Imperatoris floruit, vt auctor eſt Ptolemæus, Lib. 7. Almag. cap. 5. *acutiſſimos tres libros de triãgulis ſphæricis compoſuerit, non tamen eius ordinem nos in hiſce noſtris ſphæricis triangulis ſequemur; propterea quòd & plurimas eius propoſitiones, licet iucundiſſimæ ſint, miraq; eruditione refertæ, tãquam*

 non

non neceſſarias reiecimus, & alias non paucas ab eo omiſſas ex Gebro Hiſpalenſi, Ioanne Regiom. Franciſco Maurolyco, & ex alijs adiecimus, quas omnino neceſſarias eſſe iudicauimus ad res Aſtronomicas intelligendas. Plerunq; etiam nouas demonſtrationes, easq; breuiores, ac faciliores adhibuimus, nonnullas item eodem modo demõſtrauimus, quo eadem de angulis, & triangulis rectilineis demonſtratæ ſunt ab Euclide, vt planior fieret earum demonſtratio: ex quarum numero ſunt propoſ. 5. 6. 7. 8. & 9. Non parum tamen operæ in eo poſuimus, vt omnes propoſitiones triangulorum ſphæricorum ita in ordinem redigeremus, vt poſteriores ex prioribus penderẽt, quemadmodum res Mathematicæ poſtulant, & in omnibus elementis Geometricis fieri conſueuit. Sed iam ad rem veniamus, exordio ſumpto à definitionibus.

DEFINITIONES.

I.

Angulus ſphæricus quid.

ANGVLVS ſphæricus eſt, quem in ſphærę ſuperficie duo arcus circulorum maximorum ſeſe mutuo ſecantes continent.

QVONIAM *angulus ſphæricus, qui à Geometris in ſphærica ſuperficie conſideratur, ab arcubus maximorum circulorum tantummodo conſtituitur, omnes au-*

tem circuli maximi in ſphæra ſe mutuo ſecant bifariam, fit, vt duo arcus angulum ſphæricum in ſuperficie ſphæræ continẽtes, ſi producantur, ſe mutuo ſecent, non autem ſe mutuo contingant: ita vt omnis angulus ſphæricus fiat ex duobus arcubus ſeſe interſecantibus in ſuperficie ſphæræ, non autem ex arcubus ſe mutuo tangentibus. Id quod de angulis in plana ſuperficie exiſtentibus dici non poteſt. In hac enim non ſolum duæ lineæ rectæ, vel curuæ, vel quarum vna recta eſt, & altera curua, ſe mutuo ſecantes. ſi producantur, angulum planum conſtituunt, verum etiam duæ lineæ, quarum vtraque vel curua eſt, vel vna curua, & altera recta, ſeſe tangentes tantummodo, angulum planum curuilineum, vel mixtum (cui quidem angulus contactus, vel contingentiæ à Geometris vocatur,) conſtituere poſſunt, vt ex propoſ. 16. lib. 3. Eucl. perſpicuum eſt: licet Iacobus Peletarius neget eum eſſe angulum, coneturq; illud multis rationibus confirmare, quæ omnes ſophiſtica ſunt, & friuola, vt ex ſolutionibus illarum, quas in ſcholio dictæ propoſ. adduximus, perſpicuũ eſt. Neque vero Peletarius in Apologia de contactu linearũ, quam anno 1579. in me conſcripſit, (quàm modeſte, & ſyncere, ipſe viderit.) auſus eſt ſolutiones meas impugnare, aut opinionẽ ſuam, nouam illam quidem, & inauditam, nouis rationibus (ſcilicet nullas habebat) confirmare: ſed verbis duntaxat, & conuitijs ſe defendere conatur, vt facile ij, qui eam perlegerint, iudicabunt.

1. 1. Theod.

Angulus ſphæricus neceſſario fit ex duobus arcub⁹ ſe mutuo ſecantibus.

Angulus planus fieri etiam poteſt ex duabus lineis ſe non ſecantibus, ſed tãgentibus ſe mutuo dũtaxat.

HVIC ego Apologiæ iam pridem non tam mei purgandi, quam veritatis tuendę gratia reſpondiſſem, niſi me ab hoc conſilio grauiſsima eruditiſsimorum hominum auctoritas, qui eam reſponſo omnino indignam iudicabant, reuocaſſet. Nunc vero quoniam de re ipſa, eiuſq; Apologia neceſſario mentio facta eſt, non alienum eſſe duxi, breuiter calumnias, atq; iniurias, quibus frequenter me in ea Apologia afficit, quanta potero modeſtia, depellere, vt benignus lector intelligat, ſine cauſa eum tanto animi dolore, & iracundia, quantam præ ſe fert, contra me exarſiſſe, falſoq; mihi impoſuiſſe multa: me autem è contrario nullum verbum iniurioſum in illum effudiſſe, aut conuitium, quod fruſtra in epiſtola nuncupatoria criminatur, vbi me à conuitijs non abſtinere, aperte teſtatur. Atq; in illa Apologia nihil adeo me offendit, quàm quòd me Peletarius non ſyncere, ſed animoſe, atq; adeo inuidioſe feciſſe inſimulat, vt eum in meis commentarijs vel reprehenderem, vel laudarem: quæ ſane vitia puſilli ſemper animi eſſe duxi, & ab homine liberaliter, chriſtianeq; educato alieniſsima. Verum ea quàm longe abſint tum à noſtræ Societatis diſciplina, tum à mea conſuetudine, nemo omnino, qui nos ac noſtra norit, ignorat. His vero, qui noſtra minime norunt, liber ipſe fidem faciet, ſyncere omnia dici, nihil inuidioſe, nihil animoſe: planè vt veritatem quæſitam, non cuiuſq; auctoritatem contemptam eſſe appareat. Neq; enim mihi tantum derogo, (etſi nihil arrogo) vt mihi vni interdictum putem, ne, ſi quid in alienis ſcriptis falſum videatur, occaſione oblata, cur id mihi minus probetur, oſtendam, modo (quod pudentium, ac bene moratorum hominum conſuetudo poſtulat) id ſine conuitio, atq; irriſione faciam: Hoc autem liber ipſe, qui in medio eſt, ita à me factum eſſe clamat. Etenim vt totum illum librum peruolutes, ne verbum quidem vnum reperias, quod vel ſpeciem maledicti habeat, atq; conuitij. Nam in ſcholio de angulo contactus

Digreſſio cõtra Apologiam Peletarij in auctorem ſcriptam.

tactus iurare liquido poſſem, nihil me minus cogitaſſe, quàm vt Peletarium obtrectandi animo oppugnarem; ſed illud habuiſſe propoſitum, (ſi modo conſequi poſſem) vt ſuus eſſet veritati locus. Quod quidem eò liberius feci, quòd Peletario ipſo non modo inuito, ſed etiam libenti exiſtimaui me eſſe facturum, quod vel ipſo auctore facerem: qui non à Cardano ſolum, atque Campano, ſed etiam à Proclo, Theone, Apollonio, Eratoſthene, Pappo, Ptolemæo, Hippocrate Chio, Geometriæ luminibus, ab ipſo deniq; omnium magiſtro Euclide diſſentire non dubitauit. Nimirum quia, vt ab eodem in Apologia vere dictum eſt, in omni doctrina, præſertim verò in Geometria, non auctoritas eſt ſpectanda, ſed veritas: quanquam non video, qui amicus veritatis ſit is, apud quem veritas odium parit; niſi forte aut decipi ſe non poſſe arbitratur, qui columina illa Geometriæ erraſſe interdum prædicat, aut veritatem in alienis rebus amat, ac quærit potius, quàm in ſuis. Equidem ſi quis me in re quapiam (quod pro humani ingenij imbecillitate fieri poſſe video) erraſſe oſtenderit, næ ego maximam illi gratiam habuero, qui errantem in viam veritatis reduxerit. At enim probat ſtudium veritatis Peletarius, conuitia ferre non poteſt: quæ tandem conuitia? rogas? Demonſtrationes meas appellas ſophiſmata. Nunc demum, quæ conuitia dicat, intelligo. Nam alia nulla in meo libro eſſe certò ſcio: ab his (ſi conuitia ſunt) fateor me non abſtinere. At ego homo ſimplex, & ignarus verborum, conuitia eſſe nunquam duxi, cum vere dicerentur. Neq; enim, quo alio vocabulo demonſtrationes plane fallaces, & adulterinas appellarem, habebam: neq; vero philoſophorum, ac Mathematicorum conſuetudo loquendi magis appoſitum mihi verbum ſuppeditabat. Accedit, quòd cum à Peletario, homine in loquendo conſideratiſsimo, germanas Campani, Cardanique demonſtrationes paralogiſmos appellari viderem, exiſtimaui in falſis eius demonſtrationibus refellendis impunius perſimili me vocabulo vſurum. Quòd ſi ſophiſma contumelioſius verbum eſt, quam paralogiſmus, in Gallia, ignoſcat conſuetudinis eius ignaro, atq; exiſtimet, me paralogiſmos dicere voluiſſe. Atq; vt plane intelligat Peletarius, me non contradicen di ſtudio illa ſcripſiſſe, mecum vnà conſideret, quantam mihi materiam ſui refellendi dederit, ſi hominem refellere potius, quam rem, quæ tum agebatur, explanare in animo fuiſſet: quanquam occaſionē eius reprehen dendi in ſinum delatam ſæpius omiſi, ne illum mihi delegiſſe viderer, in quem potiſsimum incurrerem. Quàm præclara enim occaſio fuit in propoſ. 4. & 8. lib. 1. atq; in propoſ. 24. lib. 3. quam ipſe 23. facit? In his enim omnibus reijcit demonſtrationes antiquiſsimas Euclidis, tanquam non Geometricas; quippe in quibus figuram vnam alteri ſuperponi concipere animo oporteat: quod ipſe a Geometriæ dignitate putat eſſe alienum, hac ſolum inductus ratione, quòd ſuperpoſitionem illam mechanicum quid eſſe arbitretur, & quòd omnes fere propoſitiones hoc modo, vt ait, poſsint demonſtrari, etiam problemata, in quibus aliquid proponitur conſtruendum; atq; in huius rei exemplum adducit propoſ. 2. & 3. lib.

lib. 1. quæ problemata ſunt. Hic certe Peletarium iure carpere potuiſſem, ſi id mihi fuiſſet propoſitum, vt falſo criminatur; maxime in eo, quòd eadem ratione vſui fore exiſtimauit ſuperpoſitionem in demoſtrãdis problematibus, ac theorematibus. Nam non ſatis intellexiſſe videtur, quo pacto Geometræ ſuperpoſitionem illam vſurpent. Neq; enim volunt, re ipſa faciendam eſſe figurarum ſuperpoſitionem, (hoc enim mechanicum quid eſſet) ſed cogitatione tantum, ac mente, quod opus eſt rationis atq; intellectus. Itaque in theorematibus quidem locum habebit genus hoc argumentandi, in problematibus vero non. Namq; in theorematibus, propter magnitudinum æqualitatem, inæqualitatemve, quæ, vt nota, ponitur, facile intellectus cuiuſuis ſine vlla hęſitatione comprehendit, vnam vel non excedere alteram, vel excedere, ſi animo concipiatur vna alteri eſſe ſuperpoſita, quamuis re ipſa non fiat illa ſuperpoſitio, vt in propoſ. 4. lib. 1. factum eſt: At in problematibus, in quibus magnitudinē quis alteri æqualem conſtruere iubetur, licet mente cogitet magnitudinem propoſitam transferri in alium locum, non tamen propterea quicquam efficiet, cum re ipſa tranſlatio nulla facta ſit: Vt mirum ſit, Peletarium ſibi perſuadere potuiſſe, propoſ. 2. & 3. lib. 1. & alias pene omnes per ſuperpoſitionem, ſiue tranſlationem linearum, figurarumve poſſe demonſtrari, ſi hoc modo argumentandi in Geometria vti liceret. Et certe hac in re non ſolum Euclidem in crimen vocat Peletarius, verum etiam Archimedem, quo, omnium iudicio, acutior in demonſtrando, & ſubtilior fuit nemo, eiuſque commentatorem grauiſsimum, eumque doctiſsimum Eutocium Aſcalonitam, qui eodem argumentandi genere vtuntur in æqueponderantibus, immo vero & omnes Geometras redarguat neceſſe eſt, qui non raro hoc argumenti genus adhibent. Sed videamus, quò tandem egregius hic noſter Geometra, qui omnes alios Geometras reprehendit, ſit deuolutus. Viderat Peletarius, (neq; enim rem adeo manifeſtam videre non poterat) ſi hunc modum argumentandi è medio tollat, vniuerſam ſe Geometriam funditus euertere, cum plurimæ, eæque præcipuæ propoſitiones in Geometria demonſtrentur ex propoſ. 4. & 8. lib. 1. & ex 24. lib. 3. quæ quidem alio modo demonſtrari nequeunt, quam per dictam figurarum ſuperpoſitionem, non quidem re ipſa exiſtentem, ſed cogitatione duntaxat, vt dixi, comprehenſam. Quò igitur ſe verteret? quid ageret? Excogitauit ſane rem magis à Geometria alienam, quam eſt ſuperpoſitio illa figurarum. Coactus enim eſt aſſerere, propoſitionem 4. lib. 1. eſſe definitionem angulorum ęqualium, (& quis vnquam talem audiuit definitionem?) atq; adeo concedendam eam eſſe ſine demonſtratione: propoſitionem vero 8. eiuſdem lib. principium eſſe per ſe quoq; notum. Quod vt credibile magis efficiat, ita ſcribit in propoſitionem 4. lib. 1. [*Etenim nulla euidentiori ſpecie æqualitas figurarum dignoſcitur, quam ex laterum æqualitate.*] Idemque quaſi confirmat, & repetit in propoſitionem 8. eiuſdem lib. dum ita loquitur. [*Quis enim negauerit, duas ſuperficies eſſe æquales, quarum latera & quantitate, & numero ſunt æqualia?*] Hæc Peletarius,

Superpoſitio figurarum apud Geometras quo modo intelligatur, & cur ea locum habeat in theorematibus, non autem in problematibus.

Abſurda ſẽtentia Peletarij de propoſ. 4. & 8. lib. 1. Eucl.

-rius, vt dictę propoſitiones Euclidis ſine demonſtratione admittantur, cõmẽtatus eſt, ſed quę omnino falſa ſunt: vt magnopere mirandũ ſit, potuiſſe eũ propoſitiones a Geometria prorſus alienas tam incõſiderate proferre. Scilicet verum eſt, quod philoſophi aſſerunt; Dato vno abſurdo, cætera conſequũtur. Aſſumpſerat enim Peletarius propoſ. 4. & 8. lib. 1. pro principijs: quod quidem falſum eſt, atq; abſurdum. Vnde ad eas abſurditates neceſſario deuenit, quas etiam illi, qui vix adhuc principia Geometriæ attigerunt, vel facile vitare potuiſſent. Nam quis non videt, Rhombum, & Quadratum, etiamſi latera habeant & quantitate, & numero æqualia, poſſe tamen inter ſe valde eſſe inæqualia? Id quod in Pentagonis quoque æquilateris, & in alijs figuris pluriũ laterum æqualium cerni poteſt: quod non eſt huius loci pluribus verbis explicare. Cum ergo in omnibus figuris multilateris inæqualitas reperiatur, licet latera habeant & quantitate, & numero æqualia, demonſtrandum fuit neceſſario Euclidi, æqualitatem triangulorum colligi ex laterum ęqualitate, quandoquidem in alijs figuris ea non colligitur. Quare neq; propoſitio 4. Definitio, neq; propoſitio 8. principium erit; ac proinde omnes propoſitiones, quæ illis nituntur, quæ innumerabiles propemodum ſunt, corruant neceſſe eſt, niſi demonſtrationes Euclidis recipiãtur in illis propoſitionibus, cum alio modo demonſtrari non poſſint. Demonſtratio enim noua propoſ. 4. quam Peletarius confinxit, nihil aliud eſt, quam (vt cum Logicis loquamur) petitio principij. Id quod perſpicuum erit cuilibet, qui eam diligentius conſiderare voluerit. Nam in ea ſolum cõſtruitur vnum triangulum poſteriori ex duobus datis æquale, immo idem, atq; hoc ipſum quidem ineptiſſime, cum ad id præſtandum circulos deſcribat Peletarius, quibus tamen in demonſtratione non vtitur, quod vitioſum omnino eſt in Geometria: Deinde infert, triangulum hoc conſtructum, quod a poſteriori ex duobus propoſitis non differt, priori eſſe æquale, ſine vlla demonſtratione; certum autem eſt, hoc ab initio propoſitum fuiſſe, vt demonſtretur. Quocirca maniſeſte principium petit, cum eadem facilitate ſtatim in principio concludere potuiſſet, etiamſi nullam adhibuiſſet conſtructionem, triangula propoſita eſſe æqualia; quippe cum conſtructio illa ad rem non faciat. Idem dico de demonſtratione propoſ. 24. lib. 3. quam etiam nouam confinxit: quod eorum iudicio, ad quorum manus eius commentarij peruenerunt, relinquo. Prætereo alia loca innumerabilia, in quibus abutitur propoſitionibus Euclidis in demonſtrando, vt quòd plerunq; ſecundam propoſ. lib. 1. inſcite pro tertia aſſumat, &c. Neq; enim mihi in animo nunc eſt, eius commentarios examinare, ſed ſolum calumnias, quas frequentes in ſua Apologia adhibuit, a me depellere. Quæ cum ita ſint, quod ille falsò de me, verè ego de illo dicere poſſem, rubere me, (vt eius verbis vtar) Euclidi interpretem contigiſſe, qui nõ iam Theonem, aut Campanũ emẽdet, ſed ipſum Euclidem ſine cauſa reprehendat; quippe cum ego Euclidem (vti par eſt) a calumnijs ipſius defendam, omneſque inſidias, ac fallacias, quas contra eum inſtruxerat, detegam ac refellam. Liquet igitur, me ea

Petitur principiũ à Peletario in propoſ. 4. lib. 1. Eucl.

mente

mente non fuiſſe, vt Peletarium redarguerem, cum tot ac tantos errores diſsimulauerim: quos ego ne nunc quidem in lucem protuliſſem, niſi vellem omnes & intelligere, quantum Peletarius a me, de quo tam acerbe queritur, tum beneficium acceperit, & ex breui hac diſputatione fructus aliquid, vtilitatiſque percipere. Nunc vt, quam diſpari ille animo in me fuerit, appareat, eius calumnias breuiter exponam, atq; ita refellam ac diluam, vt omnes oculis videant, eas eſſe calumnias: In quo tamen eiuſmodi a me moderatio adhibebitur, vt modeſtiæ, quæ hominem religioſum decet, minime obliuiſcar. Neq; enim illi, vti prouocauit, reſpõdebo.

PRIMVM itaq; mihi obijcit Peletarius, quòd in eius demonſtrationibus citandis ita me geſſerim, vt ſi quo modo nomen ipſius ſupprimere potuiſſem, id me oſtendam libenter fuiſſe facturum. Quod quam ſit falſum, facile iudicabunt ij, qui meos commentarios legerint; cum vbiq; eum honorifice appellem, eique plurimas demonſtrationes aſcribam, tanquam proprias, quas tamen aliter, quam ipſe, & multo breuius demonſtro, & interdum etiã (quod maius eſt) vniuerſalius, vt liquido conſtat ex ijs, quæ tum ad propoſ. 38. tum ad propoſ. 45. lib. 1. ex Peletario demonſtraui, vt alia interim taceam: quæ non iniuria mihi vendicare potuiſſem: vt mirer, quid illi in mentem venerit, id a me parum ſyncere, atq; adeo inuidioſe factum exiſtimare, quod ego verebar, ne nimis ambitioſe factũ quiſpiam iudicaret. Quòd vero propoſ. 16. lib. 3. & in prioribus duabus definitionibus lib. 5. vt ipſe obijcit, animoſe, vt ego fateor, libere, quid de eius demonſtrationibus ſentirẽ, expoſui, id feci, vt iam ante dixi, non cuiuſquam lædendi cauſa, ſed quærendæ veritatis. Ea enim eſt natura, & conditio eorum, qui liberalibus artibus dant operam, vt etiamſi alter alterius interdum ſententiam impugnet, non tamen idcirco odijs potius, quam ingenijs inter ſe certare videantur. Qui ſit aliorum ſenſus ignoro, equidem, vt ſupra dixi, ita ſum animo, vt ſi quis me alicuius erroris in demonſtrando commiſsi admoneret, ei quam maximas gratias haberem: atq; vt liberius id facerent, enixe rogaui non paucos, & nunc iterum eoſdem, atque etiam alios amicè oratos volo. Scio enim quam facile poſsit in ſuis quisq; inuentis hallucinari; video (quod ipſe quoq; Peletarius in Apologia ſapienter aſſeruit) omnibus hominibus commune eſſe, vt peccent. Deinde quòd in additionibus ad propoſ. 47. lib. 1. eius mentionem non fecerim, non eſt, quod ægre ferat, cum illæ propoſitiones non ſint ab ipſo inuentæ. Quædam enim multo tempore ante ipſum demonſtratæ ſunt vel a Campano, vel a Proclo, aut Theone: quaſdam vero demonſtraui egomet, antequam ipſius demonſtrationes vidiſſem; quòd adeo manifeſtæ ſint, & faciles, vt nulla probatione egeant, ſed ſint inſtar corollariorum propoſ. 47. Vt nulla prorſus laus, aut gloria illi acceſſura videretur, ſi maxime eas ab ipſo inuentas eſſe (quod tamen verum non eſt) prædicaſſem; cum eas quilibet, modo primoribus labris ſtudia Mathematica deguſtarit, nullo negotio ex illa propoſ. 47. colligere poſsit: Vt non videam, cur tandem eas propoſitiones tanti ponderis eſſe dicat, cum ſint omnium iudicio leuiſ

ſimæ; adeo vt in pleriſque earum nec ipſe Peletarius demonſtrationem vllam, propter earum euidentiam, adducat, ſed eas nulla probatione egere fateatur. Denique non eſt, quod tantopere mihi ſuccenſeat idcirco, quod conſtructionem Pentagoni æquilateri, & æquianguli ſupra datam rectam lineam finitam ei non tribuerim: quoniam in ea conſtructione nihil prorſus ab eo ſum mutuatus: quod ijs dijudicandum relinquo, qui meam cum illius conſtructione contulerint. Nam & mea omnino diuerſa eſt, & ille in ſua mirifice (vt alia peccata taceam) abutitur propoſitione 9 lib. 3. cum ex ea probet, punctum quoddam eſſe centrũ circuli, qui nondum eſt deſcriptus. Geometra ſanè dixiſſet, punctum illud eſſe eiuſmodi, vt circulus ex eo deſcriptus ad interuallum cuiuſlibet lineæ rectæ ex illis tribus, quæ ibi oſtenſæ ſunt æquales, tranſeat per extremitates reliquarum duarum linearum æqualium. Nam propoſitio 9. lib. 3. nihil eo loco ad rem facit, cum propoſitum ex ipſa cõſtructione poſsit cõcludi, & ex demõſtratis, vt proxime dixi, etiamſi propoſitio illa vera non eſſet, aut nuſquam demonſtrata. Idem peccatum committit Peletarius in omnibus propoſitionibus lib. 4. in quibus vel intra figuram rectilineam, vel circa eandẽ circulus deſcribẽdus eſt. Quòd ſi ideo ſim reprehẽdendus, quòd propoſitionem vnã, multo aliter a me, & breuius demonſtratam, ei non aſcripſerim, non video, quo pacto in idem ipſe vitium non incurrat, cum problema hoc [*Propoſitis duabus lineis inæqualibus, potentiam maioris ſupra minorem cognoſcere.*] multis ſeculis ante ipſum a Theone demonſtratum ſibi arroget, hac ſolum de cauſa, vt arbitror, quòd illud alia ratione, longiore tamen, demonſtrauerit. Mitto hoc aliud problema, [*Dato angulo rectilineo æqualem angulum curuilineum conſtituere.*] quod in Apologia ſuum proprium appellat, idemque hactenus deſideratum eſſe gloriatur; cum tamen illud ipſum ego ex Proclo, qui multis ante eum ſeculis floruit, in defin. 5. lib. 5. multo breuius, & clarius demonſtrauerim. Nam, vt eo in loco oſtendi, ſi rectæ lineæ datum angulum rectilineum continentes ponantur æquales, & circa ipſas duo ſemicirculi (qui æquales erunt) verſus eaſdem partes deſcribantur, illico conſtitutus erit angulus curuilineus dato angulo rectilineo æqualis: Neque opus eſt tot ambagibus vti, quot Peletarius ad eam rem demonſtrandam adhibet; quamuis robur demonſtrationis ipſius idem ſit, quod meæ. Et quod magis mirandum eſt, fatetur Peletarius, ſe meam demonſtrationem vidiſſe, & eam nihilominus ſibi audet, tanquam propriam arrogare. En cur Peletarius clamet, me non paucas demonſtrationes parum honeſte, vt mihi vendicem, ſibi ſubducere conatum. Quis autem non videt, id eum in altero vituperare, quod ipſe ſibi glorioſum putat? Itaque multo verius, ac iuſtius eodem illum crimine ego, quàm ille me, condemnare poſſum; cum nunquam propoſitionum illarum inuentorem me appellauerim, vt ipſe, ſed ſolum eius nomen, ob rationes a me expoſitas, reticuerim.

Impropri etates Peletarij in demonſtrando.

DEINDE angulum contactus, & acutum rectilineum eiuſdem generis eſſe, contra me pluribus verbis conatur oſtendere. Sed neſcio quo modo

modo aberrat, quod dicitur, a ſcopo. Solum enim probat, vtrumque angulum eodem genere quantitatis contineri, hoc eſt, vtrumque angulum planum eſſe; quod acutus angulus rectilineus, vel etiam rectus conſtare poſſit ex angulo contactus, & alio angulo mixto: quod neque ego, neque vllus vnquam Geometra negauit. Ego angulos illos eiuſdem eſſe generis negaui hac ſolum de cauſa, quòd angulus contactus quantumuis multiplicatus angulum acutum rectilineum ſuperare nequeat, vt in ſcholio propoſ. 16. lib. 3. euidenter oſtendi. Hinc enim fit, vt alter ad alterum proportionem non habeat, atque adeo quodammodo diuerſi generis ſint: quemadmodum eadē de cauſa linea recta finita, & infinita non cenſentur eſſe eiuſdem generis, cum altera ad alteram proportionem non habeat; quamuis ſub eodem genere magnitudinis; nimirum ſub linea recta, comprehendantur. Hoc itaque feriat, vt collimaſſe videatur: quamquam vt omnia faciat, collimabit nunquam; ita longè abeſt, quod eſt propoſitum. Magnitudines autem, quarum altera multiplicata alteram ſuperare nequit, non cenſeri eiuſdem generis, (quod ad proportionem attinet) licet ſub eodē genere quantitatis, hoc eſt, ſub longitudine, aut latitudine, aut profunditate, aut numero, collocentur, liquido conſtat ex defin. 5. lib. 5. vbi Euclides ſatis perſpicue explicat, cuiuſmodi debeant eſſe magnitudines eiuſdem generis, inter quas proportio reperitur. Quare viderint alij, Peletarius homo conſideratus quam cogitatè me incogitantem hominem appellarit; quaſi non recte intellexerim, quæ magnitudines ſint eiuſdē generis, quæ non ſint. Nunquam enim dixi (id quod mihi affinxit, vt carperet) duarum magnitudinum, quæ ſub diuerſis quātitatis generibus collocantur, quales ſunt linea, ſuperficies, corpus, ac numerus, alterutram ita poſſe multiplicari, vt alteram ſuperet: In quo, nèmine reluctante, fruſtra ſeſe fatigat, vt doceat, id fieri non poſſe; ſed de illis duntaxat magnitudinibus ſum locutus, quæ cum in eodem genere quantitatis verſentur, diuerſi tamen generis cenſeri poſſunt: quales ſunt ſuperficies rectilinea & curuilinea, ſiue mixta: Itemque linea recta, & curua. Hæ etenim ita differre inter ſe videntur, vt Ariſtoteles liquido affirmarit, vnam alteri æqualem eſſe non poſſe: quod tamen (pace Ariſtotelis dictum ſit) verum vſquequaque non eſt; cum Archimedes in lib. de lineis ſpiralibus demonſtrauerit, quænam linea recta æqualis poſſit eſſe circunferentiæ cuiuſuis circuli dati. Non igitur negare poterit Peletarius, aut quiſquam alius, ab Euclide defin. 5. lib. 5. aliquas quantitates a proportionis definitione excludi, diuerſique propterea eſſe quodammodo generis, quod ad proportionem attinet, licet in eodem magnitudinis genere ponantur: quales ſunt angulus contactus, & angulus rectilineus; Linea item recta finita, & infinita: Multas item magnitudines comprehendi in eadem definitione proportionis, quas plerique excludebant; cuiuſmodi ſunt curuilinea ſuperficies, & rectilinea; necnon linea circularis, & recta, vt paulo ante diximus, latiuſque in defin. 5. lib. 5. expoſuimus. Verum Peletarius, ne opinionem illam ſuam, quam de angulo contactus ſemel imbiberat, deſerere cogeretur, noluit hanc expoſitionem quintæ defin. lib. 5.

Angulus contactus, & rectilineus cur dici nequeut eſſe diuerſi generis.

recipere;immo eã vt oppugnet,omnes videtur in Apologia intẽdiſſe neruos,oblitus ſui,q fere eodẽ modo illam defin.in quinto lib.olim expoſuerat;niſi quod nõ recte inde colligit, angulum cõtactus non eſſe quantitatẽ, propterea quod multiplicatus nullam magnitudinem,vt dicit,poſsit excedere. Hoc enim (pace eius dixerim) falſum eſt. Nam licet angulus contactus multiplicatus angulum rectilineum non poſsit excedere , excedet tamen alium angulum contactus. Quare ex illa defin.ſolum recte colligitur, angulum contactus ad angulum rectilineum non habere proportionem vllam; ad angulum vero alium contactus quemcunque proportionem habere. Sed ſiue ita intellexerit eam defin. vt ex commentarijs eius in lib. 5. colligi poteſt,ſiue ſecus,vt in Apologia indicare videtur;non multum laboro:Certè ita illam eſſe intelligendam,vt expoſui,nemo,qui verba Euclidis diligenter expenderit,negabit. Verum enim verò,ſi mihi fidem habere non vult Peletarius, habebit certe , (niſi arrogans haberi volet) aut Proclo grauiſsimo ſcriptori,qui lib. 2. in lib. 1. Eucl.ad definitionem anguli plani eodem modo definitionem illam intellexit, aut Petro Nonio Luſitano,quem tanti facit,(& merito id quidẽ : fuit enim acerrimo vir ingenio , & nullo hac noſtra ætate in Mathematicis inferior) vt eum vnum pro multis millibus teſtem citet, & ſuarũ demõſtrationum approbatorem, qui diſertiſsimis verbis tum in libro de Erratis Orontij , tum in Algebræ ſua , illam definitionem explicat , vt a me eſt expoſita : quinetiam ibidem aſſerit,ex ea defin.colligi,angulum contactus ad angulum rectilineum , & lineam finitam ad infinitam nullam habere proportionem ; vt Petrus Nonius,quem teſtem produxerat pro ſe Peletarius,iam pro me teſtimonium dicat. Atque ex hiſce duobus locis Petri Nonij facile quiuis intelliget, quam ſine ratione, quanto contradicendi ſtudio mihi inſultet Peletarius, cum ſemel atque iterum odioſe percontatur, vndenam potuerim illi lineã infinitam deportare.In idem enim crimen (ſi crimen eſt , lineam infinitam exempli cauſa nominare) vocat etiam Petrum Nonium teſtem ſuum, atque adeo omnes philoſophos,quorum eſt illa vox nemini inaudita, præterquam Peletario , finiti ad infinitum nullam eſſe proportionem . Deſinat igitur a me ſciſcitari,vnde lineam infinitam deportauerim: Inde enim reſpondebo,vnde eam Petrus Nonius , vnde philoſophi omnes deportarunt. Quid ? nonne ſophiſma illud Peletarij,ſemper in hoc erro, demonſtratio illa,volui dicere,& quidem palmaris,qua conatur oſtendere , propoſitionem 1. lib. 10. cum propoſ.16.lib.3.ſtare non poſſe,ſi angulus contactus concedatur eſſe quantitas, a Petro Nonio Peletarij cognitore eadem prorſus ratione, qua a me ipſo, confutatur? Quæ ſi germana demonſtratio eſt,miror quid ſit, cur eã Nonius Geometriæ ſcientiſsimus,idemq; Peletarij approbator, minus probarit: Cur nihilo magis demonſtrationes eiuſdem,quibus planum facit, (vt putat) angulum contactus quantitatem non eſſe,eundem illum Nonium nihil admodum mouerint? Id enim (niſi fallor)illa Nonij verba [*Si quis ſententiam Peletarij de angulo contactus amplecti velit.*]declarant. Nam ſi demonſtrationes exiſtimaſſet,profecto Peletarij

letarij doctrinā in eo retinendam eſſe dixiſſet, Geometricæ enim demonſtrationes eiuſmodi ſunt, vt aſſenſum extorqueant, ac dubitationem omnem excludant, nulloq; modo quempiam ſinant ancipiti opinione diſtrahi ſic, vt tum aſſentiatur, ſi velit, tum, ſi nolit, diſſentiat. En cur Peletarius Nonij teſtimonio aliorū iudicia cōtemnat, en præclarum teſtimoniū, quod Petrus Nonius eius demonſtrationibus dedit: quò æquiore animo ferat, eas a me nihilo magis, quā ab illo ſuo approbatore, demōſtrationes putari.

TERTIO, quòd exiſtimare dixi Peletarium, angulum contingentiæ nihil eſſe, falſum eſſe, clamat: Nuſquam enim dixiſſe ſe, nihil eſſe, ſed quantitatem non eſſe. Ita ne vero? at in prædicamento Quantitatis, quod neque eſt punctum, (quis enim inclinationem illam punctum eſſe dixerit?) neque quantitas, quo alio nomine vocetur, quam Nihil? Sed vt vt dixit, profecto non modo mirabile eſt, ſed monſtri in Geometria ſimile, putare angulum contactus non eſſe quantitatem, qui poſtea additus alijs angulis efficiat curuilineum angulum rectilineo æqualem. Quis enim vnquā Geometrarum id, quod quantitas non eſt, magnitudini adiunxit, vt æqualem eam alteri efficeret? Prætereo, quod figura trilatera curuilinea intra tres circulos ſe mutuo tangentes concluſa nullum haberet angulū ex Peletarij ſententia; quia tres illi contactus, anguli non ſunt: cum tamen tribus diuerſis lineis contineatur; quod omnino nouum eſt, & inauditū apud Geometras. Itemque, ſi quatuor, aut plures circuli ſe mutuo tangerent, vt fieret figura curuilinea quadrilatera, vel plurium laterum, illa nullum angulum haberet. Atque etiam, ſi duæ lineæ rectæ angulum continentes, vnum eundemque circulum tangerent, trilatera illa figura habens tertium latus curuum, vnicum tantum haberet angulum. Quæ omnia ſi ſunt abſurda, conſentanea non eſt opinio Peletarij. Sed nimis fortaſſe multa ad Nihil illud Peletarij euertendum, ad quod tuendum ille nihil afferat. Quoniam vero, ne pro Nihilo ſuo nihil agere videatur, quando res non poteſt, mea verba carpit, verba defendam: quæ quidē ille neſcio quibus præſtigijs ita deprauat, vt dicere videar, nihil eſſe minus quocūq; angulo: atq; (vt ſimplicem, credo, hominē irretiat) quærit ex me, quod tādem genus ſermonis ſit illud. Viderit is, cuius ex officina prodijt. Neque enim ego eiuſmodi ſermonem agnoſco, qui, nihil eſſe minus quocunque angulo, nuſquam dixerim, niſi ex ſententia Peletarij. Sed videlicet homo vehemens, vt ſuum illud Nihil vlciſceretur, aliud mihi nihil affinxit, quo cum impune pugnaret: At quam palæſtrice pugnat? quam ſibi placet hoc loco, dum meum illud argumentum, quo petitus fuerat, in me ipſum mira venuſtate conuertit? Sic enim argumentatur. [*Angulus contactus nihil eſt: Angulus contactus angulo contactus maior eſt. Angulus igitur maior nihilo eſt: Atqui Clauius eundē ponit minorē nihilo. Eſt igitur angulus contactus nihilo maior, et idē nihilo minor*] Mox quaſi Nihil illud ab ſe effictū iugulaſſet, exclamat. [*En Clauij argumenta, quæ vtrum tandem Peletarij ſophiſmata ſunt, an Clauij potius figmenta, cum ipſe ſuum angulum contactus nihil eſſe dicat, non ego?*] Verum vt hominem fœneum, atque adumbratum nequicquam

petere

petere deſinat, virum oſtendam, qui cum, ſi velit, certare cum laude poſſi. Ego vt oſtenderem, angulum contactus, ex Euclidis ſententia, verè eſſe angulum, & angulum ſemicirculi angulo recto rectilineo minorem, ita ſum argumentatus. Si Euclides ſenſiſſet, angulum contactus nihil prorſus eſſe, (hoc eſt, vt Peletarius intelligit, non eſſe angulum, vel non eſſe quantitatem) & angulum ſemicirculi æqualem recto rectilineo; quid, obſecro, tantopere deſudaſſet, vt demonſtraret, angulum contactus eſſe minorem omni acuto rectilineo, angulum vero ſemicirculi maiorem? Quid enim clarius, quàm nihil, cuiuſmodi eſt angulus contactus, ex Peletarij ſententia, hoc eſt, quàm id, quod quantitas non eſt, minus eſſe quocunque angulo? Quid rurſus magis perſpicuum, quàm angulum rectum, qualem ponit Peletarius angulum ſemicirculi, maiorem eſſe quolibet acuto? Agnoſcat itaque Peletarius, Nihil illud ſuum male à nobis acceptum, idque ita vlciſcatur, vt meum hoc argumentum refellat: in quo ego ſi angulum contactus dixi eſſe nihil, & non potius eum nihil eſſe aſſerui ex ſententia Peletarij, libenter manus dabo. Videtur Peletarius aut non intellexiſſe meum argumentum, aut intelligere noluiſſe: niſi eum quis dicat, dedita opera verba mea voluiſſe cauillari; quod & pleriſque alijs in locis facere videtur. Nunquam enim dixi, angulum contactus minorem eſſe, aut maiorem nihilo: Solum affirmaui, angulum contactus quemcunque minorem eſſe, aut maiorem aliquo alio angulo contactus, quem non ego dixi nihil eſſe, ſed Peletarius, eundemque Euclides minorem quolibet acuto rectilineo recte demonſtrauit. Vt autem intelligat Peletarius, me, quod ipſe negat, didiciſſe Dialecticam, illum ipſum tam lepidum, atque acutum ſyllogiſmum, quo Nihil illud ab ſe cōfictum mira venuſtate confixit, pauliſper conſiderabimus; vt quàm ſuo iure Dialecticæ ignaros alios vocet, appareat. Nam mihi quidem male tornatus ille ipſe ſyllogiſmus videtur, incudique reddendus. Etenim cum verſetur in tertia figura, in eo maior extremitas, (vt Dialectici loquuntur) quæ eſt, Nihil, de minori, quę eſt, angulo contactus maior, in recto prædicari deberet, hoc pacto. Angulus contactus nihil eſt: Angulus contactus angulo contactus maior eſt. Igitur aliquid, quod angulo contactus maius eſt, nihil eſt. Quæ quidem concluſio recte ſequitur ex præmiſsis, quarum prior Peletarij eſt, non mea, poſterior autem mea, & Procli, immo & Euclidis. Concluſio autem illa Peletarij, Angulus igitur maior nihilo eſt, nulla ratione ex præmiſsis inferri poteſt. Nam ſi, angulum cùm dicit, intelligit Peletarius angulum contactus, aſſumitur medius terminus, qui in vtraq; præmiſſa ſubijcitur: quod nefas eſſe, Ariſtoteles in prioribus Anal. & Dialectici omnes clamant. Si autem alium angulum intelligit, aſſumitur in concluſione terminus, cuius nulla facta eſt mentio in præmiſsis: quod nihilo magis licere, nemo eſt tam plumbeus in Dialecticis, qui neſciat. Neque contendat Peletarius, mentionem factam eſſe anguli in minore extremitate, vbi dictum eſt, angulum contactus angulo contactus maiorem eſſe. Nam angulus in minore extremitate poſitus eſt in obliquo, qui in concluſione ſubijcitur in recto: quod, vtau-

Paralogiſmus Peletarij inſignis.

vt auctore Ariſtotele docent omnes Logici,ſine peccato fieri non poteſt. Quod vt planum fiat, vtemur ea palæſtra,quam ab illo didicimus. Si quiſpiam ita argumentetur; Angulus in ſemicirculo rectus eſt: Angulus in ſemicirculo angulo acuto maior eſt. Angulus igitur acutus maior recto eſt; quis, modo ſit imbutus Dialecticis, eiuſmodi argumentationem probet, cum præmiſſæ veræ ſint, concluſio autem falſa? Talis ille ſyllogiſmus eſt Peletarij, qui apud imperitam multitudinem alter Chryſippus videri voluit. Concluſio,quæ recte ex præmiſsis inferretur,hæc eſſet. Igitur aliquis angulus,qui acuto maior eſt,rectus eſt. Sed tamen ei veniam dandam puto,quòd ſe Geometricum Dialecticum,ex alio quodam Dialecticorum genere, profitetur,cuius ego me Dialecticæ, ſi ab Ariſtotelica abhorret, planè fateor ignarum. Fatetur deinde Peletarius,ſe non intelligere, quo pacto dicere poſsim,angulum rectilineum minimum dari non poſſe,& tamen angulum contactus eſſe omni acuto rectilineo minorem, (ipſe,vt aliquid addat de ſuo,dicit,omni minimo acuto rectilineo minorem; cum tamen verbum illud,minimo,ego non addiderim)cupitque ſcire,quid aliud ſit, angulum contactus minorem eſſe omni rectilineo acuto, quàm angulum contactus eſſe acutorum rectilineorum minimum. Qua in re morem geram homini non grauate, etſi è ſcholio ad propoſ. 16. lib. 3. potuit id, quod cupit, cognoſcere. Nempe ea ratione me illud potuiſſe dicere, qua dicimus,angulum obtuſum rectilineum minimum dari non poſſe,& tamen angulum rectilineum acutum eſſe omni obtuſo rectilineo minorem. Item quemadmodum aliud eſt,angulum rectilineum acutum minorem eſſe omni rectilineo obtuſo, quàm angulum rectilineum acutum eſſe obtuſorum rectilineorum minimum: propterea quod angulus acutus non eſt obtuſus, ſicut nec angulus contactus rectilineus eſt,aut acutus. Id quod etiam clariſsime docet Proclus lib. 2. in primum Eucl. ad defin. anguli recti, obtuſi, & acuti. Sed hæc puerilia ſunt, & quæ magis ad Grammaticos ſpectent, quàm ad Geometras. Quòd etiam, ne librum meum parum ſpiſſum viderer feciſſe,ſuas demonſtrationes ad verbum me recitaſſe queritur,id in me reprehendit, quod ego in ipſo deſidero. Id enim eo a me conſilio factum eſt,vt omnes plane viderent,ſyncere me,ac fideliter eius opinionem retuliſſe,nullumq; omnino verbũ immutaſſe. Quod vtinam in meis verbis recitãdis ipſe facere in animum induxiſſet. Multo enim minus ſpiſſam Apologiam ſuam facere potuiſſet. Nam ego,quid erat,cur laborarem meum librum Peletarij verbis magis ſpiſſum efficere? Qui enim parum ſpiſſum iudicarem librum eum, qui nec raras, nec inanes in libros omnes Euclidis commentationes contineret, cum Peletarius ſuum librum, qui ſex priorum duntaxat librorum demonſtrationes complectitur,ſatis ſpiſſum ſit arbitratus? Sed eo ſum æquior Peletario,quòd ex ſe alios iudicat. Nam in Apologia ſua,ne inanis rerum videretur, tres demonſtrationes nihil penitus ad eam pertinentes inſerſit: quarum priorem immeritò ſuam propriam facit,vt ſupra dixi: poſteriorem vero, quam mirum in modum gloriatur ſe clariorem feciſſe,ego & longè breuius,& dilucidius(niſi meorum

me

me amor fallat)iam pridem demonſtraui, vt mox, Deo adiuuante, ex libello meo de dimenſionibus magnitudinum apparebit. Sed licuerit Peletario ſuæ Apologię, ne incomitata prodiret, nouo more comites ac pediſſequas adiungere: mihi cur non liceat, quod omnibus ſemper licuit, aliorum ſententias totas meis ſcriptis intexere? Aut igitur omnes reprehendat, atque in primis Petrum Nonium laudatorem ſuum, qui idem fecit in refellendis paralogiſmis Orontij, aut ſine cauſa id ſe mihi vitio dediſſe fateatur. Quòd ſi, poſtquam tam fideliter eius verba propoſui, Peletarius criminatur, me eius ſententiam perperam eſſe interpretatum, quid facturus fuiſſet, ſi alienis verbis eius opinionem in medium adduxiſſem? Equidem facile ſibi perſuadebit quis, nullum eum verbum relicturum fuiſſe, quod non reprehendiſſet.

QVARTO vt leuiora hæc omittat, illud putat palmare, quòd me laborare oſtendit, vt probem, angulos cõtactus alios alijs eſſe inæquales: propterea quòd ſcripſi, æqualitatem angulorum eiuſdem generis requirere eandem inclinationem linearum, ita vt lineæ vnius conueniant omnino lineis alterius, ſi alter alteri ſuperponatur, iuxta octauum pronunciatum. Qua in re dupliciter me peccare ait. Primum quod dicam, ad æqualitatem angulorum eiuſdem generis requiri eandem linearum inclinationem; cum tamen angulus rectilineus oſtenſus ſit a me æqualis circuilineo, atque adeo eiuſdem generis cum illo, licet non ſit in vtroq; eadem linearum inclinatio. Deinde quod putem angulos contactus ideo inter ſe inæquales eſſe, quòd ſibi mutuo non congruant. Equidem ſi quid in eo a me peccatum eſſe intelligerem, & peccatum (quod eſt ingenuo, & liberaliter educato homine dignum) agnoſcerem, & Peletario correctori, & emendatori meo (quocunque id animo fecerit) gratias agerem. Nunc vero, cum, tota re etiam atque etiam conſiderata, nihil omnino vitij ineſſe videam, ita, quæ obijciuntur, diluam, vt tamen gratiam habeam Peletario, qui occaſionem dedit eius loci diligentius explicandi. Ego igitur eo loco intellexi angulos eiuſdem generis illós, qui vnam lineam habent rectam, & alteram circularem, quales ſunt anguli contactus, & ſemicirculorum, de quibus tunc agebamus. Quare cum linea recta vnius congruat lineæ rectæ alterius, circularis vero circulari non itẽ, niſi circuli ponantur æquales, efficitur, angulos illos eſſe inæquales inter ſe, quippe cum alter alterum excedat. Eadem ratione, ſi dentur duo anguli curuilinei æqualium circulorum æquales, neceſſe eſt, lineas vnius lineis alterius congruere, ſi alter alteri ſuperponatur. Quòd ſi Peletarius hanc doctrinam oppugnat, ſciat, ſe iam bellum mouere non mihi, ſed Proclo, qui lib. 3. in primum Eucl. ad propoſ. 4. idem prorſus docet, quod ego. Ait enim [*Angulorum autem æqualitatem ſumemus iuxta conuenientiam laterum in rectilineis, in cæteriſque omnibus, qui eiuſdem ſunt ſpeciei, vt in Lunaribus, in Syſtroidibus, atque in vtrinque conuexis, &c.*] Et infra. [*Quæ æqualia data ſunt; ſibi inuicem congruunt. Hoc autem non in omnibus verũ eſt, ſed in ijs, quæ ſpecie ſimilia ſunt. Specie autem ſimilia hac dico, vt recta linea rectæ lineæ, & cir-*

& circunſerentia circunſerentia circuli eiuſdem, & anguli, qui à ſimilibus ſimiliter iacentibus lineis comprehenſi ſunt. Horum autem dico, quòd quæ æqualia data fuerint, ſibi inuicem congruũt.]Nonne luce clarius ex his colligitur, Proclum illos ſolum angulos contactus concedere æquales, quorum rectæ lineæ, & curuæ ſibi mutuò congruunt? Temere igitur Peletarius mihi obijcit angulum rectilineum & circuilineum, triangulum & quadratum, atque alia huiuſmodi, de quibus eo loco ſermo non erat; quippe quæ non ſint eiuſdem ſpeciei, atque adeo æqualitatem tueantur, etiamſi alterum alteri non congruat. Vt iam vereri incipiam, ne Peletarius noſter contentionis ſit cupidior, quàm veritatis.

POSTREMO, vt nihil intactum relinquat, me non modo Geometriæ ignarum vocat, ſed etiam Logices: propterea quòd lib. 5. dixi, non recte à quibuſdam diuidi Proportionem rationalem in proportionẽ æqualitatis, atque inæqualitatis? quòd multæ proportiones inæqualitatis ſint etiam irrationales. Ego vero (etſi non is ſum, qui mihi quicquã vllo in genere arrogem) tamen in hiſce ſtudijs, in quibus mediocriter verſatus ſum, planè rudem non eſſe, præ me ſemper tuli. Quantulum autem ſit id, quod in vtroq; poſſim, cæteri melius, qui vacant amore, & odio, iudicabunt; Peletario quidem ipſi ita me adhuc reſpõdiſſe arbitror, vt iam minus fortaſſe ignarus Geometriæ, ac Dialecticæ videar, quàm putarat. Nunc, vt perſpiciat, neq; me pertinacem eſſe, neq; illa, quæ exagitat, à Dialecticorũ præceptis abhorrere, libẽter ei concedo, diuiſionẽ illam, quam à me reprehenſam criminatur, probã eſſe, ita tamen, ſi in quolibet diuiſionis membro Diuiſum intelligatur: neq; vero hoc vnquã negaui, cum alibi ſimiles diuiſiones vſurpem. Solũ id eo loci contẽdi, rectius meo iudicio, diuidi Proportionem in vniuerſum duplici diuiſione, priori quidem in proportionem rationalem, & irrationalem: poſteriori vero in proportionẽ æqualitatis, atq; inæqualitatis, (quod veriſsimum eſſe, neminem negaturum cenſeo, qui rem diligentius expenderit) cum tam priora duo membra diuidẽtia, quam poſteriora totum Diuiſum (vt Logici loquuntur) exhauriant: quàm ſi prius membrum prioris diuiſionis, hoc eſt, proportio rationalis, ſecetur in proportionem æqualitatis, & inæqualitatis, cum hæc membra diuidentia latius pateant, quam Diuiſum, niſi in illis Diuiſum intelligatur. Atque eò magis duplex illa diuiſio mihi probatur, quòd non deſint, qui primum partiantur Proportionem in proportionẽ æqualitatis, & inæqualitatis; poſteriorem deinde hanc in proportionem rationalem, & irrationalem: contrario ſcilicet modo, quàm priores. Vt igitur hanc controuerſiam dirimerem, ac dubitationem, vtri rectius faciant, priores ne an poſteriores, tollerem, ſtatui duabus diuiſionibus ſecandam eſſe Proportionem, quarum vtraque abſolutiſsima eſt, ac perfectiſsima. Non aliter arbitror, omnes magis eſſe probaturos, ſi corpus duplici diuiſione ſecetur, primum quidem in viuens, & non viuens; deinde vero in album, nigrum, ac mixto colore affectum: quam ſi corpus viuens diuidatur in album, nigrum, ac mixto colore affectum; ob cauſam iam dictam: licet hæc ſubdiuiſio bona ſit, ſi Diuiſum ſem-

per intelligatur. Huiuſmodi diuiſiones ſexcentas adducere poſſem: ſed ſatis eſt, me prudenti lectori inſtitutum meum in diuiſione Proportionis expoſuiſſe, & cur duplicem illam diuiſionem ſubdiuiſioni aliorum prætulerim. Quòd ſi tam acres, & ſeueri iudices ſingulorum verborum aut improprietatum, quæ per incogitantiam interdum excidunt, eſſe velimus, næ ſcriptorum nullus aliquo vitio carebit, neque ipſe quidem Peletarius, vt partim ex ijs, quæ dicta ſunt, conſtat, partim etiam ex alijs eius demonſtrationibus apparere poteſt: quas ſi liberet ad certam illam Dialecticorum normam exquirere, profecto reprehendendi materia non deeſſet. Verum non eſt hoc noſtri conſilij, refellendi ſtudio vitia aliena ſcrutari, ſed vbi ſeſe occaſio obtulerit, meam (qualiſcunque eſt) de aliorum ſententijs ſententiam exponere: Solum ab eo peto, (quoniam ſe tam acutum Dialecticum iactat, vt alios contemnere videatur; quanquàm ex ſuperiore ſyllogiſmo, quem in me conuertit, liquido conſtat, quam ſit Dialecticæ peritus) ex qua Logica hanc argumentationem hauſerit; Omnes anguli contactus ſunt minores quolibet angulo acuto rectilineo: ergo omnes inter ſe ſunt æquales. Itemque hanc; Anguli ſemicirculorum, quò a maioribus circulis fiunt, eò ſunt maiores: igitur tandem ad aliquem perueniemus, qui recto rectilineo maior ſit; in qua quidem ad Cardanum ſcribit, nullum eſſe paralogiſmum. Ego ſane vehementer miror, qua ratione in tam apertas hallucinationes, & viro Geometra omnino indignas, incidere potuerit. Sed argumentationes eiuſmodi ſatis ſuperque in ſcholio propoſ. 16. lib. 3. a me ſunt confutatæ, adductis contra ipſas euidentiſsimis inſtantijs. Deinde quòd me perſtringit, quaſi parũ intellexerim, quæ ſit proportio rationalis, & quæ irrationalis, non multum laboro. Conſtat enim eum ſtudio mihi detrahendi id dixiſſe; cum has proportiones vbique ex ſententia grauiſsimorum ſcriptorum definierim: neque vero ipſe, vllum peccatũ a me ea in re eſſe commiſſum, poterit oſtendere. Certe commentarius meus in lib. 10. Eucl. abunde declarat, num illas intellexerim, nec ne. Denique quòd criminatur, me in definitionibus lib. 5. proportionis nomen confundere cum Rationis nomine, nullo modo verum eſt. Perſpicuis enim verbis docui in defin. 4. lib. 5. me, in commentario comparationem duarum quantitatum Proportionem cum pluribus Geometris appellaturum, habitudinem autem proportionum, Proportionalitatem; licet in textu cum interprete illam dicam Rationem, hanc vero, Proportionem. Neque enim quicquam in textu Euclidis volui immutare. Itaque nulla in meis verbis poteſt eſſe ambiguitas.

Argumẽtationes Peletarij ſophiſticæ.

EX HIS, quæ diximus, ſatis (vt opinior) apparet, doctiſsimos illos viros, de quibus initio memini, non ſine cauſa Apologiam Peletarij inanem, ac reſponſionis indignam iudicaſſe. Ego tamen, ne contemnere hominem viderer, quem ſemper laudandum eſſe duxi, occaſione inuitatus reſpondendum amice putaui. Exiſtimet ille, angulum contactus quantitatem non eſſe, atque adeo angulum ſemicirculi recto rectilineo eſſe æqualem, ego certe contrariam ſententiam tuebor, donec aliud mihi demonſtratum ab aliquo fuerit: rationes enim Peletarij fallaces ſunt, nihilque continent in ſe

pro-

Probabilitatis, vt in ſcholio propoſ. 16. lib. 3. oſtendi, vbi omnes diſſolui: neque meis ipſe ſolutionibus vel vnum verbum (exceptis ijs, quæ ſupra ex lib. 10. adduxi) reſpondit; quod tamen maxime ad Apologiam pertinebat: Vt non ſine cauſa permulti exiſtimauerint, eum non veritatis ſtudio eam Apologiã ſcripſiſſe, ſed ne veritati ceſsiſſe videretur. Nec vero quiſquam putet, me vnum exiſtimare, angulum contactus vere eſſe angulum, & angulum ſemicirculi recto rectilineo minorem. Multos enim eius rei auctores, eoſque grauiſsimos laudare poſſum, Theonem, Campanum, Petrum Nonium, & (vt Nonius refert) Archimedem, atque Iordanum: quin etiam (quod plurimi facio) Euclidem ipſum, eiuſque commentatorem celeberrimum Proclum; vt taceam ex Gallis præſtantiſsimos, atque eruditiſsimos viros non paucos, è quorum numero in primis eſt Franciſcus Candalla ex illuſtriſsima Fluſſatum familia oriundus, qui inſigne volumen in elementa Geometrica Euclidis edidit, vbi ad propoſ. 16. lib. 3. apertiſſime docet, angulos contingentiæ verè eſſe angulos, ex definitione anguli plani, aliosq; alijs eſſe maiores, æquales, ac minores: Eos autem, qui aliter ſentiũt, (Peletariũ proculdubio intelligit. Præter eum enim ad hunc diem nemo hac de re ſcripſit) abſurde multa ex falſis ſuppoſitis concludere affirmat. Huc accedat etiam Henricus Monantholius Mathematicarum artium profeſſor regius qui, cum Apologiam Peletarij in me conſcriptam vidiſſet, opuſculum eruditum aduerſus Peletarium de angulo contactus edidit. Vt autem ſtudioſus lector videat, quid in hoc negotio ſentiat Proclus, afferam in mediũ pauca quædam ex eius commentarijs in lib. 1. Eucl. quæ obiter notaui, & ex quibus liquido conſtabit, eius ſententiam eſſe Peletarij commento prorſus contrariam. Primum itaque ita ſcribit lib. 2. in primum Eucl. ad definitionem anguli plani. [*Duæ namque circunferentiæ ſe inuicem ſecando, vel ſeſe contingendo, angulos efficiunt. Quinetiam à recta linea, & conuexa circunferentia angulus continetur, vt Cornicularis.*] Intelligit autem nomine Cornicularis anguli angulum contactus mixtum. Paulo enim ante dixerat, angulum Cornicularem eſſe omni rectilineo minorem: quod ſolius anguli contactus proprium eſt. Deinde in eodem lib. ad definitionem anguli recti, obtuſi, & acuti ita habet. [*Cornicularis namque angulus omni recto eſt minor, quandoquidem & acuto, nec tamen acutus eſt: Semicircularis itidem quocunque recto eſt minor, acutus tamen non eſt.*] Quid clarius, quam Proclum hic aſſerere, angulum ſemicirculi minorem eſſe recto? Rurſus lib. 3. ad propoſ. 4. lib. 1. Eucl. ita ſcribit. [*Addiſcemus enim, quòd angulus Cornicularis acuto ſemper inæqualis eſt, & nunquàm æqualis: Et ſemicircularis ſimiliter, tranſitusque à maiori ad minus non omnino per æquale fit.*] En quam aperte docet, angulum ſemicirculi æqualem eſſe non poſſe angulo rectilineo, tranſitumque propterea fieri à maiori ad minus non per æquale: quorum vtrumque Peletarius negat, audetque poſterius appellare paralogiſmũ. Denique in eodem lib. 3. ad propoſ. 23. hæc verba habentur. [*Cum autem nullus angulus mixtus rectilineo æqualis eſſe poſsit, &c.*] Et Peletarius tamen non dubitat angulum ſemi-

Varij auctores, qui ſentiunt, angulũ cõtactus vere eſſe angulum, & angulũ ſemicirculi angulo recto rectilineo minorem.

Procli ſententia de angulo cõtactus, & ſemicirculi.

circuli,qui mixtus eſt,angulo recto rectilineo facere æqualem,cõtra Procli ſententiam. Ex his liquere arbitror,vt de cæteris taceam,idem ſentire Proclum de angulo contactus,& ſemicirculi,quod ego contra Peletarium ſcripſi: quis autem neget,maiorem eſſe auctoritatem, meliora argumenta Procli,quam Peletarij?

Idem dicédum eſt de angulo cõtactus, qui in conicis ſectionib' fit,quod de illo Euclidis dicitur.

OBITER quoque hoc loco monendum lectorem cenſeo, id, quod de angulo contactus,qui fit in circulis,ex ſententia Euclidis,& Procli docui, verum etiam eſſe de angulo cõtactus, qui in conicis ſectionibus efficitur,nimirum in Parabola,Hyperbola,& Ellipſi.Vt enim Apollonius Pergæus demonſtrat lib. 1. propoſ. 32. in locum, qui inter coni ſectionem, & rectam lineam tangentem interijcitur, altera recta linea non cadit; atque adeo angulus ille contactus minor etiam eſt omni acuto rectilineo, & reliquus angulus ex recto (ſi nimirum ex puncto contactus ad lineam tangentem excitetur perpendicularis)omni acuto rectilineo maior.Si igitur, vt opinatur Peletarius,angulus contactus quantitas non eſt,(eadem enim hic eſt ratio,quæ in circulo) erunt omnes anguli contactus inter ſe æquales, hoc eſt, vt ipſe vult, non inæquales, & reliquorum angulorum ſinguli recto rectilineo æquales. Vbi ſanè maior abſurditas apparet,quo ad ſenſum,in Ellipſi,quæ perexiguam habeat latitudinem,& in Hyperbola,quæ ferè linea recta eſſe videatur. Valde enim inæquales cernuntur anguli ad verticem Ellipſis, & Hyperbolæ conſtituti; vt incredibile omnino ſit,niſi firma ratione demonſtretur, angulos illos contactus ad vertices ſectionum conſtitutos inter ſe, & reliquos ex rectis inter ſe quoque eſſe æquales; propterea quod in ea Ellipſi linea tangens magis recedere perſpiciatur a circunferentia Ellipſis,quam in circulo; in illa vero Hyperbola minus.Sed hæc alio tempore examinanda relinquamus: nunc ad interruptam expoſitionem definitionum reuertamur.

II.

Angulus ſphæricus rect' quid.

ANGVLVS ſphæricus rectus eſt, quem in ſphærę ſuperficie duo arcus circulorum maximorum ſeſe ad angulos rectos ſecantium, id eſt, quorum alter ad alterum rectus eſt,continent.

III.

Angulus ſphæricus obtuſus quid.

ANGVLVS ſphæricus obtuſus eſt, qui recto maior eſt.

IIII.

Angulus ſphæricus acutus qd.

ACVTVS verò,qui minor eſt recto.

CON-

CONSTITVITVR *angulus ſphæricus rectus ad punctum datum in dato arcu circuli maximi ſuperficie in ſphæra, ſi per illud punctũ & per polum dati arcus (qui per propoſ. 21. lib. 1. Theod. inuenitur) circulus maximus deſcribatur. Huius enim circuli circunferentia cum arcu dato angulum rectum conſtituet; cum circulus hic ad circulum illius arcus ſit rectus. Si vero per datum punctum deſcribatur arcus circuli maximi non per polos dati arcus, conſtituet circunferentia huius circuli cum dato arcu angulos inæquales, obtuſum vnum, & alterum acutum.* Cõſtructio anguli ſphæralis recti, obtuſi & acuti. 15.1.Theo.

V.

TRIANGVLVM ſphæricum eſt, quod tribus arcubus circulorum maximorum in ſphæræ ſuperficie continetur. Triangulũ ſphęricum quid. Triangulũ ſphęri cum diuiditur, vt rectilineum ab Euclide.

HOC *autem eſt vel æquilaterum, ſi omnes arcus æquales fuerint; vel Iſoſceles, ſi duo arcus tantum fuerint æquales; vel denique Scalenum, ſi omnes arcus inæquales inter ſe fuerint. Itemq́ vel rectangulum, ſi aliquem angulum habuerit rectum; vel obtuſangulum, in quo angulus aliquis fuerit obtuſus; vel denique acutangulum, ſi omnes anguli fuerint acuti: quemadmodum de rectilineo triangulo dixit Euclides. Hoc tamen diſcrimen reperitur inter triangulum rectangulum, obtuſangulumque rectilineum, & ſphæricum, quòd in rectilineo reliqui duo anguli neceſſario ſint acuti, propterea quòd duo anguli quomodolibet ſumpti minores sũt duobus rectis; in ſphærico autem ſi vnus angulus fuerit rectus, vel obtuſus, poſſunt alij duo etiam eſſe recti, vel obtuſi, vel alter ſaltem, vt ex demonſtrationibus ſequentibus perſpicuum fiet.* Diſcrimen inter triangulũ rectãgulum, obtuſangulũque rectilineum, ac ſphæricũ. 17. primi.

VI.

ARCVS anguli ſphærici eſt arcus circuli maximi, cuius polus eſt in ipſo angulo, inter duos arcus angulum ſphæricum comprehendentes interceptus. Arc⁹ anguli ſphærici quid.

QVIA *vero polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo abeſt, fit, vt vterque arcuum angulum comprehendentium inter angulum, & arcum anguli poſitorum ſit quadrans. Quare ſi angulus fuerit rectus, arcus anguli erit quadrans; ſi acutus, quadrante minor; ſi denique obtuſus, maior quadrante: & contra. Vt propoſ. 16. demonſtrabimus.* Coroll. 16. 1. Theod.

VII.

COMPLEMENTVM arcus eſt exceſſus, quo quadrans eum ſuperat, ſi arcus minor eſt quadran- Complementum arcus quid.

drante, vel ab eo ſuperatur, ſi eſt quadrante maior.

VIII.

Compleme ad anguli ſphærici quid.

COMPLEMENTVM anguli ſphærici dicitur exceſſus, quo quadrans arcum ipſius anguli ſuperat, vel ab eo ſuperatur.

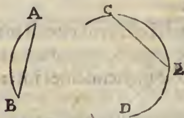
IX.

SINVS, Tangens, & Secans alicuius anguli ſphærici eſt ſinus, tangens, & ſecans illius arcus, qui arcus anguli dicitur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

DATIS duobus arcubus circulorum maximorum in ſuperficie ſphæræ inæqualibus, quorũ neuter ſemicirculo maior ſit, de maiore æqualem minori arcum detrahere.

SINT duo arcus circulorum maximorum inæquales A B, C D, quorum neuter ſemicirculo maior ſit, & maior ſit C D; oporteatque ex maiori C D, minori A B, æqualem detrahere. Ducta recta A B, applicetur ei æqualis C E, in arcu C D. (1. quarti.) Dico arcum ablatum C E, æqualem eſſe arcui minori A B. Cum enim circuli arcuum A B, C D, maximi ſint, & propterea æquales; auferent rectæ æquales A B, C E, arcus æquales A B, C E: (28. tertij.) quod vterque arcus ſemicirculo minor ponatur. Datis igitur duobus arcubus circulorum, &c. Quod erat faciendum.

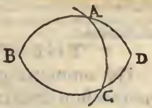


THEOR. 1. PROPOS. 2.

IN omni triangulo ſphærico, latus quodcunque minus eſt ſemicirculo.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico quodcunque latus ſemicirculo eſſe minus. Productis enim arcubus B A, B C, donec conueniant in D, vl-

tra A, & C, erunt arcus B A D, B C D, ſemicirculi; cum circuli maximi ſe mu- 11.1.Theod.
tuo bifariam ſecent. Quare tam arcus B A, B C, ſemicirculo minor eſt. Eodem modo, productis arcubus A B, A C, oſtendemus arcum A C, ſemicirculo eſſe minorem. Conuenient autem arcus B A, B C, producti vltra puncta A, & C, propterea quòd ſphæricos angulos faciunt cũ arcu A C, ſuntq́; omnes tres arcus portiones circulorum maximorum, qui ſe mutuo ſecant in punctis A, B, C, non autem tangunt. Hinc enim

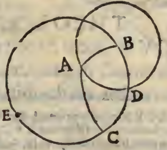


fit, vt vterque arcus B A, B C, productus arcum A C, productum ſecet in punctis A, C, vt ex defin. conſtat; ac proinde inter ſe coeant vltra puncta A, C. In omni ergo triangulo ſphærico, &c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 2. PROPOS. 3.

IN omni triangulo ſphærico, duo latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico duo quælibet latera, vt AB, AC, maiora eſſe latere B C. Si enim triangulum eſt æquilaterum, manifeſtum eſt duo ſimul dupla eſſe reliqui, atque adeo maiora. Quod ſi alterum laterũ A B, A C, æquale ſit lateri B C, vel maius, vel etiã vtrumq; maius, perſpicuum quoque eſt, duo latera A B, A C, maiora eſſe reliquo B C. Si vero vtrumque latus A B, A C, aſſumptum latere tertio B C, minus ſit, demonſtrabimus, latera A B, A C, ſimul maiora eſſe latere B C, hac ratione. Perficiatur circulus arcus tertij B C. Deinde ex polo B, nempe ex altero extremo maioris lateris B C, ad interuallũ vtriuſuis arcuum minorum, nimirum ad interuallũ arcus B A, in ſuperficie ſphæræ circulus deſcribatur A D, ſecans arcum B C, qui maior ponitur arcu B A, in D, puncto inter B, & C. Et quoniam



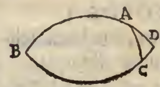
circulus B C, tranſit quoque per reliquum polum circuli A D; ſit alter polus E, qui per ſemicirculũ remotus erit à polo B; ita vt ſemicirculus ſit BCE. Cum ergo arcus B C, ſemicirculo minor ſit, exiſtet polus E, vltra punctum C: Eſt autem punctum D, inter B, & C; vt dictum eſt. Punctum igitur C, inter puncta D, E, cadet. Quare cum ex puncto C, quod extra peripheriam circuli A D, eſt, & præter eiuſdem polum E, ſignatur, ducantur duo arcus maximorum circulorum C B, C A, ſemicirculo minores (quòd latera ſint trianguli ſphærici A B C.) ad peripheriam A D, erit arcus C D, per polũm B, tranſiens, minor arcu C A. Additis ergo æqualibus arcubus D B, A B; (ſunt autem æqua- ſchol.10.1. Theod. 2.huius. 2.huius. ſchol. 21. 2.Theod.

18.tertij. les,propterea quòd rectæ eos ſubtendentes æquales ſunt, per defin. poli.) erit totus arcus B C, minor duobus arcubus A B, A C; hoc eſt, duo latera A B, A C, maiora erunt latere B C. Eodemque modo quælibet alia duo latera reliquo maiora demonſtrabuntur. In omni ergo triangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 3. PROPOS. 4.

IN omni triangulo ſphærico, tria latera ſimul minora ſunt integro circulo maximo.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico tria latera ſimul minora eſſe integro circulo maximo. Productis enim duobus arcubus quibuslibet B A, B C, donec coeant in D, puncto, (Coibunt autem neceſſario vltra A, C, quod circulum maximum A C, ſecent in punctis A, C. vel propterea quòd vterque arcus B A, B C, ſemicirculo minor eſt.) erunt duo arcus B A D, B C D, ſemicirculi; propterea quòd circuli maximi ſeſe bifariam diuidunt. Quoniam verò in triãgulo D A C, latera D A, D C, maiora ſunt latere A C; ſi addantur communes arcus A B, C B, hoc eſt, aggregatum ex arcubus A B, C B, fient quoque arcus B A D, B C D, maiores tribus arcubus A C, A B, B C; hoc eſt, tria latera A C, A B, B C, minora erunt duobus ſemicirculis B A D, B C D, hoc eſt, integro circulo maximo. In omni ergo triangulo ſphærico. &c. Quod demonſtrandum erat.



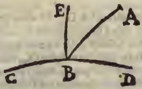
11.1.Theod.

3.huius.

THEOR. 4. PROPOS. 5.

CVM arcus circuli maximi in ſphera ſuper arcum circuli maximi conſiſtens angulos facit; aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

ARCVS circuli maximi A B, cõſiſtens ſuper arcum circuli maximi C D, faciat duos angulos ſphæricos A B C, A B D. Si igitur circulus arcus A B, per
15.1.Theo. polum circuli arcus C D, tranſit, ſecabit omnino arcum C D, ad angulos rectos; atque idcirco anguli A B C, A B D, recti erunt. Si verò arcus A B, per polos arcus C D, non tranſit, faciet vnum quidem angulũ obtuſum, alterũ verò acutum. Dico igitur ipſos duobus eſſe rectis æquales.
10.1.Theo. Ducatur enim arcus circuli maximi E B, per punctum B, & polum arcus C D; eruntque
15.1.Theo. duo anguli E B C, E B D, recti. Quoniam verò angulus rectus E B D, æqualis eſt duobus angulis D B A, A B E; appoſito communi angulo recto E B C, erunt duo recti E B D, E B C, tribus angulis D B A, A B E, E B C, æquales. Rurſus quia an-

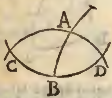


gulus

gulus A B C, duobus angulis A B E, E B C, æqualis eſt, appoſito communi angulo A B D, erunt duo anguli A B C, A B D, tribus angulis D B A, A B E, E B C, æquales. Sed eiſdem his tribus oſtenſum fuit eſſe etiam æquales duos rectos E B D, E B C; quæ autem eidem æqualia, inter ſe ſunt æqualia. Duo igitur anguli A B C, A B D, æquales ſunt duobus rectis E B D, E B C. Cum ergo arcus circuli maximi in ſphæra, &c. Quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM.

SEQVITVR ex his, duos arcus duorum angulorum, qui duobus rectis angulis ſunt æquales, hoc eſt, qui ab arcu circuli maximi arcui alterius circuli maximi inſiſtente efficiuntur, quales ſunt duo anguli A B C, A B D, ſemicirculum conſtituere. Nam ſi ex polo B, circulus maximus deſcribatur C A D, erunt, ex defin. 6. C A, A D, arcus angulorum A B C, A B D. Perſpicuum autem eſt, arcus C A, A D, ſemicirculum conficere; cum circuli maximi C B D, C A D, ſe mutuo ſecent bifariam in C, D.

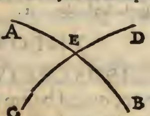


11.1.Theod.

THEOR. 5. PROPOS. 6.

SI duo arcus circulorum maximorũ in ſphæra ſe mutuo ſecuerint, angulos ad verticem æquales inter ſe efficient.

SECENT ſe duo arcus A B, C D, circulorum maximorum in ſphæra in E, vtcunque. Dico angulos, quos faciunt ad verticem E, inter ſe eſſe æquales; angulum videlicet A E D, angulo B E C, & angulum A E C, angulo B E D. Quoniam enim tam anguli A E D, D E B, quàm anguli D E B, B E C, duobus ſunt rectis æquales, erunt illi duo his duobus æquales: ablato ergo communi angulo D E B, remanebit angulus A E D, angulo B E C, æqualis. Eademque ratione confirmabimus, angulum A E C, angulo B E D, æqualem eſſe. Si duo ergo arcus circulorum maximorum, &c. Quod oſtendendum erat.

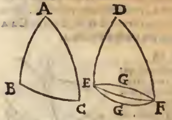


5 huius.

THEOR. 6. PROPOS. 7.

SI duo triangula ſphærica duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrumque vtrique; habeant verò & angulum angulo æqualẽ ſub æqualibus arcubus contentũ: Et baſim baſi æqualem habebunt; eritque triangulũ triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterq; vtrique, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

SINT duo triangula ſphærica A B C, D E F, habentia duo latera A B, A C, duobus lateribus D E, D F, æqualia, vtrumq; vtriq;, & angulum A, angulo D, æqualem. Dico & baſem B C, baſi E F, æqualem eſſe, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliquos angulos B, C, reliquis angulis E, F, vtrumq; vtriq;. Quoniam enim arcus A B, arcui D E, æqualis ponitur, fit, vt ſi alter alteri intelligatur ſuperponi in ſuperficie ſphæræ, collocato puncto A, in puncto D, & puncto B, in puncto E, plana circulorum A B, D E, ſibi mutuo congruant, & proinde arcus AB, arcui D E, congruat. Alias ſe



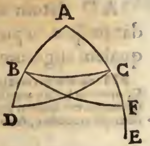
11.1.Theod. mutuo ſecarent bifariam circuli illorum arcuum in A, & B, atq; adeo ſemicir-
2.huius. culi eſſent A B, D E. quod eſt abſurdum. Eſt enim ſemicirculo vterq; minor. Cum ergo angulus A, angulo D, ponatur æqualis, congruet quoq; arcus A C, arcui D F, punctumq; C, in punctum F, cadet, ob æqualitatem arcuum A C, D F. Baſis igitur B C, baſi E F, congruet quoq;: alias, ſi ſupra caderet, aut infra, cuiuſmodi eſt arcus E G F, eſſent arcus E F, E G F, vel B C,
11.1.Theod. ſe mutuo ſecantes in E, F, ſemicirculi; cum circuli maximi ſe mutuo ſecent
2.huius. bifariam. quod eſt abſurdum. Singuli enim ſemicirculo minores ſunt. Quocirca baſis B C, baſi E F, æqualis erit, cum neutra alteram excedat; & triangulum A B C, triangulo D E F; & angulr B, C, angulis E, F, vterq; vtrique, æquales erunt, ob eandem cauſam. Quare ſi duo trangula ſphærica, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 7. PROPOS. 8.

ISOSCELIVM triangulorum ſphæricorum, qui ad baſim ſunt, anguli inter ſe ſunt æquales: Et productis æqualibus arcubus, qui ſub baſi ſunt, anguli inter ſe æquales erunt.

SIT triangulum ſphæricum Iſoſceles A B C, cuius duo latera A B, A C, æqualia ſint. Dico angulos B, C, ſupra baſim B C, æquales eſſe: Item ſi producantur arcus æquales A B, A C, infra baſim B C, quantumlibet, angulos
2.huius. quoque B, C, ſub baſi B C, æquales eſſe. Quoniam enim arcus A B, ſemicirculo minor eſt, poterit in eo producto accipi adhuc arcus minor ſemicircu-
1.huius. lo. Sit igitur arcus A D, ſemicirculo minor; & ex arcu A E, quantumcunq; producto abſcindatur arcus A F, æqualis arcui A D; & per duo puncta B, F,
20.1.Theo. nec non per C, D, ducantur duo arcus maximorum circulorum B F, C D. Quia ergo duo latera A B, A F, trianguli A B F, æqualia ſunt duobus lateribus A C, A D, trianguli A C D, vtrumque vtrique, continentq; angulum
7.huius. communem A; erit baſis B F, baſi C D, æqualis, & anguli A B F, & F, angulis A C D, & D. Rurſus, quoniam arcus A D, A F, æquales ſunt; ſi demantur

tur æquales A B, A C, erunt & B D, C F, æquales. Quare duo latera D B, D C, trianguli D B C, æqualia ſunt duobus lateribus F C, F B, trianguli F C B: quæ cum contineant angulos æquales D, F, vt oſtendimus, erunt & anguli D B C, D C B, angulis F C B, F B C, æquales. Quòd ſi ex angulis A B F, A C D, quos oſtendimus æquales eſſe, auferantur anguli F B C, D C B, quos etiam æquales eſſe demonſtrauimus, remanebunt anguli A B C, A C B, ſupra baſim B C, æquales: Oſtenſum eſt autem & angulos D B C, F C B, infra eandem baſim B C, eſſe æquales. Igitur & anguli ſupra baſim inter ſe, & anguli infra eandem inter ſe æquales ſunt. Quam ob rem Iſoſcelium triangulorum ſphæricorum, &c. Quod demonſtrandum erat. 7.huius.



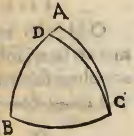
COROLLARIVM.

HINC manifeſtum eſt, omne triangulum ſphæricum æquilaterum, eſſe quoque æquiangulum.

THEOR. 8. PROPOS. 9.

SI trianguli ſphærici duo anguli æquales inter ſe fuerint: Et ſub æqualibus angulis ſubtenſa latera æqualia inter ſe erunt.

IN triangulo A B C, ſint duo anguli B, C, ſupra latus B C, æquales. Dico latera quoque A B, A C, illis ſubtenſa eſſe æqualia. Si enim non ſunt æqualia, ſit, ſi fieri poteſt A B, maius. Et quoniam arcus A C, minor eſt ſemicirculo, abſcindatur ex arcu maiore A B, arcus B D, arcui minori A C, æqualis; & per puncta C, D, arcus circuli maximi ducatur C D. Quoniam ergo duo latera A C, C B, trianguli A C B, æqualia ſunt duobus lateribus D B, B C, trianguli D B C, continentq́; angulos æquales A C B, D B C; erunt triangula A C B, D B C, æqualia, totum & pars. Quod fieri non poteſt. Non ergo inæqualia ſunt latera A B, A C, ſed æqualia. Si trianguli igitur ſphærici duo anguli, &c. Quod erat oſtendendum. 2.huius. 1.huius. 20 1 Theo. 7.huius.



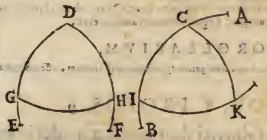
COROLLARIVM.

SEQVITVR hinc, omne triangulum ſphæricum æquiangulum, eſſe quoque æquilaterum.

PROBL. 2. PROPOS. 10.

AD datum arcum circuli maximi in ſphæra, datumq́; in eo punctum, dato angulo ſphærico æqualem angulum ſphæricum conſtituere.

SIT datus arcus maximi circuli in ſphæra A B, datumq; in eo punctum C, oporteatq́; dato angulo ſphærico D, ad punctum C, æqualem angulum ſphæricum conſtituere. Productis arcubus D E, D F, angulum D, continen-
20.1.Theo. tibus quantumlibet, ſumatur quadrans D G; atq; per G, & polum circuli D E, arcus circuli maximi ducatur G H, ſecans arcum D F, in H.

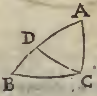


15.1.Theo. Erit igitur angulus G, rectus. Deinde ſumpto
20.1.Theo. quoque quadrante C I, ducatur per I,& polum circuli A B, arcus maximi circuli I K.
15.1.Theo. Erit igitur & angulus I, rectus. Poſtremo, quia ar-
2. huius. cus G H, ſemicirculo
1. huius. minor eſt, abſcindatur
10.1.Theo. ei arcus I K, æqualis, ducaturque per C, K, arcus circuli maximi C K. Dico angulum C, æqualem eſſe angulo D. Cum enim latera D G, G H, æqualia ſint lateribus C I, I K, contineantque angulos æquales, vt pote rectos; æqua-
7. huius. les erunt anguli D, & C. Ad datum ergo arcum circuli maximi, &c. Quod faciendum erat.

THEOR. 9. PROPOS. 11.

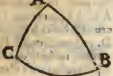
OMNIS trianguli ſphærici maior angulus maiori lateri ſubtenditur. Et maius latus maiorem angulum ſubtendit.

IN triangulo ſphærico A B C, ſit angulus A C B, angulo A, maior. Dico
10. huius. latus A B, maius eſſe latere B C. Quoniam angulus A C B, maior ponitur angulo A, fiat angulus A C D, angulo A, æqualis, ſecetque arcus C D, arcum A B, in D. Quoniam igitur in triangulo A D C, anguli
9. huius. A, & A C D, æquales ſunt; erunt & latera A D, C D, æqualia. Addito ergo communi arcu D B, erunt arcus B D, D C, æquales arcui A B: Sed arcus B D,
3. huius. D C, ſimul maiores ſunt arcu B C. Igitur & arcus A B, eodẽ arcu B C, maior erit. Quod eſt propoſitũ.



SED

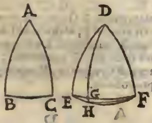
SED iam in triangulo ſphærico A B C, latus A B, maius ſit latere B C. Dico angulum C, maiorem eſſe angulo A. Si enim angulus C, maior non eſt angulo A, erit vel ei æqualis, vel minor. Si eſt æqualis, erunt latera A B, C B, 9.huius. æqualia. Quod eſt abſurdum, cum A B, ponatur maius, quàm C B: Si vero minor eſt angulus C, angulo A, erit latus B C, latere A B, maius, vt iã oſtenſum eſt. Quod etiam abſurdum eſt. ponitur enim A B, maius, quàm B C. Cum ergo angulus C, æqualis non ſit, neque minor angulo A, erit vtique maior. Quod eſt propoſitum. Omnis ergo trianguli ſphærici maior angulus, &c. Quod erat oſtendendũ.



THEOR. 10. PROPOS. 12.

SI duo triangula ſphærica duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrumque vtrique, angulum verò angulo maiorem ſub æqualibus arcubus contentum: Et baſim baſi maiorem habebunt. Quòd ſi baſim baſi maiorem habuerint: Et angulum ſub æqualibus arcubus contentum angulo maiorem habebunt.

SINT duo latera A B, A C, trianguli A B C, æqualia duobus lateribus D E, D F, trianguli D E F, ſed angulus E D F, maior ſit angulo A. Dico baſim E F, maiorem quoque eſſe baſi B C. Sint enim primum triangula hæc ſphærica Iſoſcelia, & ex D, polo per puncta E, F, arcus circuli deſcribatur in ſuperficie ſphæræ E G F, qui circulus, ſi maximus fuerit, idem erit omnino, qui E F: alias, cum maximi circuli ſe bifariam ſecent, eſſet E F, ſemicirculus. quod eſt abſurdum, cum ſit ſemicirculo minor. Tunc autem circulus arcus E G F, maximus erit, cum arcus D E, D F, quadrantes fuerint; quòd maximus circulus quadrante abſit à ſuo polo. Sit ergo iam arcus E G F, maximi circuli, & idem, qui E F, fiatque angulus F D G, angulo A, æqualis. Erit arcus D G, arcui D F, atque adeo & arcui A B, æqualis: propterea quòd rectæ ſubtendentes D E, D G, ex defin. poli, æquales ſunt. Quia igitur latera A B, A C, æqualia ſunt lateribus D G, D F, anguloſque continent æquales; æquales erunt baſes B C, G F. Cum ergo arcus E F, maior ſit arcu G F, maior quoque erit arcus E F, arcu B C. Quod eſt propoſitum.

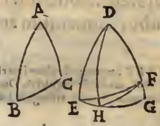


11.1.Theo. 2.huius. Coroll. 16. 1.Theod. 10.huius. 18.tertij. 7.huius.

QVOD ſi circulus ex polo D, per puncta E, F, deſcriptus non fuerit maximus,

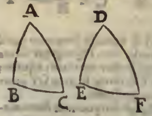
ximus, atque adeò idem non ſit, qui E F; ſed vel cadat infra arcum E F, ſiue
30.huius. ſupra, (nihil enim intereſt, quocunque cadat.) fiat nihilominus angulus
28. tertij. F D H, angulo A, æqualis: eritque rurſus arcus D H, arcui D E, hoc eſt, arcui A B, æqualis; eo quòd rectæ ſubtendentes D E, D H, æquales ſint, ex de-
30 1. Theo. fin. poli. Ducto igitur per puncta F, H, arcu circuli maximi F H; cum latera A B, A C, lateribus D H, D F, æqualia ſint, anguloſque contineant æquales;
7. huius. erunt & baſes B C, H F, æquales. Quoniam verò circulus maximus D F, per
15. 1. Theo. D, polum circuli E H F, tranſiens eum bifariam ſecat; erit arcus E H F, ſemicirculo minor; (quia arcus à puncto F, per E, vſque ad illud punctum, in quo, ſi protractus eſſet vltra E, ſecaretur ab arcu F D, ad partes D, producto, eſt ſemicirculus: quandoquidem circulus arcus E H F, bifariam ſecatur a circulo
15. tertij. arcus F D, vt dictum eſt.) atque adeo recta F E, maior, quàm recta F H, in eodem circulo; quia illa propinquior eſt centro circuli E H F, hoc eſt, diametro, quàm hæc. Cum ergo circuli arcuum E F, H F, maximi ſint, ideoq; æqua-
2. huius. les; ſit autem vterque arcus E F, H F, ſemicirculo minor; erit arcus E F, ma-
ſchol. 28. tertij. ior arcu H F: Oſtenſus autem eſt arcus H F, æqualis arcui B C. Maior igitur erit quoque arcus E F, arcu B C. Quod eſt propoſitum.

SINT deinde triangula propoſita non Iſoſcelia, ſed latus A B, maius ſit latere A C, ac proinde & latus D E, maius latere D F. Producto ergo arcu
1. huius. D F, ad partes F, abſciſſoque arcu D G, æquali ipſi D E, qui minor eſt ſe-
2. huius. micirculo, deſcribatur ex polo D, per puncta E, G, arcus circuli E H G, ſiue maximus is ſit, ſiue non maximus. Fiat rur-
10. huius. ſus angulus F D H, angulo A, æqualis;
28. tertij. eritque arcus D H, arcui D E, hoc eſt, arcui A B, æqualis; eò quòd rectæ ſubtenſæ D H, D E, æquales ſint, ex defin. poli. Ducto igitur per puncta H, F, arcu circuli
7. huius. maximi H F, erit, vt prius, arcus B C, arcui H F, æqualis. Quoniam verò circulus maximus D G, per D, polum circuli E G, ducitur, eſtque punctum F, intra peripheriam circuli E G, (nempe inter circulum, & polum D.) & præter eius polum;



Schol. 21. 1. Theod. erit arcus F E, maior arcu F H, cum ille propinquior ſit arcui F D, per polum D, tranſeunti, & vterque arcus F E, F H, ſemicirculo ſit minor: propterea quòd non ſe interſecant, niſi in puncto F: Oſtenſus eſt autem arcus H F, arcui B C, æqualis. Maior ergo erit quoque arcus E F, arcu B C. Quod eſt propoſitum.

SED iam baſis E F, maior ſit baſi B C. Dico & angulum D, maiorem eſſe angulo A. Si enim angulus D, maior non eſt angulo A, erit vel æqualis, vel minor. Si æqualis
9. huius. dicatur eſſe, erit arcus E F, æqualis arcui B C. quod eſt abſurdum. Ponitur enim arcus E F, maior arcu B C. Si verò minor dicatur eſſe angulus D, angulo A, erit, vt iam oſtenſum eſt, arcus B C, maior arcu E F. quod etiam abſurdum eſt, cum E F, maior ponatur,

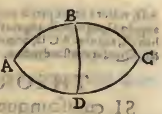


tur, quàm B C. Cum ergo angulus D, neque æqualis ſit angulo A, neque minor, erit vtique maior. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi duo triangula ſphærica, &c. Quod demonſtrandum erat.

THEOR. 11. PROPOS. 13.

DVO ſemicirculi maximorum circulorum ſe mutuo ſecantes continent duos angulos inter ſe æquales.

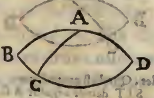
DVO ſemicirculi maximorum circulorum A B C, A D C, ſe mutuo ſecent in A, C. Dico angulos A, & C, æquales eſſe. Diuiſo enim ſemicirculo A B C, in B, bifariam, vt A B, B C, quadrantes ſint, ducatur per B, & polum circuli A B C, arcus circuli maximi B D, ſecans arcũ A D C, in D; eritq; angulus B, ex vtraque parte rectus. 20.1. Theo. Quia igitur duo latera A B, B D, duobus lateribus C B, B D, æqualia ſunt, 15.1.Theo. cõtinentq; angulos æquales, vtpote rectos; erunt & anguli A, & C, æquales. Quare duo 7.huius. ſemicirculi maximorum circulorum, &c. Quod demonſtrandum erat.



THEOR. 12. PROPOS. 14.

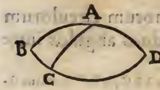
CVIVSCVNQVE trianguli ſphærici vno latere producto, ſi reliqua latera ſimul æqualia ſint ſemicirculo, erit angulus externus æqualis angulo interno oppoſito ſupra arcum productum: Si verò minora ſint ſemicirculo, erit angulus externus eodem interno oppoſito maior: ſi denique maiora ſint ſemicirculo, idem angulus externus dicto angulo interno oppoſito minor erit.

IN triangulo ſphærico A B C, producatur latus B C, ad D, & ſint primum reliqua duo latera A B, AC, ſimul ſemicirculo æqualia. Dico angulum externum ACD, æqualem eſſe interno oppoſito B, ſupra arcum productum B C, &c. Coeat enim arcus B A, productus cum arcu B C, producto in D; eritque B A D, ſemicirculus. Quia vero arcus B A, 11.1. Theo.



AC,

A C, æquales ponuntur ſemicirculo BAD; dempto communi arcu B A, erunt
8.huius. reliqui arcus A C, A D, æquales. Quare & angulus A C D, angulo D, æqua-
13.huius. lis erit. Cum igitur anguli B, & D, ſint quoque æquales, æqualis quoque erit angulus A C D, angulo B. quod eſt propoſitum.



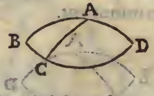
SINT deinde duo latera A B, A C, minora ſemicirculo B A D. Dempto ergo com muni arcu A B, erit reliquus A C, reliquo
11.huius. A D, minor; ac propterea angulus A C D,
13.huius. maior angulo D, hoc eſt, angulo B, qui angulo D, æqualis eſt. Quod eſt propoſitum.

SINT poſtremo latera A B, A C, maiora ſemicirculo B A D. Dempto igitur cõmuni arcu A B, erit reliquus A C, reliquo
11.huius. A D, maior; ac propterea angulus D, maior erit angulo A C D. Cum ergo
13.huius. angulo D, æqualis ſit angulus B, erit quoque angulus B, maior angulo A C D, hoc eſt, angulus A C D, angulo B, minor erit. Cuiuſcunque ergo trianguli, &c. Quod erat oſtendendum.

THEOR. 13. PROPOS. 15.

SI cuiuſcunque trianguli ſphærici vno latere producto, externus angulus æqualis fuerit interno oppoſito ſupra arcum productum, erunt duo reliqua latera ſimul æqualia ſemicirculo: Si verò angulus externus maior fuerit interno eodem, & oppoſito, erunt duo reliqua latera ſemicirculo minora: Si deniq; externus angulus interno oppoſito dicto minor fuerit, erunt duo latera reliqua ſemicirculo maiora.

POSITO eodem triangulo ſphærico, & conſtructione figuræ eadem; Sit primum angulus A C D, externus æqualis interno oppoſito B. Dico latera A B, A C, ſemicirculo eſſe ęqualia, &c. Cum enim



13.huius. angulus B, angulo D, æqualis ſit, erit quoque angulus A C D, angulo D, æqualis;
9.huius. ideoq; & arcus A C, A D, æquales erunt. Addito ergo communi arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, ſemicirculo B A D, æquales. Quod eſt propoſitum.

13.huius. SIT deinde angulus A C D, maior angulo B, hoc eſt, angulo D, qui an-
11.huius. gulo B, æqualis eſt; eritq; arcus A D, maior arcu A C. Addito ergo communi arcu

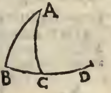
ni arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, minores ſemicirculo B A D. Quod eſt propoſitum.

SIT poſtremò angulus A C D, minor angulo B, hoc eſt, angulo D, qui 15. huius. angulo B, æqualis eſt; eritque arcus A C, maior arcu A D. Addito ergo com- 11. huius. muni arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, maiores ſemicirculo B A D. Quod eſt propoſitum. Si igitur cuiuſcunque trianguli ſphærici, &c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 14. PROP. 16.

SI cuiuſcunque trianguli ſphærici duo latera ſimul æqualia ſint ſemicirculo, erunt duo anguli ſupra baſim duobus rectis æquales: Si verò minora ſint ſemicirculo, erunt duobus rectis minores: Si denique ſemicirculo ſint maiora, erunt duobus rectis maiores.

IN triangulo ſphærico A B C, ſint primum duo latera A B, A C, ſemicirculo æqualia. Dico duos angulos B, C, eſſe æquales duobus rectis, &c. Producto enim arcu B C, ad D, erit angulus A C D, angulo B, æqualis. Cum 14. huius. ergo duo anguli ad C, duobus ſint rectis æquales; erũt 5 huius. quoque duo anguli B, & A C B, æquales duobus rectis.



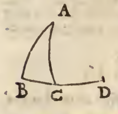
SINT deinde latera A B, A C, ſemicirculo minora. Cum ergo duo anguli ad C, ſint duobus rectis æquales; & angulus B, minor ſit angulo A C D; erunt 5. huius. anguli B, & A C B, duobus rectis minores. 14. huius.

SINT tandem latera A B, A C, ſemicirculo maiora. Quoniam igitur duo anguli C, ſunt duobus rectis æquales, eſtque angulus B, maior angulo A C B; 5. huius. erunt anguli B, & A C B, maiores duobus rectis. Si igitur cuiuſcunque trianguli ſphærici, &c. Quod erat oſtendendum. 14. huius.

THEOR. 15. PROP. 17.

SI cuiuſcunque trianguli ſphærici duo anguli ſupra vnum latus duobus rectis æquales fuerint, erunt reliqua duo latera ſemicirculo æqualia: Si vero duobus rectis fuerint minores, erunt minora ſemicirculo: Si denique maiores extiterint duobus rectis, erunt ſemicirculo maiora.

POSITO eodem triangulo ſphærico, & conſtructione figuræ eademq; Sint primum duo anguli B, C, duobus rectis æquales ſupra latus B C. Dico reliqua duo latera A B, A C, ſemicirculo æqualia eſſe, &c. Cum enim & an-



5.huius. guli duo ad C, æquales ſint duobus rectis; dempto communi angulo A C B, remanebit angulus A C D,
15.huius. angulo B, æqualis. Quare ſemicirculo æquales ſunt arcus A B, A C.

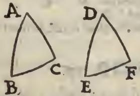
SINT deinde anguli B, A C B, duobus rectis mi-
5.huius. nores. Cum ergo duo anguli ad C, ſint duobus rectis æquales; dempto communi angulo A C B, remanebit angulus A C D, maior angulo B. Arcus ergo A B,
15.huius. A C, ſemicirculo ſunt minores.

SINT denique anguli B, A C B, duobus rectis maiores. Cum ergo duo
5.huius. anguli ad C, ſint æquales duobus rectis; ſi demațur communis angulus ACB,
15.huius. erit reliquus A C D, reliquo B, minor; atque adeo arcus A B, A C, ſemicirculo maiores. Quo circa ſi cuiuſcunque trianguli ſphærici, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 16. PROP. 18.

SI duo triangula ſphærica habeant tria latera tribus lateribus æqualia, ſingula ſingulis: habebũt & tres angulos tribus angulis æquales, ſingulos ſingulis, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

SINT duo triangula ſphærica A B C, D E F, habentia tria latera A B, A C, B C, tribus lateribus D E, D F, E F, ſingula ſingulis, æqualia. Dico & angulos tres A, B, C, tribus angulis D, E, F, ſingulos ſingulis, eſſe æquales, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera. Si enim angulus A, (vt ab hoc angulo incipiamus.) non eſt æqualis angulo D, erit vel ma-



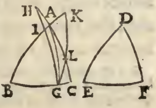
12.huius. ior eo, vel minor. Si maior, erit baſis B C, maior quoque baſi E F. Quod eſt abſurdũ. ponun tur enim latera B C, E F, æqualia. Si verò mi-
12.huius. nor eſt angulus A, angulo D, erit baſis E F, maior baſi B C. Quod rurſum eſt abſurdum, cum æquales ponantur. Cum ergo angulus A, neque maior ſit, neque minor angulo D, erit vtique illi æqualis. Igitur & re-
7.huius. liqui anguli B, C, angulis reliquis E, F, æquales erunt, nempe B, ipſi E, & C, ipſi F. Si duo ergo triangula ſphærica, &c. Quod erat oſtendendum.

THEOR. 17. PROPOS. 19.

SI duo triangula ſphærica habeant tres angulos tribus angulis, ſingulos ſingulis, æquales: habebunt.

bunt & tria latera tribus lateribus æqualia, ſingula ſingulis, quæ æquales angulos ſubtendunt.

HABEANT duo triangula ſphærica ABC, DEF, tres angulos A, B, C, tribus angulis D, E, F, ſingulos ſingulis, æquales. Dico & tria latera AB, AC, BC, tribus lateribus DE, DF, EF, eſſe æqualia, ſingula ſingulis, quæ angulos æquales ſubtendunt. Si enim latera BC, EF, (vt ab his lateribus exordiamur.) non ſunt æqualia, ſit BC, ſi fieri poteſt, maius; & abſcindatur arcus BG, arcui EF, æqualis. 1.huius. Aut ergo arcus BA, æqualis eſt arcui ED, aut maior, aut minor. Quodcunque horũ dicatur, ſequetur abſurdũ ex eo, quòd inæqualia dicuntur eſſe latera BC, EF, nempe BC, maius, quàm EF. Sit enim primum arcus BA, arcui ED, æqualis; ducaturque per puncta 20.1.Theo. A, G, arcus maximi circuli AG. Igitur cum latera BA, BG, æqualia ſint lateribus ED, EF, anguloſque contineãt æquales B, E, ex hypotheſi; erunt anguli BAG, & D, æquales: 7.huius. Eſt autem angulus D, poſitus æqualis angulo BAC. Angulus igitur BAG, æqualis erit quoque angulo BAC, pars toti. Quod eſt abſurdum.



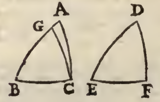
SIT deinde arcus BA, maior arcu ED, & abſcindatur arcus BI, æqualis ipſi ED; 1.huius. ac per puncta G, I, arcus circuli maximi ducatur GI, conueniens 20.1.Theo. cum arcu CA, protracto in H. Quoniam igitur latera BI, BG, æqualia ſunt lateribus ED, EF, anguloſque continent æquales B, E; erunt anguli BIG, 7.huius. BGI, angulis D, F, hoc eſt, angulis BAC, BCA, æquales; quod his duobus æquales ſint poſiti D, & F; ſunt autem anguli BIG, BAC, angulis HIA, 6.huius. HAK, ad verticem æquales. Aequales ergo ſunt & anguli HAK, HIA. Igitur cum & angulus BGH, externus æqualis ſit interno BCH; & externus HAK, interno HIK, vt oſtendimus: erunt tam arcus AH, HI, quam arcus 15.huius. CH, HG, ſemicirculo æquales; atque adeo arcus AH, HI, arcubus CH, HG, æquales erunt, pars toti. Quod eſt abſurdum.

SIT tandem arcus BA, minor arcu ED, producaturque vltra A, & ex eo abſcindatur arcus BK, æqualis arcui ED; 1.huius. atque per puncta G, K, arcus circuli maximi ducatur GK, 20.1.Theo. ſecans arcum AC, in L. Quoniam ergo latera BK, BG, lateribus ED, EF, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales B, E; erunt & anguli BKG, BGK, angulis D, F, hoc eſt, angulis BAC, BCA, 7.huius. (quòd his duobus æquales ſint poſiti anguli D, F.) æquales. Itaque cum & angulus BAL, externus æqualis ſit interno BKL, & externus BGL, interno BCL, vt oſtendimus, erunt tam arcus AL, LK, quàm arcus CL, LG, 15.huius. ſemicirculo æquales; ac proinde duo arcus AC, GK, integro circulo æquales erunt. Quod eſt abſurdum, cum vterque arcus AC, GK, ſemicirculo ſit 2.huius. minor. Non ergo inæqualia ſunt latera BC, EF, ſed æqualia. Eodemque modo oſtendemus, latera AC, DF, nec non AB, DE, æqualia eſſe. Tria ergo latera trianguli ABC, tribus lateribus trianguli DEF, æqualia ſunt. Quare ſi duo triangula ſphærica, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 18. PROPOS. 20.

SI duo triangula ſphærica duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrumque vtrique; vnumque latus vni lateri æquale, quod æqualibus adiacet angulis: Et reliqua latera reliquis lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

DVO triangula ſphærica A B C, D E F, habeant duos angulos B, C, duobus angulis E, F, æquales vtrumque vtrique, & latus B C, lateri E F, æquale, quod æqualibus angulis adiacet. Dico & reliqua latera A B, A C, reliquis lateribus D E, D F, æqualia eſſe, vtrumq; vtrique, & reliquum angulum A, reliquo angulo D. Si enim latera A B, D E, (vt ab his exordiamur.) non ſunt æqualia, ſit A B, maius, &



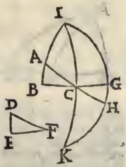
1.huius. abſcindatur arcus B G, arcui D E, æqualis,
20.1.Theo. & per puncta C, G, arcus circuli maximi ducatur C G. Quoniam igitur latera G B, B C, æqualia ſunt lateribus D E, E F, angulosque comprehendunt æquales B, E, ex hypotheſi;
7.huius. erunt & anguli B C G, & F, æquales: Sed F, æqualis ponitur ipſi B C A. Igitur & angulus B C G, eidem B C A, æqualis erit, pars toti. Quod eſt abſurdum. Non ergo inæqualia ſunt latera A B, D E, ſed æqualia. Quare cum latera A B, B C, lateribus D E, E F, æqualia ſint, an-
7.huius. gulosque comprehendant æquales B, E; erunt & latera A C, D F, æqualia, & anguli A, D, æquales. Quapropter ſi duo triangula ſphærica duos angulos, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 19. PROPOS. 21.

SI fuerint duo triangula ſphærica rectangula, habuerintque duos alios angulos æquales, & non rectos, nec non duo latera æqualia, quæ ſub rectis angulis ſubtenduntur: Erunt & duo reliqua latera duobus lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

SINT in duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, anguli B, E, recti, & duo anguli C, F, æquales, & non recti, nec non latera A C, D F, rectos angulos

gulos ſubtendentia, æqualia. Dico & reliqua latera A B, B C, reliquis lateribus D E, E F, æqualia eſſe, vtrumque vtrique; Item & reliquos angulos A, D, eſſe æquales. Productis enim arcubus A C, B C, abſcindatur arcus C H, arcui F D, hoc eſt, arcui C A, & arcus C G, arcui F E, æqualis; & per puncta G, H, deſcribatur arcus G H, maximi circuli. Et quoniã latera C H, C G, æqualia ſunt lateribus F D, F E, angulosq́ue continent æquales G C H, & F; (Eſt enim ex hypotheſi angulus F, angulo A C B, æqualis, & A C B, ipſi G C H, ad verticem æqualis,) erunt & baſes G H, E D, æquales, & anguli G, H, angulis E, D, æquales; ac propterea, exiſtente angulo E, recto, erit & angulus G, rectus. Ducatur iam per C, & polum arcus B G, in vtramque partem arcus circuli maximi I C K, ſitq́ue I, polus arcus B G. Et quia circuli arcuum B A, H G, tranſeunt quoque per polos eiuſdem arcus B G, ob angulos rectos B, G; conuenient arcus B A, G H, protracti cum arcu C I, in polo I. Conueniat quoque arcus G H, ex altera parte cum eodem arcu I C K, in K, puncto, quod alter polus erit arcus B G, cum vterque arcus I C K, I G K, per alterum polum arcus B G, tranſeat. Erunt igitur tres arcus I B, I C, I G, æquales; propterea quòd rectæ ſubtenſæ illis inter ſe æquales ſunt, ex definitione poli: Similiterq́ue æquales erunt arcus K C, K G. Quoniam verò anguli I C G, I G C, æquales ſunt angulis K C G, K G C, cum omnes ſint recti; quòd I, polus ſit arcus B G; illisq́ue adiacet latus commune C G; erunt latera I C, I G, lateribus K C, K G, æqualia, vtrunque vtrique; ac propterea cum I G, arcus arcui I B, æqualis ſit oſtenſus, erit & arcus K G, eidem arcui I B, æqualis. Et quoniam latera I C, C A, æqualia ſunt lateribus K C, C H, (factus enim eſt arcus C H, arcui A C, æqualis.) angulosq́ue ad verticẽ continent æquales; erunt baſes I A, K H, & anguli I A C, K H C, æquales. Ablatis ergo arcubus æqualibus I A, K H, ex arcubus æqualibus I B, K G, & angulis æqualibus I A C, K H C, ex binis ad A, & H, quorum bini duobus rectis æquales ſunt; remanebunt & arcus A B, H G, & anguli B A C, G H C, æquales: oſtenſus eſt autem arcus H G, arcui D E, & angulus G H C, angulo D, æqualis. Igitur & arcus A B, arcui D E, & angulus B A C, angulo D, æqualis erit. Quare cum latera A B, A C, æqualia ſint lateribus D E, D F, angulosq́ue complectantur æquales; erunt & arcus B C, E F, æquales. Sunt ergo latera A B, B C, lateribus D E, E F, æqualia, & angulus B A C, angulo D. Quamobrem, ſi fuerint duo triangula ſphærica rectangula, &c. Quod demonſtrandum erat.

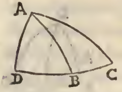


1.huius. 20.1.Theod. 6.huius. 7.huius. 20.1.Theo. 13.1.Theo. Coroll. 10. 1.Theod. 28. tertij. 15.1.Theo. 10.huius. 6.huius. 7.huius. 5.huius. 7.huius.

SCHOLIVM.

DEBENT *autem latera æqualia ſub rectis angulis ſubtendi. Alioquin, ſi alios angulos ſubtenderent, nihil certi colligi poſſet. Sit enim triangulum ſphæricum quodcunque* A B C, *habens duo latera* A B, A C, *inæqualia inter ſe, ſed ſimul ſemicirculo æqualia: producto verò latere* C B, *ad partes* B, *ducatur per* A, *& polum arcus* C D, *arcus* A D, *circuli maximi ſecans* C D, *in* D; *eritq́; angulus* D, *rectus. Quoniam igitur arcus* A B, A C, *ſemicirculo ſunt æquales, erit angulus* A B D, *angulo* C, *æqua-* 20.1.Theo. 15.1.Theo. 14.huius.

C, æqualis. Itaq; duo triangula A D B, A D C, *angulum rectum* D, *habent commu-nem, & duos angulos* A B D, *&* C, *æquales, & non rectos: (alias latera* A B, A C, *æqualia eſſent, propter angulos* B, C, *rectos, & æquales:) nec non latus* A D, *æqua-les angulos non rectos ſubtendens, commune: Et tamen nec reliqua latera* A B, B D, *reliquis lateribus* A C, C D, *æqualia ſunt, vtrumque vtrique, nec reliquus an-gulus* B A D, *reliquo angulo* C A D, *vt perſpicuum eſt. Hoc autem inde prouenit, quòd latera æqualia non ſub-tendunt rectos angulos, ſed latus commune* A D, *angu-los æquales non rectos ſubtendit.*



Error Nicolai Copernici.

QVAMOBREM *decipitur Nicolaus Copernicus lib. 1. Reuolutionum propoſ. 6. triãgulorũ ſphæricorum, vbi dicit.* [Si bina triangula rectum angulum, ac inſuper alium ęqualem habuerint, alterum alteri, vnumq; latus vni lateri æquale, quod alterutri ęqualiũ angulorum (etiã non recto, vt in demonſtratione dicit) opponitur; reliqua quoque latera reliquis lateribus, alterũ alteri, ac angulum angulo, reliquũ reliquo æqualem habebunt.] *Oppoſitum enim apparuit in triangulis rectangulis* A D B, A D C, *in quibus latus commune* A D, *opponitur angulis æqualibus* A B D, A C D, *non rectis.*

Alius error Nicolai Copernici.

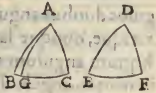
Vnde verum non ſemper eſt, quod idem Copernicus docet ibidem propoſ. 4. vbi ait. [In quocunq; triãgulo rectum angulum habente, alius inſuper angulus fuerit datus, cum quolibet latere, reliquus etiam angulus cum reliquis lateribus dabitur.] *Quamuis enim angulus rectus* D, *& angulus* A B D, *noti ſint, cum latere* A D, *quod angulo noto* A B D, *non recto opponitur, non tamen propterea in cognitionem reliqui anguli, & reliquorum laterum veniemus, cum reliqua latera poſſint eſſe vel* A B, B D, *vel* A C, C D, *& reliquus angulus vel* B A D, *vel* C A D, *vt perſpicuum eſt. Oportebit ergo aliquid aliud præterea conſtare, antequam reliquus angulus cum reliquis lateribus colligatur, vt in ſcholio propoſ. 45. docebimus.*

THEOR. 20. PROPOS. 22.

SI fuerint duo triangula ſphærica, quæ duos angulos habeant duobus angulis æquales, vtrumque vtrique, vnumq; latus vni lateri æquale, quod vni æqualium angulorum ſubtenditur, duo verò latera ſubtendẽtia reliquos angulos æquales ęqualia non ſint ſemicirculo, ſed vel maiora, vel minora: Erunt & duo reliqua latera duobus reliquis lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

HABEANT duo triangula ſphærica A B C, D E F, duos angulos B, C, duo-

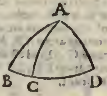
C, duobus angulis E, F, æquales, vtrumque vtrique, & latera A C, D F, ſubtendentia angulos æquales B, E, inter ſe æqualia, reliqua verò latera A B, D E, ſubtendentia alios æquales angulos C, F, non æqualia ſint ſemicirculo, ſed vel maiora, vel minora. Dico reliqua latera C B, B A, reliquis lateribus F E, E D, eſſe æqualia, vtrumque vtrique, & reliquos quoque angulos A, D, eſſe æquales. Si enim C B, & F E, non ſunt æqualia, ſit C B, maius, & abſcindatur C G, arcus arcui F E, æqualis, & per A, G, ar- 2.huius.



cus circuli maximi ducatur AG. Quoniam igitur latera A C, C G, lateribus D F, F E, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales C, F; 26.1. Theo.
erunt & arcus A G, D E, & anguli A G C, & F, æquales: Poſitus eſt autem angulus E, angulo B, æqualis. Aequalis igitur eſt etiam angulus A G C, angulo 7.huius.
B; ac propterea arcus A B, A G, ſemicirculo æquales erunt. Cum ergo arcus 15.huius.
A G, arcui D E, oſtenſus ſit æqualis, erunt quoque arcus A B, D E, ſemicirculo æquales: Ponuntur autem & non æquales ſemicirculo. Quod eſt abſurdum. Non ergo inæquales ſunt arcus C B, F E, ſed æquales. Quare cum latera A C, C B, ſint æqualia lateribus D F, F E, anguloſque æquales contineant
C, F; erunt & arcus A B, D E, & anguli B A C, & D, æquales. Si igitur fuerint duo triangula ſphærica, &c. Quod demonſtrandum erat. 7.huius.

SCHOLIVM.

DIXIMVS, duo latera ſubtendentia reliquos angulos æquales, non debere eſſe æqualia ſemicirculo. Nam alias propoſitio vera non eſſet. Sit enim triangulum ſphæricum A B C, *quodcunq; habens duo latera* A B, A C, *inæqualia inter ſe, ſed ſimul ſemicirculo æqualia: Producto autem latere* B C, *vſque ad* D, *ita tamen, vt* B D, *ſemicirculo ſit minor, ducatur per* A, D, *arcus circuli maximi* A D. *Quoniam igi-* 20.1. Theo.
tur arcus A B, A C, *ſemicirculo æquales ſunt, erit angu-*
lus A C D, *angulo* B, *æqualis. Itaq; duo triangula* A B D, 14.huius.
A C D; *duos angulos* B, D, *duobus angulis* C, D, *æquales habent, vtrumque vtrique, & latus* A D, *commune, quod æqualibus angulis* B, C, *ſubtenditur; & tamen neque reliqua latera* A B, B D, *reliquis lateribus* A C, C D, *æqualia ſunt, vtrumque vtrique, neque reliquus angulus* B A D, *reliquo angulo* C A D, *vt perſpicuum eſt. Hoc autem ideò contingit, quod latera* A B, A C, *ſemicirculo ſunt æqualia.*



N I C O L A V S *ergo Copernicus lib.* 1. *Reuolutionum propoſ.* 12. *triangulorum* Error Nicolai Copernici.
ſphæricorum hallucinatur, cum docet, omne triangulum ſphæricum, cuius duo anguli vtcunque dati fuerint, cum aliquo latere, datorum effici angulorum, & laterum. Nam in triangulo A C D, *licet duo anguli* D, *&* A C D, *noti ſint cum latere* A D, *non tamen ex hoc peruenienimus in notitiam reliquorum laterum, & reliqui anguli: cum reliqua latera eſſe poſſint vel* A C, C D, *vel* A B, B D; *&c. Oportebit ergo prætereà aliquid aliud conſtare, antequam reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoſcatur, vt in ſcholio propoſ.* 45. *dicemus.*

THEOR.

THEOR. 21. PROPOS. 23.

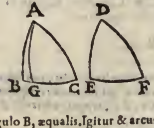
Si fuerint duo triangula ſphærica, quæ duos angulos duobus angulis habeant ęquales, vtrumque vtrique, duoque latera duobus lateribus circa reliquum angulum æqualia, vtrumque vtrique, & in reliquo angulo dicto non ſit polus reliqui lateris: Erit & reliquum latus reliquo lateri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis.

IN duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, ſint anguli B, C, angulis E, F, æquales, vterque vtrique, & latera A B, A C, circa reliquum angulum A, æqualia lateribus D E, D F, vtrumque vtrique, non ſint autem A, D, poli arcuum B C, E F. Dico & reliqua latera BC, E F, æqualia eſſe, & reliquos angulos A, D. Si enim arcus B C, EF, non ſunt æquales, ſit BC,

2.huius. maior, abſcindaturque arcus C G, æqualis ipſi

20.1.Theo. F E, & per puncta A, G, arcus maximi circuli deſcribatur A G. Quoniã igitur latera AC, C G, æqualia sũt lateribus D F, F E, anguloſq́; æquales continent C, F; erunt & arcus A G,

9.huius. D E, & anguli A G C, & E, æquales: Ponitur autem arcus D E, arcui A B, & angulus E, angulo B, æqualis. Igitur & arcus A G, arcui A B, & angulus A G C, angulo B,



5.huius. æqualis erit; atque adeò, cum A G C, A G B, ſint æquales duobus rectis, erũt

8.huius. & B, A G B, duobus rectis æquales: Sunt autem B, & A G B, inter ſe æquales, ob æqualitatem arcuum A B, A G. Vterque igitut rectus erit; ac propterea

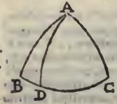
13.1.Theo. vterque arcus A B, A G, per polum arcus B C, tranſibit. Eſt ergo A, polus arcus B C. Quod eſt abſurdum. Ponitur enim non eſſe. Non igitur inæquales

18.huius. ſunt arcus B C, E F, ſed æquales; atque idcirco & anguli B A C, & D, æquales erunt.

SCHOLIVM.

EST *autem neceſſaria conditio illa, quòd in reliquo angulo polus non ſit reliqui lateris. Falſa enim eſſet propoſitio, ſi in illo angulo polus foret reliqui lateris. Sit enim triangulum ſphæricum* A B C, *ſitq́; in* A, *polus arcus* B C; *&* *ex* A, *arcus circuli maximi deſcendat quicunque* A D, *ſecans* B C, *in* D. *Erunt*

15.1.Theo. Coroll. 16. 1.Theod. *igitur anguli ad* B, C, D, *omnes recti, atque omnes tres arcus* A B, A C, A D, *quadrantes. Itaque duo triangula* A B C, A D C, *duos angulos* B, C, *duobus angulis* A D C, *&* C, *æquales habent, vtrumque vtrique, &* *duo latera* A B, A C, *duobus lateribus* A D, A C, *circa angulos*



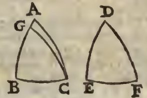
los B A C, D A C, *æqualia, vtrumque vtrique, & tamen neque reliqua latera* B C, D C, *æqualia inter ſe ſunt, neque reliqui anguli* B A C, D A C, *vt manifeſtum eſt. Hoc autem ideo accidit, quòd* A, *polus ſit arcuum* B C, D C.

H I N C *perſpicuum quoque eſt, copernicũ hallucinari lib.* 1. *Reuolutionum propoſ.* 12. *cum aſſerit, omne triangulum ſphæricum, cuius duo anguli vtcunque dati fuerint, cum aliquo latere, datorum effici angulorum, & laterum. Nam in triangulo* A B C, *etiamſi dentur duo anguli* B, C, *cum duobus lateribus* A B, A C, (*& non cum vno tantum, vt ipſe vult*) *non tamen ſtatim reliquum latus, & reliquus angulus cognoſcetur: cum reliquum latus eſſe poſsit vel* B C, *vel* D C, *& reliquus angulus vel* B A C, *vel* D A C, *&c. Aliquid ergo aliud præterea cõſtet, neceſſe eſt, vt reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoſcatur, vt in ſcholio propoſ.* 45. *oſtẽdemus.* Error Nicolai Copernici.

THEOR. 22. PROPOS. 24.

SI fuerint duo triangula ſphærica, quæ vnum angulum vni angulo æqualem habeant, & duo latera duobus lateribus circa alium angulum æqualia vtrumque vtrique, atq; vtrumque reliquorum angulorum vel maiorem recto, vel minorem: Erit & reliquum latus reliquo lateri æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, vterque vtrique.

IN duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, ſint anguli B, E, æquales, & duo latera B C, C A, æqualia duobus lateribus E F, F D, vtrumque vtrique, circa angulos C, F, & vterq; angulorũ reliquorum A, D, vel minor ſit, vel maior recto. Dico reliqua latera A B, D E, æqualia quoque eſſe, & reliquos duos angulos A, C, reliquis duobus angulis D, F, vtrũq; vtrique. Si enim latera A B, D E, æqualia non ſunt, ſit A B, maius, & abſcindatur arcus B G, æqualis arcui D E, & per puncta C, G, arcus circuli maximi ducatur C H. Quia igitur latera B G, B C, æqualia ſunt lateribus E D, E F, anguloſque comprehendunt æquales B, E; erunt & arcus G C, D F, & anguli G, D, æquales: Ponitur autem arcus D F, arcui A C, æqualis. Aequalis igitur erit quoque arcus G C, eidem arcui A C; atque adeo anguli A, & C G A, æquales. Et quoniam anguli duo ad G, ſunt æquales duobus rectis, erunt quoque duo anguli B G C, & A, duobus rectis æquales; ac proinde, cum angulus B G C, oſtenſus ſit æqualis angulo D, erunt & duo anguli D, & A, duobus rectis æquales. Quod fieri non poteſt. Cum enim vterque minor recto ponatur, vel maior, erunt ambo ſimul vel duobus rectis minores, vel maiores. Non ergo inæqualia ſunt latera A B, D E, ſed æqualia: Quare

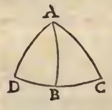


1. huius. 20. 1 Theod. 7. huius. 8. huius. 5. huius.

11.huius. & duo Anguli A, C, duobus ãngulis D, F, æquales erunt, vterque vtrique. Si fuerint igitur duo triangula, &c. Quod oſtendendum erat.

SCHOLIVM.

DIXIMVS, *vtrumque reliquorum angulorum debere eſſe vel maiorem, vel minorem recto. Nam alias falſa eſſet propoſitio. Sit enim triangulum ſphæricum*
20.1 Theod. *quodcunque* A B C, *habens duo latera* A B, A C, *æqualia: Producto autem latere* C B, *ad* D, *ita vt* C D, *ſit arcus ſemicirculo minor, ducatur per puncta* A, D, *arcus circuli maximi* A D. *Itaque triãngula* A D B, A D C, *angulum angulo æqualem habẽt, nempe* D, *communem, & duo latera* A D, A B, *æqualia duobus lateribus* A D, A C, *vtrumque vtrique: & tamen reliqua latera* D B, D C, *æqualia non ſunt, nec reliqui anguli* D A B, D A C, *immo neque anguli* A B D, A C D, *niſi vterq; rectus ſit, vt demonſtrabimus. Hoc autem ideò euenit, quòd non vterque angulus* A B D, A C D, *maior eſt vel minor recto, ſed vel vterq; rectus, vel vnus maior recto, & alter minor: quod ita oſtendemus. Sit primum angulus* A B D, *rectus. Dico &* C, *rectum eſſe. Recto enim exiſtente angulo* A B D, *erit &* A B C, *rectus:*



5. huius. *quòd ambo anguli ad* B, *æquales ſint duobus rectis: ſed hic æqualis eſt angulo* C, *ob*
8. huius. *æqualitatem laterum* A B, A C. *Igitur &* C, *rectus erit.*

SIT *deinde angulus* A B D, *maior recto. Dico* C, *minorem eſſe recto. Cum enim*
5. huius. A B D, *ſit recto maior, erit* A B C, *minor recto, cum ambo duobus rectis ſint æquales.*
8. huius. *Igitur & angulus* C, *qui æqualis eſt angulo* A B C, *recto minor erit.*

SIT *tandem angulus* A B D, *minor recto. Dico* C, *eſſe recto maiorem. Cum enim* A B D, *ſit minor recto, erit* A B C, *hoc eſt, ſibi æqualis* C, *maior recto.*

Error Nicolai Copernici. HINC *manifeſtum eſt, propoſitionem* 8. *Nicolai Copernici de ſphæricis triangulis, lib.* 1. *Reuolutionum falſam eſſe, quo ad eam partem, in qua dicit.* Si bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem, qui ad baſim fuerit; baſim quoque baſi, ac reliquos angulos reliquis angulis habebunt æquales. *Hoc enim verum non eſt, niſi ponatur vterque reliquorum angulorum ad baſim vel maior recto, vel minor. In triangulis enim propoſitis* A D B, A D C, *ſunt duo latera* A D, A B, *duobus lateribus* A D, A C, *æqualia, angulusq; D, communis eſt ſuper baſes* D B, D C: *& tamen baſes non ſunt æquales, ob cauſam dictam.*

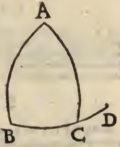
Alius error Nicolai Copernici. VNDE *errat idem Nicolaus in eodem libro propoſ.* 11. *vbi ait.* Omne triangulum, cuius duo latera fuerint data cum aliquo angulo, datorum efficitur angulorum, & laterum. *Nam etiamſi latera* A D, A B, *nota ſint cum angulo* D, *non tamen inde in notitiam alterius lateris, & aliorum angulorum perueniemus, cum reliquum latus poſsit eſſe vel* D B, *vel* D C, *&c. Neceſſe eſt ergo aliud quippiam præterea conſtare, antequam reliquum latus, cum reliquis angulis notum efficiatur, vt in Scholio propoſ.* 45. *perſpicuum faciemus.*

THEOR. 23. PROPOS. 25.

IN omni triangulo ſphærico Iſoſcele, ſi duo latera

latera æqualia ſint quadrantes, erunt duo anguli æquales ſuper baſim recti: ſi verò vtrumque quadrante minus ſit, acuti: ſi denique maius quadrante, obtuſi. Et ſi duo anguli æquales ad baſim ſint recti, erunt duo latera æqualia, quadrantes: ſi verò acuti, vtrumque quadrante minus erit: ſi denique obtuſi, vtrumque quadrante maius.

IN triangulo ſphærico Iſoſcele A B C, ſint primum duo arcus æquales
A B, A C, quadrantes. Dico æquales angulos B, C, ad baſim eſſe rectos. Cum
enim vterque arcus A B, A C, quadrans ſit, erunt
ambo ſimul ſemicirculo æquales. Quare producto
arcu B C, ad D, angulus A C D, æqualis erit an- 14. huius.
gulo B: ſed angulus B, angulo A C B, æqualis eſt. 8. huius.
Igitur & angulus, A C D, angulo A C B, æqualis
erit; atque adeò, cum duo anguli ad C, duobus re- 5. huius.
ctis ęquales ſint, erit vterque angulus ad C, rectus.
Quare & angulus B, qui recto A C B, æqualis eſt, 8. huius.
rectus erit. Quod eſt propoſitum.



SIT deinde vterque arcuum A B, A C, æqualium quadrante minor. Dico angulos B, C, æquales eſſe acutos. Cum enim vterque arcus A B, A C,
quadrante minor ſit, erunt ambo ſimul ſemicirculo minores. Quare angulus A C D, maior erit 14. huius.
angulo B, hoc eſt, angulo A C B; cum anguli B, 8. huius.
& A C B, æquales ſint. Cum ergo duo anguli ad C, æquales ſint duobus 5. huius.
rectis, erit angulus A C B, recto minor; atque adeo angulus B, qui ei æqua- 8. huius.
lis eſt, recto quoq; minor erit. Sunt ergo duo anguli B, & A C B, acuti. Quod
eſt propoſitum.

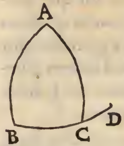
SIT poſtremo vterque arcuum A B, A C, quadrante maior. Dico angu-
los æquales, B, C, eſſe obtuſos. Cum enim vterque arcus A B, A C, maior ſit
quadrante, erunt ambo maiores ſemicirculo. Quare angulus A C D, minor 14. huius.
erit angulo B, hoc eſt, angulo A C B, qui angulo B, æqualis eſt. Cum ergo 5. huius.
duo anguli ad C, duobus rectis ſint æquales, erit angulus A C B, recto ma- 5. huius.
ior, hoc eſt, obtuſus; atque idcirco & angulus B, qui ei æqualis eſt, obtuſus 8. huius.
erit. Quod eſt propoſitum.

SED iam vterque angulorum æqualium B, C, ſit rectus. Dico vtrumque
arcum A B, A C, quadrantem eſſe. Cum enim A C B, rectus ſit, & duo angu-
li ad C, æquales duobus rectis, erit quoque A C D, rectus, ac proinde recto 5. huius.
B, æqualis. Sunt ergo duo arcus A B, A C, ſimul ſemicirculo æquales, ac pro- 15 huius.
pterea cum ipſi æquales ponantur, vterq; quadrans erit. Quod eſt propoſitũ.

DEINDE vterque angulorum B, C, ſit acutus. Dico vtrumque arcum
A B, A C, quadrante minorem eſſe. Cum enim duo anguli ad C, æquales duo- 5. huius.

bus rectis ſint, & A C B, ponatur recto minor; erit A C D, recto maior; ac propterea maior, quam B, qui recto etiam minor

15. huius. ponitur. Sunt ergo arcus A B, A C, ſimul ſemicirculo minores; atque idcirco, cum ipſi ſint æquales, vterque quadrante minor erit. Quod eſt propoſitum.



POSTREMO ſit vterque angulorum B, C, obtuſus. Dico utrumque arcum A B, A C, maiorem eſſe quadrante. Cum enim duo anguli ad C,

5. huius. ſint æquales duobus rectis, & A C B, ponatur maior recto, erit A C D, recto minor, atque idcirco minor angulo B, qui recto quoque maior ponitur.

15. huius. Arcus ergo A B, A C, ſimul maiores ſunt ſemicirculo; atque adeò, cum ipſi æquales ſint, erit uterq; quadrante maior. Quod eſt propoſitum. In omni ergo triangulo ſphærico Iſoſcele, &c. Quod demonſtrandum erat.

COROLLARIVM.

EX his ſequitur, omne triangulum ſphæricum æquilaterum, ſeu æquiangulum, ſi ſingula latera ſint quadrantes, habere ſingulos angulos rectos: ſi verò quadrante minora, acutos. Si denique quadrante maiora, obtuſos. Et omne triangulum ſphæricum æquiangulum, ſeu æquilaterum, ſi ſinguli anguli ſint recti, habere ſingula latera quadrantes: Si verò acuti, quadrante minora: ſi denique obtuſi, quadrante maiora.

SCHOLIVM.

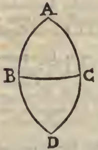
CAETERVM, *quando duo latera trianguli ſpharici ſunt quadrãtes, vtrumque angulum ad baſim eſſe rectum: Et ſi vterque angulus ad baſim rectus eſt, vtrumque latus eſſe quadrantem, demonſtrari etiam poterit hac ratione.*

SINT *in triangulo* A B C, *quadrantes* A B, A C. *Dico angulos* B, C, *eſſe rectos. Productis enim arcubus* A B, A C, *donec coëant in* D, *vt ſint* A B D, A C D, *ſemicirculis erunt*

11.1.Theod. *quoque arcus* D B, D C, *quadrantes; atque adeo vterque arcus* A B D, A C D, *biſariam dividetur ab arcu* B C, *in*

Schol. 9. 2.Theod. *punctis* B, *&* C. *Igitur arcus* B C, *per polos arcuum* A B,

15.1 Theod. A C, *tranſibit; atque idcirco rectos angulos ad* B, *&* C, *efficiet.*



VERVM *iam anguli* B, C, *recti ſint. Dico latera* A B,

13.1.Theod. A C, *quadrantes eſſe. Cum enim anguli* B, C, *ſint recti,*

11.1.Theod. *tranſibit arcus* B C, *per polos arcuum* A B D, A C D, *quæ*

9 2.Theod. *quidem ſemicirculi ſunt; atque adeò vtrumque biſariam ſecabit in* B, C. *Sunt ergo arcus* A B, A C, D B, D C, *quadrantes. Quod demonſtrandum erat.*

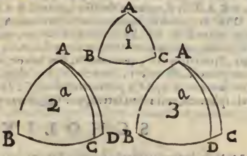
THEOR. 24. PROPOS. 26.

IN omni triangulo Iſoſcele ſphærico, cuius

duo

duo latera æqualia ſint quadrantes, ſi angulus ſub ipſis comprehenſus fuerit rectus, erit baſis quadrans: Si verò acutus, quadrante minor: Si denique obtuſus, quadrante maior. Et ſi baſis fuerit quadrans, erit angulus ſub lateribus comprehenſus, rectus: Si verò minor quadrante, acutus: Si denique maior quadrãte, obtuſus. Semper autem polus baſis erit in angulo ſub lateribus cõprehenſo.

IN triangulo ſphærico Iſoſcele A B C, ſint latera A B, A C, quadrantes, & primum angulus A, ſit rectus, vt in prima figura. Dico baſim B C, quadrantem eſſe. Cum enim A B, A C, ſint quadrãtes, erunt anguli B, C, recti. Quare omnes arcus erunt quadrantes. Quadrans ergo eſt B C. Quod eſt propoſitum.
25. huius.
Corollar.
25. huius.



SIT deinde angulus A, acutus, vt in ſecunda figura. Dico baſim B C, minorem eſſe quadrante. Ducto enim per A, & polum arcus A B, arcu circuli maximi A D, erit an- 20.1 Theod.
gulus B A D, rectus, atque adeo maior acuto angulo B A C. Occurret ergo 15.1 Theod.
A D, arcus arcui B C, producto, nempe in puncto D. Quoniam igitur in trian
gulo A B C, vterque angulus B, C, rectus eſt, erunt in triangulo A B D, duo 25. huius.
anguli recti B, & D A B, ideoque æquales; ac propterea & arcus D A, D B, 9. huius.
æquales erunt. Quare Iſoſceles eſt D A B, habens ad baſim A B, duos angu- 25. huius.
los rectos; ac proinde vterque arcus A D, B D, quadrans eſt. Igitur B C, qua-
drante erit minor. Quod eſt propoſitum.

TERTIO ſit angulus A, obtuſus, vt in tertia figura. Dico baſim B C,
eſſe quadrante maiorem. Ducto enim per A, & polum arcus A B, arcu circuli 20.1 Theod.
maximi A D, erit angulus D A B, rectus; atque adeo minor obtuſo angulo 15.1 Theod.
B A C. Occurret ergo arcus A D, arcui B C, intra triangulum, nempe in pun
cto D. Quoniam ergo in triangulo A B C, rectus eſt vterque angulus B, C, 25. huius.
erunt in triangulo D A B, duo anguli ad baſim A B, recti, & propterea æqua-
les; atque idcirco & arcus A D, B D, æquales. Quare Iſoſceles eſt D A B, ha- 9 huius.
bens ad baſim A B, duos angulos rectos. Vterque igitur arcus A D, B D, qua- 25. huius.
drans eſt, ideoque B C, quadrante maior. Quod eſt propoſitum.

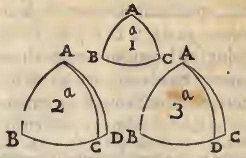
SED iam baſis B C, quadrans ſit, vt in eadem prima figura. Dico angu-
lum A, rectum eſſe. Quoniam enim duo arcus C A, C B, quadrantes ſunt, 25. huius.

erit vterque angulus A, B, rectus. Rectus igitur eſt angulus A.

SIT deinde baſis B C, quadrante minor. Dico angulum B A C, eſſe acutum. Producto enim arcu B C, ad D, vt ſit B D, quadrans, ducatur per puncta A, D, arcus A D, circuli maximi. Quoniã igitur duo arcus B A, B D, quadrãtes ſunt, erit vterque angulus D, & D A B, rectus. Acutus igitur eſt angulus B A C.

20.1 Theod.

25. huius.



SIT tãdem baſis B C, maior quadrante. Dico angulum B A C, obtuſum eſſe. Abſcindatur B D, arcus æqualis quadrãti A B; & per puncta A, D, arcus circuli maximi deſcribatur A D. Et quia duo arcus B A, B D, quadrantes ſunt, erit vterque angulus B D A, D A B, rectus. Obtuſus igitur eſt B A C, angulus.

2. huius.

20.1 Theod.

25. huius.

DICO præterea, in omnibus his punctum A, polum eſſe baſis B C. Cum enim latera A B, A C, ponantur quadrantes, erit vterque angulus ad baſim B C, rectus; ac propterea vterque arcus A B, A C, per polum arcus B C, tranſibit. Siue igitur B C, quadrans ſit, ſiue minor, ſiue maior quadrante; Et ſiue angulus A, ſit rectus, ſiue acutus, ſiue obtuſus, ſemper punctum A, vbi coëunt arcus A B, A C, polus erit baſis B C. In omni igitur triangulo Iſoſcele ſphærico, cuius duo latera, &c. Quod erat oſtendendum.

25. huius.

13.1 Theod.

SCHOLIVM.

IMMO *in omni triangulo ſphærico habente duos angulos rectos, demonſtrabimus eodem modo, in concurſu duorum laterum, quæ rectos ſubtendunt angulos, reliqui lateris, quod rectis angulis adiacet, polum eſſe, etiam ſi nondum ſciatur, duo illa latera eſſe quadrantes. Sint enim in trangulo ſphærico* A B C, *duo anguli recti* B, C. *Dico* A, *polum eſſe arcus* B C: *Nam vterque arcus* A B, A C, *per polum arcus* B C, *tranſibit; ac propterea* A, *polus erit arcus* B C.

13.1 Theod.

VERVM *eſt tamen, duos arcus* A B, A C, *eſſe ſemper quadrantes, propter angulos rectos* B, C.

25. huius.

THEOR. 25. PROPOS. 27.

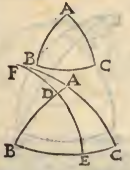
IN omni triangulo ſphærico, cuius omnes arcus ſint quadrante maiores, vel vnus quadrans, & reliqui duo quadrante maiores, omnes tres anguli ſunt obtuſi.

IN

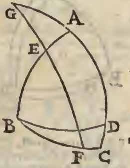
IN triangulo ſphærico A B C, ſint primum ſingula latera quadrante maiora. Dico tres angulos A, B, C, eſſe obtuſos. Aut enim triangulum æquilaterum eſt, aut Iſoſceles, aut Scalenum.

SI æquilaterum, perſpicuum eſt, tres angulos eſſe obtuſos. Corollar.

SI vero eſt Iſoſceles, habens duo latera A B, A C, æqualia, erunt duo anguli B, C, ad baſim obtuſi. 25.huius. Sint quadrantes B D, B E, & per puncta 25.huius. D, E, arcus circuli maximi ducatur E D, conueniens cum arcu C A, protracto in F. 20.1Theod. Quoniam igitur B D, B E, quadrantes ſunt, & angulus B oſtenſus eſt obtuſus, erit D E, arcus quadrante maior, 26.huius. & anguli B D E, B E D, recti: 25.huius. Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus D E, A C, ſimul ſemicirculo maiores ſunt; ac propterea arcus F D, F A, ſimul minores ſemicirculo, cum arcus F E, F C, integro circulo ſimul ſint minores; cum vterque arcus minor ſit ſemicirculo. 2.huius. Angulus igitur F D B, maior eſt angulo F A D: 14.huius. Eſt autem angulus F D B, rectus; quòd anguli F D B, B D E, duobus rectis æquales ſint, 5.huius. & B D E, rectus oſtenſus. Ergo F A D, acutus eſt; ac proinde, cum F A D, D A C, æquales ſint duobus rectis, 5.huius. angulus B A C, obtuſus erit: oſtenſi ſunt autem & anguli B, C, obtuſi. Omnes ergo tres anguli A, B, C, obtuſi ſunt.

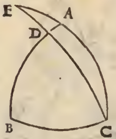


SI denique triangulum A B C, eſt Scalenum, ſit latus A C, latere A B, maius, & abſcindatur arcus A D, arcui A B, æqualis; eritque adhuc arcus A D, quadrante maior, quòd & arcus A B, cui æqualis eſt, maior ponatur quadrante. 1.huius. Si igitur per puncta B, D, ducatur arcus B D, circuli maximi, 20.1Theod. erit vterq; angulus A D B, A B D, obtuſus. 25.huius. Multo ergo magis obtuſus erit angulus A B C. Sint quadrantes B E, B F, & per puncta E, F, ducatur arcus E F, circuli maximi, coiens cum arcu C A, producto in G. 20.1Theod. Quoniã igitur B E, B F, quadrantes ſunt, erunt anguli ad E, & F, recti; 25.huius. & cum angulus E B F, oſtenſus ſit obtuſus, erit arcus E F, quadrante maior: 26.huius. Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus E F, A C, ſimul ſemicirculo ſunt maiores; & idcirco multo magis F G, C G, maiores erũt ſemicirculo. Angulus ergo B F G, quem oſtendimus eſſe rectum, minor eſt angulo B C G; 14.huius. ac propterea angulus C, obtuſus erit. Et quoniam arcus F G, C G, ſimul integro ſunt circulo minores; quòd vterque ſemicirculo minor ſit; & E F, A C, ſimul ſemicirculo maiores; erunt arcus G E, G A, ſimul ſemicirculo minores; 2.huius. ac proinde angulus G E B, maior erit angulo G A B. 14.huius. Cum ergo angulus G E B, rectus ſit, quòd duo anguli ad E, duobus ſint rectis æquales, 5.huius. & angulus B E F, oſtenſus ſit rectus; erit angulus G A B, acutus. Quapropter cum G A B, B A C, æquales ſint duobus rectis, 5.huius. erit B A C, obtuſus. Sunt autem duo etiam anguli A B C, & C, oſtenſi obtuſi. Tres ergo anguli A, B, C, trianguli A B C, obtuſi ſunt. Quod eſt propoſitum.

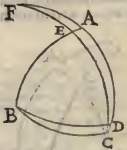


SINT

SINT iam in eodem triangulo A B C, duo arcus A B, A C, quadrante quidem maiores, at B C, quadrans. Aut igitur arcus A B, A C, æquales ſunt,
25.huius. aut inæquales. Si æquales, erunt duo anguli B, C, obtuſi. Sit quadrans B D,
20.1.Theod. & per puncta C, D, arcus C D, maximi circuli ducatur conueniens cum arcu C A, protracto in E. Quia igitur arcus B C, B D, quadrantes ſunt, erũt
25.huius. anguli D, & B C D, recti; & arcus C D, propter angulum B, quem obtuſum eſſe oſtendimus, qua-
26.huius. drante maior: Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus C D, C A, ſimul maiores ſunt ſemicirculo; ac propterea, cum arcus C D, C A E, circulum conficiant, (quòd vterque ſemicirculus ſit.) erunt arcus E D, E A, ſemi-
11.1.Theod. circulo minores. Quare angulus E D B, qui rectus
5.huius. eſt, (quòd duo anguli ad D, æquales ſint duobus rectis, & angulus B D C, oſtenſus ſit rectus.) maior
14.huius. erit angulo E A D; atque adeo E A D, acutus erit.
5.huius. Cum ergo anguli E A D, D A C, duobus rectis ſint æquales, erit B A C, obtuſus. Sunt etiam anguli B, C, demonſtrati obtuſi. Tres igitur anguli A, B, C, trianguli A B C, obtuſi ſunt.



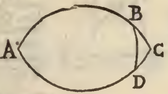
SI verò A B, A C, latera, quæ quadrante maiora ſunt, non ſunt æqualia,
1.huius. ſit maius A C; & abſcindatur arcus A D, æqualis arcui A B; & per puncta B,
20.1.Theod. D, tranſeat arcus B D, circuli maximi: eritque adhuc arcus A D, maior quadrante, cum ei æqualis A B, maior etiam ponatur.
25.huius. Anguli igitur A D B, A B D, obtuſi ſunt. Multo ergo magis obtuſus erit angulus A B C. Sit qua-
20.1.Theod. drans B E, & per puncta C, E, tranſeat arcus C E, circuli maximi occurrens arcui C A, producto in F. Quoniam igitur quadrantes ſunt B E, B C, &
26.huius. angulus E B C, oſtẽſus eſt obtuſus, erit arcus E C,
25.huius. maior quadrãte, ſed anguli E, & B C E, recti erunt. Angulus ergo A C B, obtuſus erit. Et quoniam arcus C E, oſtenſus eſt quadrante maior, & arcus A C, maior etiam ponitur, quam quadrans; erunt arcus C E, C A, ſimul ſemicirculo maiores. Cũ ergo
11.1.Theod. arcus C E F, C A F, integro circulo æquales ſint, quòd vterque ſit ſemicirculus, erũt arcus F E, F A, ſimul ſemicirculo minores. Quamobrem angulus
5.huius. F E B, qui rectus eſt, (ſunt enim duo anguli ad E, duobus rectis æquales, &
14.huius. angulus B E C, oſtenſus eſt rectus.) maior erit angulo F A E. Acutus ergo eſt
5.huius. angulus F A E; ac propterea, cum duo anguli ad A, ſint æquales duobus rectis, angulus B A C, obtuſus erit. Sunt autem etiam oſtenſi obtuſi anguli A B C, A C B. Tres igitur anguli in triangulo A B C, obtuſi ſunt. In omni ergo triangulo ſphærico, cuius omnes arcus, &c. Quod erat demonſtrandum.



SCHOLIVM.

HAEC *propoſitio non conuertitur. Non enim omne triangulum ſphæricum, cuius omnes anguli ſunt obtuſi, neceſſario habet omnes arcus quadrante maiores, vel duos*

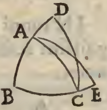
duos quidem maiores quadrante, & vnum quadranti æqualem: Sed poſſunt eſſe duo quidem quadrante maiores, reliquus verò quadrante minor. Sint enim duo ſemicirculi in ſuperficie ſphæræ continentes angulos A, C, obtuſos. Si igitur accipiantur duo arcus æquales A B, A D, quorum vterque maior ſit ſeſquialtero quadrante, ita vt ambo ſimul tres quadrantes ſuperent; deſcribatur autem per puncta B, D, arcus circuli maximi B D; erit hic arcus B D, quadrante minor. Cum 20.1 Theod. *enim tres arcus A B, A D, B D, integro circulo minores ſint, ponãtur autem duo arcus A B, A D, tribus quadrantibus maiores; erit neceſſario tertius arcus B D, minor quadrãte: Alias,* 4. huius. *ſi quadrans eſſet, aut maior quadrante, ſuperarent tres arcus trianguli A B C, integrum circulum. Quoniam igitur duo anguli B, & D, in triangulo A B D, obtuſi ſunt,* 25. huius. *necnon & tertius angulus A, obtuſus quoque, ex hypotheſi; erunt omnes tres anguli A, B, D, obtuſi: & tamen neque omnes arcus ſunt quadrante maiores; neque duo tantum, & tertius quadrans: ſed duo quidem A B, A D, quadrante maiores ſunt, at tertius arcus B D, quadrante minor, vt oſtendimus.*



THEOR. 26. PROPOS. 28.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus ſint quadrante minores, reliqui duo anguli acuti ſunt. Et ſi reliqui duo anguli ſint acuti, erunt ſinguli arcus quadrante minores.

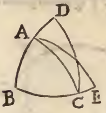
IN triangulo ſphærico A B C, ſit angulus B, rectus, & ſinguli arcus quadrante minores. Dico reliquos angulos A, C, eſſe acutos. Producantur enim arcus B A, B C, vt ſint quadrantes B D, B E; & per puncta C, D, arcus maximi circuli ducatur C D, necnon per puncta A, E, arcus circuli maximi A E. Et quoniam quadrans B D, 20.1 Theod. ob angulum rectum B, per polos arcus B C, tranſit, abeſtq; polus circuli maximi quadrãte circuli maximi ab eo, erit D, polus arcus B C. Igitur erit angulus B C D, rectus; ac propterea angulus A C B, acutus. Eodem modo, quia quadrans B E, ob angulum rectum B, per polos arcus A B, tranſit, abeſtq; polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo, erit E, polus arcus A B. Igitur angulus E A B, rectus erit; ac proinde B A C, acutus. 13.1 Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 15.1 Theod. 13.1 Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 15.1 Theod.



SED iam in eodem triangulo A B C, angulus B, rectus ſit, & reliqui A, C, acuti. Dico ſingulos arcus eſſe quadrante minores. Fiant enim recti anguli B C D, B A E. Quia igitur vterque angulus B, B C D, rectus eſt, erit vterque arcus B D, C D, quadrans. Arcus igitur B A, quadrante minor eſt. Eodem modo arcus B C, minor erit quadrante; propterea quòd & arcus B E, A E, 25. huius. 25. huius.

quadrantes ſunt, ob angulos rectos B, B A E. Sed & arcum A C, minorem eſſe quadrante, ita oſtendemus. Quoniam arcus B E, ducitur per E, polum arcus B D; (oſtendemus enim E, eſſe polum arcus A B, vt ſupra, cum B E, quadrans ſit, rectusq́ue ad arcum A B.) erit punctum C, intra peripheriam circuli arcus B D, in ſuperficie ſphæræ, & præter eiuſdem polum. Quare arcus C A, minor erit arcu C D: At C D, oſtenſus eſt eſſe quadrans. Igitur A C, quadrante minor erit. Omnes ergo arcus trianguli A B C, quadrante ſunt minores. Quocirca in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod oſtendendum erat.

Schol. 21. 2. Theod.



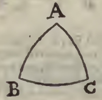
SCHOLIVM.

PRIMA *pars huius propoſitionis vera quoque eſt, ſi ſolum vterque arcus circa angulum rectum ponatur quadrante minor, etiamſi ignoretur, reliquum arcum, qui rectum angulum ſubtendit, minorem eſſe quadrante. Id quod liquido conſtat ex demonſtratione prioris partis. Oſtenſum eſt enim, angulos* B A C, B C A, *eſſe acutos, ex eo ſolum, quòd vterque arcus* B A, B C, *quadrante minor ponatur, nulla facta mentione arcus* A C. *Erit tamen ſemper arcus rectum angulum ſubtendens quadrante minor, ſi duo arcus rectum angulum continentes quadrante minores ſint, vt ex demonſtratione manifeſtum eſt. Nam cum ex eo, quòd arcus* B A, B C, *minores ſint quadrante, anguli* A, C, *acuti ſint, vt in priore parte demonſtratum eſt, ſit, vt & arcus* A C, *minor ſit quadrante, vt in parte poſteriori eſt oſtenſum. Itaque proponi poterit etiam huiuſmodi Theorema.*

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius duo arcus rectum angulum comprehendentes quadrante ſint minores, erit & arcus angulum rectum ſubtendens quadrante minor.

THEOR. 27. PROPOS. 29.

IN omni triangulo ſphærico, cuius omnes anguli ſint acuti, arcus ſinguli quadrante ſunt minores.



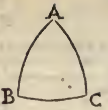
Corollar. 25. huius.

IN triangulo ſphærico A B C, ſint omnes anguli acuti. Dico ſingulos arcus quadrante minores eſſe. Sint enim primum omnes anguli acuti æquales. Quo poſito, erunt ſinguli arcus quadrante minores, vt ſupra demonſtratum eſt.

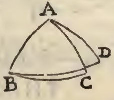
25. huius.

DEINDE ſint duo tantum anguli acuti æquales B, C; & A, minor vtroque illorum. Erit igitur vterque arcus A B, A C, minor quadrante.

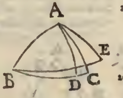
Et quia angulus B, maior ponitur angulo A, erit arcus A C, maior arcu B C. Cum igitur arcus A C, oſtenſus ſit quadrante minor, erit multo magis arcus B C, minor quadrante. 21.huius.



TERTIO ſint duo tantum anguli acuti iterum æquales B, C; & A, acutus vtroque illorum maior. Erit igitur rurſus vterque arcus A B, A C, quadrante minor. Dico & B C, quadrante eſſe minorem. Fiat enim angulus rectus B A D, ſitque arcus A D, vtrique arcuum A B, A C, æqualis; & per puncta B, D, deſcribatur arcus circuli maximi B D. Quoniam igitur vterque arcus A B, A C, oſtenſus eſt quadrante minor erit & A D, minor quadrante. Vterque ergo angulus A B D, & D, acutus eſt. Quare cum in triangulo A B D, angulus B A D, rectus ſit, & reliqui acuti erunt omnes arcus quadrante minores. Arcus igitur B D, quadrante minor eſt: At quia latera A B, A C, lateribus A B, A D, æqualia ſunt, eſtque angulus B A D, angulo B A C, maior; erit & baſis B D, baſe B C, maior: Oſtenſus eſt autem arcus B D, quadrante minor. Multo ergo minor quadrante erit arcus B C. Omnes ergo tres arcus trianguli A B C, quadrante ſunt minores.
25.huius. 20.1 Theod. 25.huius. 28.huius. 12.huius.

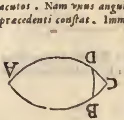


POSTREMO ſint omnes anguli acuti A, B, C, inæquales; & ſit A, omniũ maximus. Erit igitur propterea arcus B C, maior vtrouis arcuũ A B, A C. 11.huius.
Sit quoque angulus C, maior angulo B; eritque propterea arcus A B, maior arcu A C. 11.huius.
Quoniam igitur arcus B C, maior eſt arcu A B, & A B, maior, quam A C; abſcindatur arcus B D, æqualis arcui A B, & per puncta A, D, ducatur arcus A D, circuli maximi: eruntque anguli B A D, B D A, æquales: 8.huius.
Eſt autem angulus B A D, acutus, cum pars ſit anguli acuti B A C. Igitur & angulus B D A, acutus erit. Vterque igitur arcus A B, B D, quadrante eſt minor. 25.huius.
Multo igitur magis arcus A C, qui minor eſt arcu A B, minor erit quadrante. Dico & arcum B C, quadrante minorem eſſe. Fiat enim angulus B A E, rectus, & arcus A E, arcui A C, æqualis, ac per puncta B, E, deſcribatur arcus B E, maximi circuli. 20.1 Theod.
Et quia arcus A C, oſtenſus eſt minor quadrante, erit & A E, minor quadrante. In triangulo ergo A B E, angulus B A E, rectus eſt, & vterque arcuum ipſum comprehendentium quadrante minor. Igitur reliqui anguli A B E, A E B, acuti ſunt. Schol. 28. huius.
Quoniam igitur in eodem triangulo A B E, angulus B A E, rectus eſt, & reliqui duo acuti, erunt omnes arcus quadrante minores. Arcus ergo B E, minor eſt quadrante. 28. huius.
Quoniam vero duo latera A B, A E, duobus lateribus A B, A C, æqualia ſunt, eſtque angulus B A E, maior angulo B A C; erit & baſis B E, baſe C E, maiot: 12.huius.
Oſtenſus eſt autem arcus B E, minor quadrante. Multo igitur minor quadrante erit arcus B C. Tres ergo arcus trianguli A B C, quadrante ſunt minores. Quamobrẽ, In omni triangulo ſphærico, cuius, &c. Quod demonſtrandũ erat.



SCHOLIVM.

PORRO neque hæc propoſitio conuerti poteſt. Non enim omne triangulum ſphæricum, cuius ſinguli arcus quadrante ſunt minores, neceſſario habet omnes angulos acutos. Nam vnus angulus poteſt eſſe rectus, & reliqui duo acuti, vt ex propoſ. præcedenti conſtat. Immo & vnus poteſt eſſe obtuſus, & reliqui acuti. Sint enim duo ſemicirculi A B C, A D C, continentes angulos A, C, obtuſos, accipianturq́; duo arcus æquales A B, A D, quorum vterque ſeſquialterum quadrantem ſuperet, &

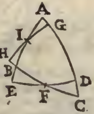


20.1 Theod. *per puncta B, D, arcus circuli maximi deſcribatur B D, qui minor erit quadrante, vt in ſcholio propoſ. 27. oſtendimus. Erunt igitur in triangulo B C D, tres arcus B C, C D, B D, ſinguli quadrante minores, & tamen non omnes anguli in triangulo B C D, acuti ſunt, ſed C, quidem obtuſus, ex hypotheſi, at verò B, D, acuti, propterea quod duo latera C B,*
25. huius. *C D, æqualia ſunt, & quadrante minora.*

THEOR. 28. PROPOS. 30.

IN quolibet triangulo ſphærico, cuius vnus quidem arcus quadrante maior ſit, reliquorum verò vterque quadrante minor, nullus angulorum rectus erit.

IN triangulo ſphærico A B C, ſit quidem arcus A C, quadrante maior, attam A B, quam B C, minor quadrante. Dico nullum angulorum eſſe rectum. Sit enim ſi fieri poteſt, angulus B, qui arcui A C, quadrante maiori opponitur, rectus. Abſciſſo igitur A D, quadrante, & producto arcu A B, ad E, vt A E, ſit etiam quadrans, & per puncta D, E, arcu D E,



20.1 Theod. circuli maximi deſcripto, qui arcum B C, ſecet in
25. huius. F; erit vterque angulus D, E, rectus: Ponitur autem & angulus A B C, rectus, hoc eſt, E B C; ſunt enim duo anguli ad B, duobus rectis æquales. Vterque igi-
5. huius.
25. huius. tur arcus E F, B F, quadrans erit, atque adeo arcus B C, maior quadrante. quod eſt abſurdum, cum ponatur quadrante minor. Non ergo angulus B, rectus eſſe poteſt.

QVOD ſi angulus C, rectus eſſe dicatur, erit, ſi eadem fiat conſtructio, eodem modo vterque arcus
25. huius. D F, C F, quadrans: (Nam & angulus C D F, rectus eſt, cum vterque D, E,
25. huius. rectus ſit, ob quadrantes A D, A E.) atque adeo arcus B C, quadrante maior. quod eſt contra hypotheſim.

SI denique angulus A, rectus concedatur, ſi ex arcu C A, abſcindatur qua-

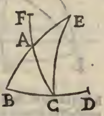
quadrans C G, & arcus C B, producatur vſque ad H, vt & C H, quadrans ſit,
deſcribaturque per puncta G, H, arcus circuli maximi G H, ſecans arcum A B, 20.1 Theod.
in I; erit vterque angulus G, H, rectus. Cum ergo & angulus A, ponatur re- 25.huius.
ctus, erunt in triangulo A G I, duo anguli A, G, recti. Quare vterque arcus
A I, G I, quadrans eſt; atque adeo arcus A B, quadrante maior. quod eſt con- 25.huius.
tra hypotheſim.

POSSVMVS tamen aliter demonſtrare, angulum A, non poſſe eſſe
rectum, licet non abſcindatur quadrans C G, &c. Si enim angulus A, rectus 26.huius.
concedatur, erit arcus D E, quadrans. Cum ergo & E A, quadrans ſit, erit 25. huius.
vterque angulus A, D, rectus; & E, polus arcus A C, propterea quòd vter-
que arcus D E, A E, per polum arcus A D, tranſit, ob angulos rectos A, 13.1.Theod.
D. Eodem modo D, polus erit arcus A B. Quoniam igitur punctum F, eſt
intra peripheriam circuli A B, & præter eius polum, duciturque arcus F E,
per polum circuli A B, nempe per D, erit arcus F B, maior arcu F E. Ea-
dem ratione arcus F C, maior erit arcu F D, cum F D, ducatur per E, polum
circuli A C. Totus igitur arcus B C, quadrante D E, maior erit. quod eſt Schol. 21.
abſurdum, cum minor quadrante ponatur. Nullus ergo angulorum A, B, 2.Theod.
C, rectus eſt. Quamobrem, In quolibet triangulo ſphærico, &c. Quod de-
monſtrandum erat.

THEOR. 29. PROPOS. 31.

CVIVSCVNQVE trianguli ſphærici tres anguli duobus quidem rectis ſunt maiores, ſex verò rectis minores.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico tres angulos A, B, C, maiores
quidem eſſe duobus rectis, minores verò ſex rectis. Si enim omnes tres angu-
li recti ſint, vel obtuſi; vel duo tantũ recti, vel obtuſi; vel vnus tantum rectus,
& reliquorum alter obtuſus, perſpicuum eſt, omnes tres duobus eſſe rectis
maiores. In quolibet autem triangulo hæc erit demonſtratio. Producto late-
re B C, ad D, erit angulus A C D, vel æqualis, vel mi-
nor, vel maior angulo B. Sit primum æqualis. Erunt
igitur arcus A B, A C, ſimul ſemicirculo æquales; atq; 15.huius.
adeò duo anguli A B C, A C B, duobus rectis æquales. 16.huius.
Tres ergo anguli A, B, C, duobus rectis maiores erũt.
Sit deinde angulus A C D, minor angulo B. Erunt
igitur arcus A B, A C, ſimul maiores ſemicirculo; ac 15. huius.
propterea duo anguli A B C, A C B, duobus rectis ma-
iores. Multo ergo magis tres anguli A, B, C, duobus
rectis maiores erũt. Sit denique angulus A C D, maior



angulo B, & fiat angulus D C E, angulo B, æqualis, occurratque arcus C E, 10.huius.
arcui B A, producto in E: & tandem arcus C A, protrahatur ad F. Erunt igi-
tur arcus E B, E C, ſimul æquales ſemicirculo; ac propterea arcus E A, E C, 15. huius.
ſimul ſemicirculo minores. Angulus igitur E A F, hoc eſt, angulus B A C,
qui

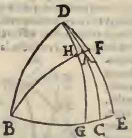
14.huius. qui illi ad verticem æqualis eſt, maior erit angulo A C E: Sed angulus A C E,
16.huius. & anguli A C B, & B, duobus rectis ſunt æquales. Igitur anguli B A C, A C B, & B, maiores erunt duobus rectis. Semper ergo tres anguli ſimul duobus rectis ſunt maiores.

QVIA verò omnis angulus ſphæricus, etiam obtuſus, minor eſt duobus rectis; perſpicuum eſt, tres angulos cuiuſuis trianguli ſphærici ſimul minores eſſe ſex rectis. Cuiuſcunque ergo trianguli ſphærici tres anguli, &c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 30. PROPOS. 32.

IN omni triangulo ſphærico, cuius vnus angulus rectus ſit, & alter reliquorum acutus, ſi quidem arcus illis angulis adiacēs fuerit quadrans, erit & arcus rectum ſubtendens angulum quadrans; ſi verò minor fuerit quadrante, quadrante quoque minor erit: ſi deniq; quadrante fuerit maior, quadrante quoq; maior erit: Semper autem arcus acutum angulum ſubtendens minor erit quadrante.

IN triangulo A B C, angulus C, rectus ſit, & B, acutus, ſitque primum arcus B C, quadrans. Dico & A B, quadrantem eſſe. Fiat enim angulus C B D, rectus, coëatque arcus B D, cum arcu C A,
25.huius. producto in D. Erit igitur vterque arcus B D, C D, quadrans: Ponitur autem & B C, qua-
26.huius. drans. Ergo B, polus eſt arcus C D; atque
15.1 Theod. adeo rectus erit angulus ad A. Quare vterque
25.huius. arcus B C, B A, quadrans erit. Quadrans igitur eſt arcus A B, angulo recto C, oppoſitus.



SIT deinde arcus B C, quadrante minor. Dico & arcum A B, quadrante eſſe minorem. Fiat enim rurſus angulus C B D, rectus, occurratque arcus B D, arcui C A, producto in
25.huius. D; eritque vt prius, vterque arcus B D, C D, quadrans. Producto autem B C, ad E, vt ſit
20.1 Theod. B E, quadrans, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi D E, quem B A, productus ſecet in F. Quoniam igitur arcus B E, B D, quadrantes ſunt, erit
25. & 26. huius vterque angulus B D E, B E D, rectus, & B, polus arcus D E. Rectus ergo erit angulus ad F; atque adeò vterque arcus B E, B F, quadrans erit. Igitur
15.1.Theod. 25.huius. arcus B A, quadrante erit minor.

SIT denique arcus B C, quadrante maior. Dico & arcum A B, maiorem qua-

quadrante eſſe. Fiat enim rurſus angulus C B D, rectus, conueniatque arcus B D, cum C A, protracto in D; eritque, vt prius, vterque arcus B D, C D, quadrans. Abſciſſo autem quadrante B G, ducatur per puncta D,G, arcus circuli maximi D G, ſecans arcum A B, in H. Quoniam igitur arcus B D, B G, quadrantes ſunt, erit vterque angulus B D G, B G D, rectus; & B, polus arcus D G. Rectus ergo erit angulus ad H; ac proinde vterque arcus B G, B H, erit quadrans. Quare A B, quadrante maior erit. 25.huius. 20.1Theod. 25.& 26. huius. 25.1Theod. 25.huius.

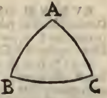
ET quoniam arcus C D, ſemper oſtenſus eſt eſſe quadrans, erit arcus A C, quadrante minor. Quapropter in omni triangulo ſphærico, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 31. PROPOS. 33.

IN omni triangulo ſphærico, cuius vnus angulus rectus, & alter reliquorum acutus, ſi quidem arcus illis angulis adiacens fuerit quadrans, erit reliquus angulus rectus: ſi verò minor quadrante, acutus: ſi denique quadrante maior, obtuſus.

SIT in triangulo A B C, ſphærico angulus C, rectus, & B, acutus, ſitque primum arcus B C, quadrans. Dico reliquum angulum A, rectum eſſe. Erit enim, & A B, quadrans. Igitur vterque angulus C, A, rectus. 32. huius. 25. huius.

SIT deinde arcus B C, quadrante minor. Dico angulum A, eſſe acutum. Erit enim & arcus A B, quadrante minor; atque adeo arcus A B, B C, ſimul ſemicirculo erunt minores. Quare anguli A, C, duobus rectis ſunt minores; ac proinde, cum C, ſit rectus, erit A, acutus. 32.huius. 16.huius.



SIT tandem arcus B C, maior quadrante. Dico angulum A, obtuſum eſſe. Erit enim & A B, quadrante maior; ac propterea arcus A B, B C, ſimul ſemicirculo maiores erunt. Igitur anguli A, C, duobus rectis ſunt maiores; atque adeo, cum C, ſit rectus, erit A, obtuſus. Quocirca in omni triangulo ſphærico, cuius vnus angulus, &c. Quod erat oſtendendum. 32.huius. 16.huius.

THEOR. 32. PROPOS. 34.

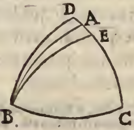
IN omni triangulo ſphærico, cuius vnus angulus rectus, ſi vteruis reliquorum angulorum ſit rectus, erit arcus eum ſubtendens, quadrans: ſi verò

acutus,

acutus, quadrante minor: ſi denique obtuſus, maior quadrante. Et ſi vteruis arcuum rectum angulum continentium fuerit quadrans, erit angulus, quem ſubtendit, rectus: ſi verò minor quadrante, acutus: ſi denique quadrante maior, obtuſus.

SIT in triangulo ſphærico A B C, angulus C, rectus, ſitque primum alter reliquorum, nempe B, etiam rectus. Dico arcum A C, qui eum ſubtendit, quadrantem eſſe. Cum enim vterque angulus B, C, rectus ſit, erit & vterque
25.huius. arcus A B, A C, quadrans.

SIT deinde B, angulus acutus. Dico arcum A C, eſſe quadrante minorem. Fiat enim angulus C B D, rectus, coëatque arcus B D, cum arcu C A, producto in D. Quoniam igitur vterq; angulus C, C B D,
25.huius. rectus eſt, erit & vterque arcus B D, C D, quadrans; atque adeo arcus A C, minor erit quadrante.



SIT poſtremo angulus B, obtuſus. Dico arcum A C, quadrante maiorem eſſe. Fiat enim angulus C B E, rectus, ſecetque arcus B E, arcum A C, in E. Quoniam igitur vterque angulus C, C B E, rectus eſt, erit & v-
25. huius. terque arcus B E, C E, quadrans; atque adeo arcus A C, quadrante maior erit.

RVRSVM ſit angulus C, rectus, & ſit primum arcus A C, quadrans.
Coroll. 16. 1. Theod. Dico angulum ei ſubtenſum B, eſſe rectum. Erit enim A, polus arcus B C,
13.1.Theod. (cum arcus C A, per polum arcus B C, tranſeat, ob angulum rectum C;) atque
15.1.Theod. adeo angulus A B C, rectus.

DEINDE ſit arcus A C, quadrante minor. Dico angulum ei ſubten-
Coroll. 16. ſum B, eſſe acutum. Producto enim arcu C A, ad D, vt ſit C D, quadrans,
1. Theod. 13.1.Theod. erit eodem modo D, polus arcus C B; cum arcus C A, per polum arcus B C,
20.1.Theod. tranſeat. Ducto ergo per puncta D, B, arcu D B, circuli maximi, erit angu-
15.1.Theod. lus D B C, rectus; ac proinde A B C, acutus.

Coroll. 16. POSTREMO ſit arcus A C, maior quadrante. Dico angulum B, ei
1. Theod. ſubtenſum obtuſum eſſe. Abſciſſo enim quadrante C E, erit rurſum E, polus
13.1.Theod. arcus B C; propterea quod arcus C A, per polum arcus B C, tranſit. Ducto
20.1.Theod. ergo per puncta E, B, arcu E B, circuli maximi, erit angulus E B C, rectus;
15.1.Theod. atque adeò A B C, obtuſus. Quapropter, in omni triangulo ſphærico, &c. Quod erat demonſtrandum.

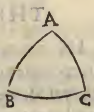
THEOR. 33. PROPOS. 35.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, ſi vterque arcuum comprehendentium angulum re-

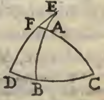
ctum,

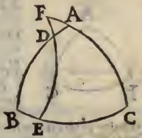
ctum, vel vnus tantum, fuerit quadrans, erit & arcus rectum angulum ſubtendens, quadrans: Si vero vterque dictorum arcuum minor fuerit quadrante, aut maior, erit arcus rectum angulum ſubtendens quadrante minor: ſi denique alter illorum maior fuerit quadrante, & alter minor, erit arcus rectum angulũ ſubtendens maior quadrante.

IN triangulo ſphærico rectangulo A B C, ſit angulus B, rectus,& primum vterque arcus A B, B C, vel alter illorum tantum quadrans. Dico & arcum A C, qui rectum angulum ſubtendit, quadrantem eſſe. Si enim vterque arcus A B, B C, quadrans eſt, cum angulus B, ponatur rectus, erit quoq; arcus A C, quadrans. 26.huius. Si verò alter tantum arcuum A B, B C, eſt quadrans, ſit A B, quadrans. Quoniã igitur arcus A B, quadrans eſt, tranſitq; per polos arcus B C, propter angulum rectum B, erit A, polus arcus B C; ac propterea angulus C, rectus erit. 13.1.Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 15.1 Theod. 25.huius. Cum ergo vterque angulus B, C, rectus ſit, erit vterque arcus A B, A C, quadrans. Eodem modo ſi B C, ponatur quadrans, oſtendemus A C, eſſe quadrantem. Erit enim ſimiliter C, polus arcus A B; ac proinde angulus A, rectus. Cum ergo vterque angulus B, A, rectus ſit, erit vterque arcus B C, A C, quadrans. 25.huius.



SIT deinde vterque arcus A B, B C, quadrante minor, vel maior. Dico arcum A C, eſſe quadrante minorem. Si enim vterque eſt quadrante minor, producto arcu C B, ad partes B, & B A, ad partes A, vt ſint C D, B E, quadrantes, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi D E, ſecans arcum C A, productum in F. 20.1 Theod. Quoniam igitur in triagulo B E D, angulus B, rectus eſt,& arcus B E, quadrans, erit angulus D, quem ſubtendit, rectus. 34.huius. Rurſus quia in triangulo C D F, angulus D, rectus eſt,& arcus D C, quadrans, erit ſimiliter angulus F, rectus; 34.huius. atque idcirco vterque arcus D C, F C, quadrans erit. 25.huius. Quare arcus A C, quadrante minor erit. Si verò vterque arcus A B, B C, quadrante maior eſt, abſciſsis quadrantibus B D, C E, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi E D, ſecans arcum C A, productum in F. 20.1 Theod. Quoniã igitur in triangulo D B E, angulus B, rectus eſt, & arcus B D, quadrans erit angulus E, quem B D, ſubtendit, rectus. 34.huius. Rurſus quia in triangulo C E F, angulus E, eſt rectus,& arcus E C, quadrans, erit eodem modo an- 34.huius.

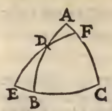




25.huius. do angulus F, rectus. Vterque ergo arcus C E, C F, quadrans erit; ac proptèrea arcus A C, quadrante minor.

SIT poſtremo arcus A B, quadrante quidem maior; arcus vero B C, minor quadrante. Dico arcum A C, maiorem eſſe quadrante. Auferatur enim quadrans B D; & arcus C B, producatur ad E, vt C E, ſit quadrans; ac per puncta D, E, arcus circuli maximi ducatur E D, ſecans arcum A C, in F. Quia igitur in triangulo B E D, angulus B, rectus eſt, & arcus B D, quadrans, erit angulus E, rectus. Rurſus, quia in triangulo C E F, angulus E, rectus eſt, & arcus E C, quadrans, erit eadem ratione angulus F, rectus. Vterque igitur arcus C E, C F, quadrans erit; ac proinde arcus A C, quadrante maior. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

20.1Theod.
34.huius.
34.huius.
25.huius.

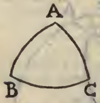


THEOR. 34. PROPOS. 36.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, ſi arcus rectum angulum ſubtendens fuerit quadrans, erit vel vterq; arcuum angulum rectum comprehendentium quadrans, vel alter illorum ſaltem: ſi verò fuerit minor quadrante, vterque reliquorum vel minor, vel maior quadrante erit: ſi deniq; quadrante maior fuerit, erit reliquorum alter maior quadrante, & alter minor.

SIT in triangulo ſphærico A B C, angulus B, rectus, & eum ſubtendens arcus A C, ſit primum quadrans. Dico vel vtrumque arcuum A B, B C, eſſe quoque quadrantem, vel ſaltem alterum illorum. Si enim neuter illorum eſt quadrans, erit vel vterque illorum maior, vel minor quadrante, atque adeo arcus A C, quadrante minor; vel alter illorum quadrante quidem maior, alter verò minor, ac proinde arcus A C, quadrante maior; quorum vtrumq; abſurdum eſt, cum arcus A C, ponatur quadrans. Erit ergo vel vterque arcus A B, B C, quadrans, vel ſaltem alter illorum.

35.huius.
35.huius.



DEINDE ſit arcus A C, quadrante minor. Dico vtrumque arcum A B, B C, eſſe vel quadrante minorem, vel maiorem. Si enim vterque non eſt minor, vel maior quadrante, erit vel vterque quadrans, ideoque & arcus A C, quadrans; vel vnus illorum quadrans, & alter non; atque idcirco & arcus A C, quadrans; vel vnus quidem quadrante minor, alter verò maior, atque adeò & arcus

35.huius.
35.huius.

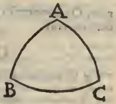
arcus A C, quadrante maior: quæ omnia abſurda ſunt, cum arcus A C, ponatur quadrante minor. Erit ergo vel vterque arcus A B, B C, minor quadrante, vel maior. 35. huius.

TERTIO ſit arcus A C, maior quadrante. Dico alterum reliquorum A B, B C, quadrante quidem eſſe maiorem, alterum verò minorem. Si enim non eſt alter maior, & alter minor quadrante, erit vel vterque quadrans, vel alter ſaltem quadrans, & alter non, ac proinde & arcus A C, quadrans; 35. huius.
vel vterque minor quadrante, aut maior, atque adeo arcus A C, quadrante 35. huius.
minor: quæ omnia ſunt abſurda, cum arcus A C, maior ponatur, quam quadrans. Erit ergo alter arcuum A B, B C, quadrante quidem maior, alter verò minor. Quocirca in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.

THEOR. 35. PROPOS. 37.

IN omni triangulo ſphærico, ſi vterque reliquorum angulorum, vel alter ſaltem fuerit rectus, erit arcus rectum angulum ſubtendens, quadrans: ſi verò vterque reliquorum angulorum minor fuerit recto, vel maior, erit arcus ſubtendens angulum rectum quadrante minor: ſi deniq; alter reliquorum fuerit maior recto, & alter minor, erit arcus angulum rectum ſubtendens, quadrante maior.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius angulus B, rectus, ſit primum vterque angulorum A, C, vel alter ſaltem, nempe C, rectus. Dico arcum A C, qui rectum angulum B, ſubtendit, eſſe quadrantem. Si enim vterque angulus A, C, rectus eſt, vel C, tantum, erit triangulum A B C, rectangulũ habens angulum C, rectum: Eſt autem & angulus B, rectus. Igitur arcus A C, quadrans erit. 34. huius.



DEINDE ſit vterque angulus A, C, vel minor recto, vel maior. Dico arcum A C, quadrante eſſe minorem. Si namque vterque angulus A, C, eſt minor recto, erit tam arcus B C, quam A B, minor quadrante; 34. huius.
ſi verò vterque angulus A, C, maior eſt recto, erit tam arcus B C, quam A B, quadrante maior. 34. huius.
Quare cum in triangulo A B C, angulus B, rectus ſit, & vterque arcus A B, B C, vel minor, vel maior quadrante, erit ſemper arcus A C, quadrante minor. 35. huius.

TERTIO ſit angulus A, maior recto, & C, minor. Dico arcum A C, eſſe quadrante maiorem. Cum enim angulus A, obtuſus ſit, erit arcus B C, 34. huius.
maior quadrante: Et cum angulus C, acutus ſit, erit arcus A B, quadrante mi- 34. huius.

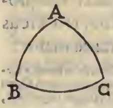
 nor-

nor. Igitur cum arcus B C, quadrante quidem maior ſit, & A B, minor, erit
35. huius. arcus A C, quadrante maior. Quamobrem in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum.

THEOR. 36. PROPOS. 38.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, ſi arcus rectum angulum ſubtendens fuerit quadrans, erit ſaltem alter reliquorum angulorũ rectus quoque: ſi verò minor quadrante, erit vterq; reliquorum angulorum vel maior recto, vel minor: ſi denique quadrante maior, erit alter reliquorum angulorum maior recto, & alter minor.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius angulus B, rectus, ſit primum arcus A C, ſubtendens angulum rectum B, quadrans. Dico ſaltem alterum angulorum A, C, rectum quoque eſſe. Cum enim angulus B, ſit rectus, & arcus
36. huius. A C, quadrans, erit ſaltem alter arcuum A B, B C, quadrans; atque adeò &
34. huius. angulus A, vel C, quem ille arcus ſubtendit, rectus erit.



SIT deinde arcus A C, quadrante minor. Dico vtrumque angulorum A, C, eſſe maiorem, vel minorem recto.
36. huius. Erit enim vterque arcus A B, B C, vel maior quadrante, vel minor. Quare vterque angulus
34. huius. A, C, maior erit recto, vel minor.

POSTREMO ſit arcus A C, maior quadrante. Dico alterum angulorum A, C, eſſe recto maiorem, & alterum minorem. Erit enim alter arcuum
36. huius. A B, B C, quadrante maior, & alter minor. Igitur
34. huius. alter angulorum A, C, recto erit maior, & alter minor. Quapropter In omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod oſtendendum erat.

COROLLARIVM.

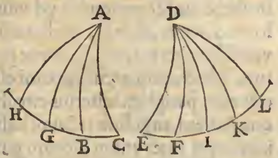
EX his omnibus colligitur, In omni triangulo ſphærico, cuius vnus arcuum eſt quadrans, vnusque angulorum rectus, reliquorum quoque arcuum vnum ſaltem eſſe quadrantem, & reliquorum angulorum vnum ſaltem rectum. Nam ſi vnus angulorum rectus eſt,
35. huius. & alter arcuum ipſum comprehendentium quadrans, erit & arcus rectum angulum ſubten-
34. huius. dens quadrans; & angulus quem prior quadrans ſubtendit rectus: Si verò arcus angulum
36. huius. rectum ſubtendens quadrans eſt, erit & vel vterque arcuum rectum angulum comprehen-
38. huius. dentium, vel alter ſaltem quadrans; & vel vterque reliquorum angulorum, vel alter ſaltem
Nota. rectus. Itaque fieri non poteſt, vt detur triangulum ſphæricum rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus ſit quadrans, ſed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres, vel duo quadrantes erunt.

THEOR.

THEOR. 37. PROPOS. 39.

ANGVLI ſphærici eandem habēt rationem, quam eorum arcus.

SINT duo anguli ſphærici B A C, E D F, quorum arcus B C, E F. Dico ita eſſe angulum A, ad angulum D, vt eſt arcus B C, ad arcum E F. Erunt enim A, D, poli arcuum B C, E F; & arcus A B, A C, D E, D F, quadrantes. Defin. 6. huius.
Productis igitur arcubus B C, E F, ſumantur quotcunque arcus B G, G H, arcui B C, & quotcũq; arcus F I, I K, K L, arcui E F, æquales; ac per puncta G, H, I, K, L, & polos A, D, arcus circulorum maximorũ ducantur A G, A H, D I, D K, D L, qui omnes quadrãtes erunt, nempe quadrantibus A B, 20. 1 Theod.



A C, D E, D F, æquales, propterea quòd & rectæ ſubtenſæ A G, A H, D I, D K, D L, rectis ſubtenſis A B, A C, D E, D F, æquales ſunt, ex defin. poli. 28. tertij.
Erunt ergo omnes anguli ad A, inter ſe æquales; atque adeò quam multiplex eſt arcus C H, arcus B C, tam multiplex erit aggregatum omnium angulorũ ad A, anguli B A C: Eademque ratione tam multiplex erit aggregatum omnium angulorum ad D, anguli E D F, quam multiplex eſt arcus E L, arcus E F. Quoniam verò ſi arcus C H, arcui E L, æqualis fuerit, etiam angulus H A C, angulo E D L, æqualis eſt; ſi autem arcus C H, maior fuerit arcu E L, etiam angulus H A C, angulo E D L, maior eſt; & ſi minor, minor; deficient propterea vnà arcus C H, & angulus H A C, æquè multiplicia primæ magnitudinis B C, & tertiæ B A C, ab arcu E L, & angulo E D L, æque multiplicibus ſecundę magnitudinis E F, & quartæ E D F; vel vnà æqualia erunt, vel vnà excedent. Quare quę proportio eſt arcus B C, primæ magnitudinis ad arcum E F, ſecundam magnitudinem, ea erit anguli B A C, tertiæ magnitudinis ad angulum E D F, quartam magnitudinem. Itaque anguli ſphærici eandem habent rationem, quam eorum arcus. Quod erat demonſtrandum. 18. huius. 18. huius. 12. huius. Defin. 6. quinti.

COROLLARIVM.

EX hoc ſequitur, ita eſſe angulum ſphæricum quemcumque ad quatuor angulos rectos ſphæricos, vt eſt arcus illius anguli ad totam circunferentiam circuli maximi; & contra. Cum enim ſit angulus ſphæricus quicunque ad angulum rectum ſphæricum, vt arcus illius anguli ad quadrantem, nimirum ad arcum anguli recti, erit quoque idem angulus ad quadruplum anguli recti nempe ad quatuor rectos, vt idem arcus illius anguli ad quadruplum quadrantis, hoc eſt, ad totam circunferentiam; & contra. 39. huius. Schol. 4. quinti.

THEOR.

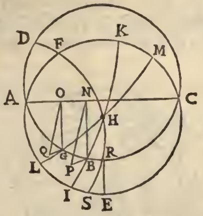
THEOR. 38. PROPOS. 40.

SI duo circuli maximi in ſphæra ſe mutuò ſecent, & in eorum peripherijs duo puncta ſignentur, quorum vtrumque vel in eodem ſemicirculo ſumatur; vel in vno ſemicirculo vnum, & alterum in altero eiuſdem circuli; vel vnum in ſemicirculo vno vnius circuli, & alterum in ſemicirculo vtrolibet alterius circuli; atque per vtrumque horum punctorum arcus maximi circuli ducatur faciẽs cum peripheria alterius circuli, ad quamcumque partem, angulum rectum: habebit ſinus arcus intercepti inter vnum illorum punctorum, & alterutram ſectionem circulorum, ad ſinum arcus, qui per illud punctũ ductus rectum cum peripheria alterius circuli angulum facit, eandem proportionem, quam habet ſinus arcus inter punctum alterum, & alterutram circulorum ſectionem interiecti, ad ſinum arcus, qui per illud punctum deſcriptus cum alterius circuli peripheria rectũ conſtituit angulum.

IN ſphęra duo circuli maximi A B C D, A E C F, ſe mutuo ſecent in A, & C, & primum ad angulos non rectos; ſignenturque primum in eodem ſemicirculo A B C, duo puncta vtcũque B, G; per que, & polum circuli A E C F, qui ſit
20.1.Theod. H, circuli maximi ducantur I B H K, L G H M; eruntque anguli ad I, L, K, M,
15.1.Theod. recti. Dico eãdem habere proportionẽ ſinum arcus A B, vel C B, ad ſinũ arcus B I, vel B K, quam habet ſinus arcus A G, vel C G, ad ſinũ arcus G L, vel G M.
3.vndec. Sit enim cõmunis ſectio circulorum recta AC, ad quam ex B, G, perpẽdiculares
22.primi. agãtur B N, G O, in plano circuli A B C D; eritq; B N, ſinus rectus tam arcus A B, quam arcus C B, ex definitione ſinus recti; & eodem modo G O, ſinus
21.vndec. vtriuſque arcus A G, C G. Demittantur ab eiſdem punctis B, G, ad planum

circuli

circuli A E C F, perpendiculares B P, G Q. Et quoniam rectæ B P, G Q, cadunt in communes ſectiones circulorum I B K, L G M, cum circulo A E C F, 38.vndec.
quem bifariam ſecãt in punctis I,K;L,M,hoc eſt,cadũt in diametros circulorũ 11.1.Theod.
maximorum I B K, L G M;
(quòd horum circulorum plana recta ſint ad planum circuli A E C F,) ac proinde rectos angulos faciunt cum diametris circulorum I B K, L G M, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erit quoque tam B P, ſinus rectus arcuũ B I, B K, quam G Q, ſinus rectus arcuum G L, G M, ex definitione ſinus recti. 15.1.Theod.
Ducantur in plano circuli A E C F, rectæ N P, O Q; eruntq; per defin. 3. lib. 11. Eucl. anguli P, Q, recti, in triangulis N B P, O G Q. Quia verò tam rectæ B N, GO, parallelę ſunt, propter angulos rectos A N B, A O G, 28. primi.



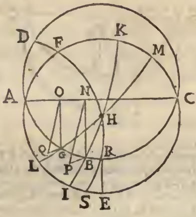
quam rectæ B P, G Q, cum hæ perpendiculares ſint ad planũ circuli A E C F; 6.vndec.
erunt quoque anguli B, G, æquales in eiſdem triangulis N B P, O G Q. 10 vndec.
Aequiangula igitur ſunt triangula N B P, O G Q; atque adeò erit, vt N B, 32.primi.
ſinus arcus A B, vel C B, ad B P, ſinum arcus B I, vel B K, ita O G, ſinus ar- 4. ſexti.
cus A G, vel C G, ad G Q, ſinum arcus G L, vel G M, quomodocunque arcus ſumantur, cum cuilibet ſinui duo arcus ſemicirculũ conficientes reſpondeant. Hoc eſt, erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L. Item vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B K, ita ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G M. Item vt ſinus arcus C B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus C G, ad ſinum arcus G L. Item vt ſinus arcus C B, ad ſinum arcus B K, ita ſinus arcus C G, ad ſinum arcus G M. Item vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus C G, ad ſinum arcus G M, &c.

DEINDE ſumatur vnum punctum, puta B, in ſemicirculo A B C, & alterum, nempe D, in altero ſemicirculo C D A, eiuſdem circuli, ducanturque per puncta B, D, & polum circuli A E C F, qui ſit H, duo arcus circulorum 20.1.Theod.
maximorum I B K, D F S; eruntque anguli recti F, I, S, K. Dico rurſus, vt eſt ſi- 15.1.Theod.
nus arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, ita eſſe ſinum arcus A D, vel C D, ad ſinum arcus D F, vel arcus, qui cum arcu F D, ſemicirculum perficit à puncto D, vſque ad punctum S, ſemicirculi A E C. Nam arcus ab F, per D, vſque ad S, ſemicirculus eſt, cum circuli A E C F, D F S, ſe mutuo bifa- 11.1.Theod.
riam ſecent in F, S. Sumatur enim arcui A D, arcus A G, æqualis, & per G, 1.huius.
& polum circuli A E C F, nempe per H, arcus maximi circuli ducatur L G M; 20.1.Theod.
eruntque anguli L, M, recti. Quoniam igitur duo anguli A, L, trianguli A G L, 15.1.Theod.
duobus angulis A, F, trianguli A D F, æquales ſunt, (ſunt enim duo anguli A, ad verticem æquales, & anguli L, F, recti.) ſuntque latera A G, A D, rectos 6. huius.
ſubten-

21.huius. ſubtendentia angulos, per conſtructionem, æqualia; erunt quoque arcus G L, D F, æquales, ac propterea & eorum ſinus æquales erunt, necnon & ſinus arcuum æqualium A G, A D, erunt æquales. Eadem ergo eſt proportio ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L, quæ ſinus arcus A D, ad ſinum arcus D F: Vt autem ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L, ita demonſtratum eſt, eſſe ſinum arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, propterea quòd puncta B, G, in eodem ſemicirculo ſumpta ſunt. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, ita ſinus arcus A D, ad ſinum arcus D F, &c.

POSTREMO ſumatur in ſemicirculo A B C, punctum B, & in alterius circuli ſemicirculo vtrouis nempe in A E C, aliud punctum L: Et per B, & polum circuli A E C, arcus maximi circuli ducatur I B K: Item per L, & per polum circuli A B C, arcus L G M, maximi circuli; eruntque anguli I, G, recti. Dico rurſus, vt eſt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita eſſe ſinum arcus A L, ad ſinum arcus L G, &c. Per polos enim vtriuſque circuli A B C D, A E C F, arcus circuli maximi ducatur R E; eruntque anguli R, E, recti, diuidenturque ſemicirculi A B C, A E C, bifariam in punctis R, E; atque adeo ſinus quadrantum A R, A E, æquales erunt; Eademque proportio erit ſinus arcus A R, ad ſinum arcus R E, quæ ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R.

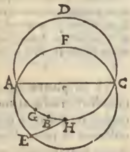
20.1 Theod. 15.1 Theod. 20.1 Theod. 15.1. Theod. 9.2. Theod.



7. quinti. Quoniam vero eſt, vt ſinus arcus A R, ad ſinũ arcus R E, ita ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, vt demonſtratum eſt; (ſumpta ſunt enim duo puncta R, B, in eodem ſemicirculo) erit quoque, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R, ita ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I: Sed eadem ratione eſt, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R, ita ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G, &c. Quòd ſi loco puncti L, ſumatur in altero ſemicirculo A F C, eiuſdem circuli A E C F, aliud punctum, nempe F, & arcus F D, faciat angulum D, rectum, erit adhuc, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A F, ad ſinum arcus F D, &c. Vt enim proxime oſtendimus, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita eſt arcus ſinus A L, ad ſinum arcus L G: Vt autem ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G, ita demonſtratum eſt, eſſe ſinum arcus A F, ad ſinum arcus F D, quòd puncta L, F, ſumantur in duobus ſemicirculis eiuſdem circuli. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A F, ad ſinum arcus F D: Atque ita in vniuerſum vera eſt propoſitio, quomodocunq; duo puncta ſumãtur, quando circuli A B C D, A E C F, ſe mutuo ſecant, ad angulos non rectos.

SED

SED iam circuli A B C D, A E C F, ſecent ſe mutuo ad angulos rectos in punctis A, C; ſitque eorum communis ſectio recta A C. Diuiſo autem v. g. ſemicirculo A B C, biſariam in H, vt ſint quadrantes A H, C H, ſumantur duo puncta vtcunque B, G. Dico ita eſſe ſurſus ſinum arcus A B, ad ſinum arcus, qui per B, ductus rectos angulos facit cum circulo A E C F, vt eſt ſinus arcus A G, ad ſinum arcus, qui per G, ductus cum circulo A E C F, rectos facit angulos. Quoniam enim circulus A B C, cum rectus ad circulum
A E C, ponatur, tranſit per polos circuli A E C, 13 1.Theod.
erit H, polus circuli A E C. Quare arcus perpen- Coroll. 16.
diculares ad circulum A E C, per puncta B, G, du- 1. Theod.
cti neceſſario per H, tranſibunt; atque adeò arcus 13.1.Theod.
illi erunt B A, G A: Perſpicuum autem eſt, vt eſt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B A, ita eſſe ſinum arcus A G, ad ſinum arcus G A, cum vtrobique ſit proportio æqualitatis, ſeu identitatis: Eſt enim idem ſinus arcus A B, & arcus B A, necnon idem ſinus arcus A G, & arcus G A.



QVOD ſi alterum punctorum ſit H, polus circuli A E C, erit quicunque arcus ex H, ductus, qualis eſt H E, perpendicularis, ad A E C, atque adeò 15.1Theod.
quadrans. Rurſus igitur manifeſtum eſt, ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum ar- Coroll. 16.
cus B A, vt eſt ſinus arcus A H, ad ſinum arcus H E, vel H A; cum vtrobique 1. Theod.
quoque ſit æqualitatis proportio, &c. Si duo ergo circuli maximi in ſphæra ſe mutuo ſecent, &c. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

PERSPICVVM eſt ex demonſtratis: Si duo circuli ſe mutuo ſecent, & in vno eorum ex duobus punctis vtcunq; aſſumptis ducantur ad alterius circuli planum duæ lineæ rectæ perpendiculares; ita eſſe ſinum rectum arcus intercepti inter vnum illorum punctorum, & alterutram circulorum ſectionem, ad perpendicularem ex illo puncto in planum alterius circuli demiſſam, vt eſt ſinus rectus arcus inter alterum punctum, & alterutram ſectionem circulorum interiecti, ad perpendicularem ab hoc altero puncto in planum alterius circuli demiſſam. Nam in priori figurà huius propoſ. oſtenſum eſt, ita eſſe ſinum arcus A B, vel C B, ad B P, ſinum rectum arcus B I, vt eſt ſinus arcus A G, vel C G, ad G Q. ſinum rectum arcus G L. Cum ergo ſinus B P, G Q, ſint perpendiculares ex punctis B, G, in planum circuli A E C F, demiſſæ, patet propoſitum. Quòd ſi vnum punctorum acceptum ſit B, ex vna parte ſectionis A, & alterum punctum acceptum ſit D, ex altera parte ſectionis A, in eodem circulo; erit nihilominus ita ſinus arcus A B, ad perpendicularem B P, ex B, demiſſam in planum alterius circuli A E C F, vt ſinus arcus A D, ad perpendicularem, quæ ex D, in planum alterius circuli A E C F, demitteretur: propterea quod oſtenſum eſt, ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus B I, vt eſt ſinus arcus A D, ad ſinum arcus D F; qui quidem ſinus arcuum B I, D F, ſunt perpendiculares ex punctis B, D, in planum circuli A E C F, cadentes, vt ex demonſtratis in hac propoſ. liquidò conſtat. Idem perſpicitur in figura poſterioris cum ibi etiam ſit, vt ſinus arcus A B, ad perpendicu-

 larem

larem ex B, in planum circuli A E C F, demiſſam, ita ſinus arcus A G, ad perpendicularem ex G, in planum circuli A E C F, demiſſam: propterea quòd ſinus arcuum A B, A G, ſunt ipſæmet perpendiculares ex B, G, in planum circuli A E C F, demiſſæ 38. vndec. *cadentes in rectam A C, communem circulorum ſectionem, vt patet.*

HINC *facile demonſtrari poterunt ſequentia theoremata, quorum nonnulla plurimum ad ſphæricorum triangulorum calculum conducunt. Primum autem ac ſecundum ſunt duo Theoremata Ptolemæi Cyclica in primo lib. Almageſti, ſed multo breuius, ac facilius demonſtrata ex iis, quæ in hoc ſcholio oſtenſa ſunt. Vnde omittenda non videbantur, licet eorum vſus in hiſce triangulis non appareat.*

I.

SI in ſphæræ ſuperficie ab vno puncto duo arcus maximorum circulorum educantur, quorum vterque ſemicirculo ſit minor, & ab eorum terminis in ipſos reflectantur alij duo arcus maximorum circulorum ſe inter duos illos priores arcus interſecantes: proportio, quam ſinus ſegmẽti vnius eductorum arcuum inter terminum eius, & arcum reflexum habet ad ſinum alterius ſegmenti eiuſdem arcus educti, componitur ex proportione, quam ſinus ſegmenti arcus reflexi inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum habet ad ſinum alterius ſegmenti eiuſdem arcus reflexi, & ex proportione, quam ſinus ſegmenti alterius eductorum arcuum inter eius terminum, & arcum reflexum habet ad ſinũ totius eiuſdem arcus educti.

EX *puncto A, in ſuperficie ſphæræ educantur duo arcus A B, A C, ſemicirculis minores, & à terminis B, C, reflectantur ad ipſos duo arcus B D, C E, ſe interſecantes in F. Dico proportionem ſinus arcus B E, ad ſinum arcus E A, componi ex proportione ſinus arcus B F, ad ſinum arcus F D, & ex proportione ſinus arcus C D, ad ſinum arcus C A. Ductis enim ex punctis B, A, D, ad planum circuli C E, tribus perpendicularibus B G, A H, D I; quoniam duo circuli A B, C E, ſe mutuo ſecant in E, & ex punctis B, A, in planum circuli C E, demiſſæ ſunt perpendiculares B G, A H; erit vt ſinus arcus E B, ad ſinum arcus E A, ita recta B G, ad rectam A H;* Schol. 40. huius. & permutando. *Item quoniam duo circuli B D, C E, ſe mutuo ſecant in F, & ex punctis B, D, in planum circuli C E, deductæ ſunt perpendiculares B G, D I; erit eadem ratione, vt ſinus arcus F B, ad ſinum arcus F D, ita recta B G, ad rectam D I: Denique quia duo circuli A C, C E, ſe interſecant in C, & ex punctis D, A, in planum circuli C E, demiſſæ ſunt perpendiculares rectæ lineæ D I, A H; erit ſimiliter, vt ſinus arcus C D, ad ſinum arcus C A, ita recta D I, ad rectam A H. Proportio autem rectæ B G, ad rectam A H, (poſita media linea D I.) componitur ex proportione rectæ B G, ad rectam D I, & ex proportione rectæ D I, ad rectam A H. Igitur & proportio ſinus arcus B E, ad ſinum arcus E A, (quæ eadem eſt, quæ proportio B G, ad A H.) componetur ex proportione ſinus arcus B F, ad ſinum arcus F D, (quæ eadem eſt, quæ proportio B G, ad D I.) & ex proportione ſinus arcus C D, ad ſinum arcus A C, (quæ eadem eſt, quæ D I, ad A H.) quod eſt propoſitum.*

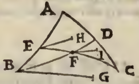


IISDEM

II.

IISDEM poſitis, proportio ſinus vnius arcuum eductorum ad ſinum ſegmenti eiuſdem arcus inter punctum eductionis, & arcum reflexum, componitur ex proportione ſinus arcus reflexi à termino dicti arcus ad ſinum ſegmenti eiuſdem arcus reflexi inter alterum arcum eductum, & alterum arcum reflexum, & ex proportione ſinus ſegmenti alterius arcus reflexi inter terminum alterius arcus educti, & priorem arcum reflexum ad ſinum totius poſterioris arcus reflexi.

HOC *eſt, proportio ſinus arcus* A B, *ad ſinum arcus* A E, *componitur ex proportione ſinus arcus* B D, *ad ſinum arcus* D F, *& ex proportione ſinus arcus* C F, *ad ſinum arcus* C E. *Ductis enim ex punctis* B, E, F, *ad planum circuli* A C, *tribus perpendicularibus* B G, E H, F I; *quoniam duo circuli* A B, A C, *ſe mutuo ſecant in* A, *& ex punctis* B, E, *in planum circuli* A C, *demiſſæ ſunt perpendiculares* B G, E H; *erit, vt ſinus arcus* A B, *ad ſinum arcus* A E, *ita recta* B G, *ad rectam* E H: *Item quia duo circuli* B D, A C, *ſe interſecant in* D, *& ex punctis* B, F, *in planũ circuli* A C, *deductæ ſunt perpendiculares* B G, F I; *erit pari ratione, vt ſinus arcus* D B, *ad ſinum arcus* D F, *ita recta* B G, *ad rectam* F I: *Denique quoniam duo circuli* A C, C E, *ſe in* C, *interſecant, & ex punctis* F, E, *in planum circuli* A C, *demiſſæ ſunt perpendiculares* F I, E H; *erit eadem argumentatione, vt ſinus arcus* C F, *ad ſinum arcus* C E, *ita recta* F I, *ad rectam* E H. *Componitur autem proportio rectæ* B G, *ad rectam* E H, (*poſita media linea* F I.) *ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* F I, *& ex proportione rectæ* F I, *ad rectam* E H. *Igitur & proportio ſinus arcus* A B, *ad ſinum arcus* A E, (*quæ eadem eſt, quæ* B G, *ad* E H.) *componetur ex proportione ſinus arcus* B D, *ad ſinum arcus* D F, (*quæ eadem eſt, quæ* B G, *ad* F I,) *& ex proportione ſinus arcus* C F, *ad ſinum arcus* C E, (*quæ eadem eſt, quæ* F I, *ad* E H.) *quod eſt propoſitum.*



Schol. 4. huius. & permutando.

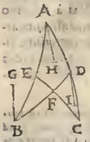
III.

IISDEM poſitis, proportio ſinus vnius arcuum eductorum ad ſinum ſegmenti eiuſdem arcus inter eius terminum, & arcum reflexum, componitur ex proportione ſinus ſegmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad ſinum reliqui ſegmenti, & ex proportione ſinus ſegmenti arcus reflexi à termino poſterioris arcus educti inter terminum, & alterum arcum reflexum ad ſinum reliqui ſegmenti eiuſdem arcus reflexi.

HOC *eſt, (repetita figura primi theorematis) proportio ſinus arcus* A C, *ad ſinum arcus* C D, *componitur ex proportione ſinus arcus* A E, *ad ſinum arcus* E B, *& ex pro-*

ex proportione ſinus arcus B F, *ad ſinum arcus* F D. *Quoniam enim duo circuli* A C, C E, *ſe interſecant in* C, *& ex punctis* A, D, *demiſſæ ſunt perpendiculares* A H, D I, *ad planum circuli* C E; *erit, vt ſinus arcus* C A, *ad ſinum arcus* C D, *ita recta* A H, *ad rectam* D I: *Item quoniam duo circuli* A B, C E, *ſe mutuo ſecant in* E, *& ex punctis* A, B, *in planum circuli* C E, *deductæ ſunt perpendiculares* A H, B G; *erit ſimili modo, vt ſinus arcus* E A, *ad ſinum arcus* E B, *ita recta* A H, *ad rectam* B G: *Denique quia duo circuli* B D, C E, *ſe mutuo ſecant in* F, *& ex punctis* B, D, *ad planum circuli* C E, *ductæ ſunt perpendiculares* B G, D I; *erit eadem ratione, vt ſinus arcus* F B, *ad ſinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I. *Componitur autem proportio rectæ* A H, *ad rectam* D I, (*poſita media linea* B G.) *ex proportione rectæ* A H, *ad rectam* B G, *& ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* D I. *Igitur & proportio ſinus arcus* A C, *ad ſinum arcus* C D, (*quæ eadem eſt, quæ* A H, *ad* D I.) *componetur ex proportione ſinus arcus* A E, *ad ſinum arcus* E B, (*quæ eadem eſt, quæ* A H, *ad* B G.) *& ex proportione ſinus arcus* B F, *ad ſinum arcus* F D, (*quæ eadem eſt, quæ* B G, *ad* D I.) *quod eſt propoſitum.*

Schol. 40. huius. & permutando.



IIII.

IISDEM poſitis, proportio ſinus ſegmenti vnius arcuum reflexorum inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum ad ſinum reliqui ſegmenti, componitur ex proportione ſinus ſegmenti vnius arcuum eductorum inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum ad ſinum reliqui ſegmenti, & ex proportione ſinus alterius arcus educti ad ſinum ſegmenti illius inter terminum, & arcum reflexum.

HOC *eſt, (repetita eadem figura primi theorematis) proportio ſinus arcus* B F, *ad ſinum arcus* F D, *componitur ex proportione ſinus arcus* B E, *ad ſinum arcus* E A, *& ex proportione ſinus arcus* A C, *ad ſinum arcus* C D. *Cum enim duo circuli* B D, C E, *ſe mutuo ſecent in* F, *& ex* B D, *ad planum circuli* C E, *perpendiculares* B G, D I, *ſint demiſſæ; erit, vt ſinus arcus* F B, *ad ſinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I: *Quia item duo circuli* B A, C E, *ſe mutuo ſecant in* E, *& ex punctis* B, A, *ad circulum* C E, *perpendiculares ductæ ſunt* B G, A H; *erit quoque, vt ſinus arcus* E B, *ad ſinum arcus* E A, *ita recta* B G, *ad rectam* A H: *Denique quia duo circuli* A C, C E, *ſeſe in* C, *ſecant, & ex punctis* A, D, *ad planum circuli* C E, *demiſſæ ſunt perpendiculares* A H, D I; *erit ſimiliter, vt ſinus arcus* C A, *ad ſinum arcus* C D, *ita recta* A H, *ad rectam* D I. *Proportio autem rectæ* B G, *ad rectam* D I, (*poſita media linea* A H) *componitur ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* A H, *& ex proportione rectæ* A H, *ad rectam* D I. *Igitur & proportio ſinus arcus* B F, *ad ſinum arcus* F D, (*quæ eadem eſt, quæ* B G, *ad* D I.) *componetur ex proportione ſinus arcus* B E, *ad ſinum arcus* E A, (*quæ eadem eſt, quæ* B G, *ad* A H.) *& ex proportione ſinus arcus* A C, *ad ſinum arcus* C D, (*quæ eadem eſt, quæ* A H, *ad* D I.) *quod eſt propoſitum.*

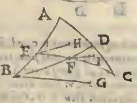
Schol. 40. huius. & permutando.

IISDEM

V.

IISDEM poſitis, proportio ſinus vnius arcuum reflexorum ad ſinum ſegmenti eiuſdem inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum, componitur ex proportione ſinus ſegmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad ſinum totius arcus educti; & ex proportione ſinus alterius arcus reflexi ad ſinum ſegmenti eiuſdem inter priorem arcum eductum & priorem arcum reflexum.

HOC eſt, (repetita figura ſecundi theorematis) proportio ſinus arcus C E, ad ſinum arcus C F, componitur ex proportione ſinus arcus A E, ad ſinum arcus A B, & ex proportione ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D F. Nam cum duo circuli A C, C E, ſe in C, mutuò ſecent, & ex punctis E, F, ad planum circuli A C, ductæ ſint perpendiculares E H, F I; erit vt ſinus arcus C E, ad ſinum arcus C F, ita recta E H, ad rectam F I: Item cum duo circuli A B, A C, ſe interſecent in A, & ex punctis E, B, ad planum circuli A C, cadant perpendiculares E H, B G; erit etiam, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus A B, ita recta E H, ad rectam B G: Quia denique duo circuli A C, B D, ſe mutuo ſecant in D, & ex punctis B, F, ad planum circuli A C, demiſſa ſunt perpendiculares B G, F I; erit pari ratione, vt ſinus arcus D B, ad ſinum arcus D F, ita recta B G, ad rectam F I. Schol. 40. huius. & permutando. *Componitur autem proportio rectæ E H, ad rectam F I, (poſita media linea B G,) ex proportione rectæ E H, ad rectam B G, & ex proportione rectæ B G, ad rectam F I. Igitur proportio quoque ſinus arcus C E, ad ſinum arcus C F, (quæ eadem eſt, quæ E H, ad F I.) componetur ex proportione ſinus arcus A E, ad ſinum arcus A B, (quæ eadem eſt, quæ E H, ad B G.) & ex proportione ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D F, (quæ eadem eſt, quæ B G, ad F I.) quod eſt propoſitum.*



VI.

SI in ſphæræ ſuperficie duo maximi circuli ſe mutuò non ad angulos rectos ſecent, & à duobus punctis in vno aſſumptis ad alterum circulum ducantur duo arcus perpendiculares: Erit, vt ſinus arcus inter punctum interſectionis, & alterutrum angulorum rectorum intercepti ad tangentem illius arcus perpendicularis, ita ſinus arcus inter punctum interſectionis, & alterum angulum rectum interiecti ad tangentem alterius huius arcus perpendicularis.

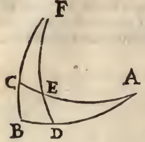
DVO circuli maximi A B, A C, ſe mutuo ſecent in A, non ad angulos rectos, & ex punctis C, E, in circulo A C, aſſumptis ad circulum A B, ducantur arcus perpendiculares C B, E D. Dico ita eſſe ſinum arcus A B, ad tangentem arcus C B, vt eſt ſinus arcus A D, ad tangentem arcus E D. Productis enim arcubus B C, D E, donec coëant in F, erunt B F, D F, quadrantes. Quoniam vero à puncto B, duo arcus maximorum 25. huius.

ximorum

ximorum circulorum [illegible] e, [illegible] ntur, ac eorumq; terminis A, F, ad ipſos duo arcus A C, F D, reflectuntur ſe interſecantes in E: componetur proportio ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A D, ex proportione ſinus arcus B C, ad ſinum arcus C F, & ex proportione ſinus arcus E F, ad ſinum arcus D E. Eſt autem, (cum C F, ſit complementū arcus B C.) vt ſinus arcus C F, ad ſinum arcus B C, ita ſinus totus ad tangentem arcus B C; conuertendoq; vt ſinus arcus B C, ad ſinum arcus C F, ita tangens arcus B C, ad ſinum totum: item (cum E F, ſit complementum arcus D E.) vt ſinus arcus E F, ad ſinum arcus D E, ita ſinus totus ad tangentem arcus D E. Igitur proportio ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A D, componetur quoque ex proportione tangentis arcus B C, ad ſinum totum, & ex proportione ſinus totius ad tangentem arcus D E. Cum ergo & proportio tangentis arcus B C, ad tangentem arcus D E, componatur ex proportione tangentis arcus B C, ad ſinum totum, & ex proportione ſinus totius ad tangentem arcus D E: quòd ſinus totus inter dictas tangentes ſit poſitus: erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A D, ita tangens arcus B C, ad tangentem arcus D E: & permutando, vt ſinus arcus A B, ad tangentem arcus C B, ita ſinus arcus A D, ad tangentem arcus E D. Quod eſt propoſitum.

Theorema 3. huius ſcholij.

18. Sinuū.



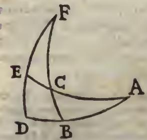
VII.

SI in ſphæræ ſuperficie duo quadrantes maximorum circulorum ſe interſecent ad angulos non rectos, & per extrema puncta arcus maximi circuli ducatur, necnon ab aliquo puncto vnius quadrantis ad alterum arcus perpendicularis demittatur: Erit, vt ſinus totus ad tangentem huius arcus perpendicularis, ita tangens complementi arcus per extremitates quadrantum ducti ad ſinum arcus quadrantis, ad quem perpendicularis arcus demiſſus eſt, inter punctum ſectionis, & arcum perpendicularem interiecti.

DVO quadrantes maximorum circulorum A D, A E, ſecent ſeſe in A, ad angulos non rectos, & per D, E, arcus circuli maximi deſcribatur D E: eruntq; anguli D, E, recti. Item ex C, puncto quocunque demittatur ad A D, arcus perpendicularis C B: productis autem arcubus D E, B C, donec in F, coëant, erunt D F, B F, quadrantes. Dico ita eſſe ſinum totum ad tangētem arcus B C, vt eſt tangens arcus E F, qui complementum eſt arcus D E, ad ſinum arcus A B. Quoniam enim à puncto D, duo arcus circulorū maximorum educti ſunt D A, D F, & ab eorum terminis A, F, duo alij reflectuntur A E, F B, ſecantes ſeſe in C: erit proportio ſinus arcus C F, ad ſinum arcus

25. huius.

25. huius.



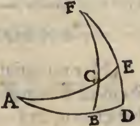
Theorema 4. huius ſcholij.

arcus B C, *compoſita ex proportione ſinus arcus* B F, *ad ſinum arcus* D E, *& ex*
proportione ſinus totius quadrantis A D, *ad ſinum arcus* A B. *Eſt autem, (cum* C F,
ſit complementum arcus B C.) *vt ſinus arcus* C F, *ad ſinum arcus* C B, *ita ſinus to-* 18.Sinuū.
tus ad tangentem arcus B C: *Item, (cum* D E, *ſit complementum arcus* E F.) *vt ſi-*
nus arcus D E, *ad ſinum arcus* E F, *ita ſinus totus ad tangentem arcus* E F: *& con-*
uertendo, vt ſinus arcus E F, *ad ſinum arcus* D E, *ita tangens arcus* E F, *ad ſinum*
totum. Igitur & proportio ſinus totius ad tangentem arcus B C, *compoſita erit ex*
proportione tangentis arcus E F, *ad ſinū totum, & ex proportione ſinus totius qua-*
drantis A D, *ad ſinum arcus* A B. *Cum ergo proportio tangentis arcus* E F, *ad ſi-*
num arcus A B, *componatur quoque ex proportione tangentis arcus* E F, *ad ſinum*
totum, & ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus A B: *quòd ſinus totus ſit me-*
dius inter illam tangentem, & hunc ſinum: erit, vt ſinus totus ad tangentem arcus
B C, *ita tangens arcus* E F, *ad ſinum arcus* A B. *Quod eſt propoſitum.*

VIII.

SI in ſphæræ ſuperficie duo maximi circuli ad angulos non rectos ſe mutuo ſecent, & à duobus punctis in vno aſſumptis ad alterum circulum duo arcus perpendiculares ducantur: Erit, vt ſinus arcus inter punctum ſectionis, & alterutrum punctorum ſumptorum ad ſecantem complementi arcus per reliquum punctum aſſumptum ducti, ita ſinus arcus inter punctum ſectionis, & reliquum hoc punctum ſumptum ad ſecantem complementi arcus per alterum illud punctum aſſumptum ducti.

IN *proxima figura ſecent ſeſe duo maximi circuli* A D, A E, *in* A, *ad angulos non*
rectos, & ex punctis C, E, *ad* A D, *arcus perpendiculares ducantur* C B, E D, *pro-*
ducanturq́; donec coeant in F. *Erunt* B F, D F, *quadrantes, ac propterea* C F, E F, 25.huius.
complementa arcuum B C, D E. *Dico ita eſſe ſinū*
arcus A B, *ad ſecantem arcus* C F, *vt eſt ſinus ar-*
cus A C, *ad ſecantem arcus* E F. *Quoniam enim à*
puncto D, *duo arcus educuntur* D A, D F, *à quo-*
rum terminis A, F, *duo alij ad ipſos reflectuntur*
A E, F B, *ſe interſecantes in* C; *erit proportio ſi-*
nus arcus A B, *ad ſinum arcus* A C, *compoſita ex* Theorema 5. huius ſcholij.
proportione ſinus arcus D E, *ad ſinum totum qua-*
drantis D F, *& ex proportione ſinus totius qua-*
drantis B F, *ad ſinum arcus* B C. *Eſt autem, vt* 18.Sinuū.
ſinus arcus D E, *ad ſinum totum quadrantis* D F,
ita ſinus totus ad ſecantem arcus E F; *propterea*
quòd ſinus totus medio loco proportionalis eſt in- 18.Sinuū.
ter ſinum rectum arcus D E, *& ſecantem arcus* E F, *qui complementum eſt arcus* D E:



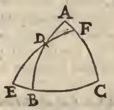
eademq́; ratione ita eſt ſecans arcus C F, *ad ſinum totum, vt ſinus totus quadrantis*
B F, *ad ſinum arcus* B C; *quòd ſinus totus medio quoque loco ſit proportionalis inter*
ſecantem arcus C F, *qui complementum eſt arcus* B C, *& ſinum rectum arcus* B C.
Igitur proportio ſinus arcus A B, *ad ſinum arcus* A C, *componetur quoque ex pro-*
portione ſecantis arcus C F, *ad ſinum totum, & ex proportione ſinus totius ad ſecan-*
tem

tem arcus E F. Cum ergo & proportio ſecantis arcus C F, ad ſecantem arcus E F, componatur ex proportione ſecantis arcus C F, ad ſinum totum, & ex proportione ſinus totius ad ſecantem arcus E F; quòd ſinus totus ſit medius inter has ſecãtes: erit, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus A C, ita ſecans arcus C F, ad ſecantem arcus E F: & permutando, vt ſinus arcus A E, ad ſecantem arcus C F, ita ſinus arcus A C, ad ſecantem arcus E F. Quod eſt propoſitum.

40. huius. ALITER. *Quoniam eſt, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E D, ita ſinus arcus A C, ad ſinum arcus C B; hoc eſt, permutando, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus E D, ad ſinum arcus C B: Eſt autem ita ſecans arcus C F, ad ſecantem arcus E F, vt ſinus E D, qui complementum eſt poſterioris arcus E F, ad ſinum arcus C B, qui complementum eſt arcus prioris C F: erit quoque, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus A C, ita ſecans arcus C F, ad ſecantem arcus E F. Et permutando, vt ſinus arcus A E, ad ſecantem arcus C F, ita ſinus arcus A C, ad ſecantem arcus E F. Quod eſt propoſitum.*

22. Sinuũ.

EADEM *hæc demonſtratio locum etiam habet, licet duo puncta aſſumpta ſint ad diuerſas partes puncti ſectionis. Secent enim rurſum ſeſe duo circuli maximi E F, B A, in D; & à punctis F, E, arcus E F, ducantur ad B A, arcus perpendiculares F A, E B.*



Dico ita eſſe ſinum arcus E D, ad ſecantem complementi arcus F A, vt eſt ſinus arcus D F, ad ſecantem complementi arcus E B. Nam quoniam eſt, vt ſinus arcus E D, ad ſinum arcus E B, ita ſinus arcus D F, ad ſinum arcus F A; & permutando, vt ſinus arcus E D, ad ſinum arcus D F, ita ſinus arcus E B, ad ſinum arcus F A: Vt autem ſinus arcus E B, ad ſinum arcus F A, ita eſt ſecans complementi arcus F A, ad ſecantem complementi arcus E B: erit quoque, vt ſinus arcus E D, ad ſinum arcus D F, ita ſecans complementi arcus F A, ad ſecantem complementi arcus E B: & permutando, vt ſinus arcus E D, ad ſecantem complementi arcus F A, ita ſinus arcus D F, ad ſecantem complementi arcus E B. Quod eſt propoſitum.

40. huius.

22. Sinuũ.

REPETIVIMVS *autem hic figuram quartam propoſ. 35. licet arcuum B C, C F, nulla fiat mentio, ne nouam figuram cogeremur extruere.*

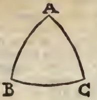
THEOR. 39. PROPOS. 41.

IN omni triangulo ſphærico, ſinus cuiuſlibet arcus ad ſinum anguli, quem ſubtendit, eandem habet proportionem, quam ſinus vtriuſque reliquorum arcuum ad ſinũ anguli, quem ſubtendit.

SIT triangulum ſphæricum quodcunque A B C. Dico ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum anguli C, quem ſubtendit, vt eſt ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B, quem ſubtendit, & vt ſinus arcus B C, ad ſinum anguli A, quem ſubtendit. Sint enim primum omnes tres anguli recti; eruntque propterea

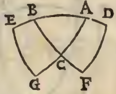
Coroll. 25. huius. omnes arcus quadrantes. Manifeſtum igitur eſt, vt eſt ſinus totus quadrantis

A B, ad ſinum totum anguli recti C, ita eſſe totum quadrantis A C, ad ſinum totum anguli recti B, & ſinum totum quadrantis B C, ad ſinum totum anguli recti A.

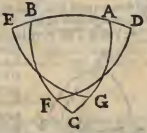


DEINDE ſint duo tantum anguli A, B, recti, eruntq; idcirco arcus A C, B C, quadrantes,& C, polus arcus A B. Itaque rurſus perſpicuum eſt, vt eſt ſinus arcus A B, ad ſinum anguli C, hoc eſt, ad ſinum arcus A B, (Eſt enim A B, arcus anguli C, cum C, ſit polus arcus A B, vt oſtenſum eſt) ita eſſe ſinum totum quadrantis A C, ad ſinum totum anguli recti B, & ſinum totum quadrantis B C, ad ſinum totum anguli recti A; cum ſemper ſit æqualitatis proportio. 25.huius. Schol. 26. huius.

TERTIO ſit angulus duntaxat C, rectus, & reliquorum angulorum A, B, vterque recto minor, vel maior; vel alter recto maior, & alter minor. Si igitur vterque recto minor eſt, erunt omnes arcus quadrante minores. Producantur omnes, & fiant quadrantes B D, A E, B F, A G, & per puncta D, F, arcus maximi circuli D F, & per puncta E, G, arcus maximi circuli E G, ducatur; eruntque anguli D, F, E, G, recti, & B, polus arcus D F, & A, polus arcus E G; ac proinde arcus D F, E G, arcus erunt angulorum B, A. Tam verò quadrans B D, quam A E, arcus eſt anguli recti C, vt ex defin. 6. perſpicuum eſt. Quoniam igitur duo circuli maximi B D, B F, ſe mutuo ſecant in ſphæra in puncto B, & in arcu B D, ſumpta ſunt duo puncta A, D, à quibus ad arcum B F, ducti ſunt arcus perpendiculares A C, D F; erit vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D F: & permutando, vt ſinus arcus A B, trianguli A B C, ad ſinum quadrantis B D, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita ſinus arcus A C, trianguli eiuſdem A B C, ad ſinum arcus D F, hoc eſt, ad ſinum anguli B, eiuſdem trianguli A B C. Eodem modo erit, vt ſinus arcus A B, in triangulo A B C, ad ſinum quadrantis A E, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, eiuſdem trianguli A B C, ita ſinus arcus B C, eiuſdem trianguli A B C, ad ſinum arcus E G, hoc eſt, ad ſinum anguli A, in eodem triangulo A B C. Patet ergo propoſitum. 28.huius. 20.1Theod. 25.huius. Schol. 26. huius. 40.huius.

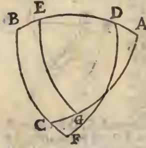


SI verò vterque angulorum A, B, eſt recto maior, erit arcus A B, quadrante minor: & tam arcus A C, quam B C, quadrante maior. Producto igitur arcu A B, in vtramque partem, vt ſint quadrantes A E, B D, abſciſſiſque quadrantibus A G, B F, ducatur per puncta D, F, arcus maximi circuli D F, & per E, G, maximi circuli arcus E G; eritque rurſum B, polus arcus D F, & A, polus arcus E G. Igitur D F, E G, arcus erunt angulorum B, A; necnon tam quadrans B D, quam A E, arcus anguli recti C, ex defin. 6. Item propter quadrantes B D, B F, vterque angulus D, F; & propter quadrantes A E, A G, 37.huius. 34.huius. 20.1Theod. 26.huius. 25.huius.



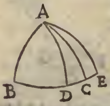
vterque angulus E, G, rectus erit. Quia igitur duo maximi circuli B D, B C,
ſe mutuo in ſphæra ſecant in B, ſumptaque ſunt in B D, duo puncta A, D, à
quibus ad B C, ducti ſunt duo arcus A C, D F, perpendiculares, erit vt ſinus
40.huius. arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D F: & per-
mutando, vt ſinus arcus A B, trianguli A B C, ad ſinum quadrantis B D, hoc
eſt, ad ſinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita ſinus arcus
A C, eiuſdem trianguli A B C, ad ſinum arcus D F, hoc eſt, ad ſinum anguli
B, in eodem triangulo A B C. Eademq́; ratione erit, vt ſinus arcus A B, trian
guli A B C, ad ſinum quadrantis A E, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C,
in eodem triangulo A B C, ita ſinus arcus B C, eiuſdem trianguli A B C, ad
ſinum arcus E G, hoc eſt, ad ſinum anguli A, in eodem triangulo A B C. Quod
eſt propoſitum.

SI denique alter angulorum A, B, recto maior eſt, & alter minor; ſit B, ma-
37.huius. ior, & A, minor. Erit igitur arcus A B, quadrante maior: Item arcus A C,
34.huius. quadrante etiam maior, at verò B C, minor
quadrante. Abſcindantur ergo quadrantes
B D, A E, & A G, productoque arcu B C, fiat
20.1.Theod. quadrans B F; & per puncta D, F, ducatur ar-
cus D F, circuli maximi, necnon per E, G,
arcus circuli maximi E G; eritque rurſus B,
26.huius. polus arcus D F, & A, polus arcus E G. Igi-
tur D F, E G, arcus erunt angulorum B, A;
necnon tam quadrans B D, quam A E, arcus
anguli C, recti, ex defin. 6. Item propter qua-
25.huius. drantes A E, A G, vterque angulus E, G, re-
ctus erit. Quoniam igitur duo circuli maxi-
mi B A, B F, in ſphæra ſe mutuo ſecant in B,
ſumptaque ſunt in B A, duo puncta A, D, à



quibus ad B F, ducti ſunt duo arcus perpendiculares A C, D F; erit, vt ſinus
40.huius. arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D F: &
permutando, vt ſinus arcus A B, trianguli A B C, ad ſinum quadrantis B D,
hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita ſinus
arcus A C, trianguli eiuſdem A B C, ad ſinum arcus D F, hoc eſt, ad ſinum an-
guli B, in triangulo eodem A B C. Eodemque modo erit, vt ſinus arcus A B,
trianguli A B C, ad ſinum quadrantis A E, hoc eſt, ad ſinum totum recti an-
guli C, in eodẽ triangulo A B C, ita ſinus arcus B C, eiuſdem trianguli A B C,
ad ſinum arcus E G, hoc eſt, ad ſinum anguli A, eiuſdem trianguli A B C.
Quod eſt propoſitum.

QVARTO ac vltimo nullus angulorum A, B, C, rectus ſit. Per pun-
20.1.Theod. ctum A, & polum circuli B C, ducatur arcus circu-
li maximi A D, cadatque primum in latus B C, in-
15.1.Theod. tra triangulum; eruntq́; anguli ad D, recti. Quoniam
igitur in triangulo A B D, angulus D, rectus eſt; erit,
vt iam demonſtratum eſt, vt ſinus arcus A B, ad ſi-
num anguli A D B, ita ſinus arcus A D, ad ſinum an-
guli B: & permutando, vt ſinus arcus A B, ad ſinum
arcus A D, ita ſinus anguli A D B, ad ſinum anguli
B. Sed eodem modo, cum in triangulo A D C, an-
gulus



gulus D, rectus ſit; eſt, vt ſinus arcus A D, ad ſinum anguli A C D, ita ſinus arcus A C, ad ſinum anguli A D C: & permutando, vt ſinus arcus A D, ad ſinum arcus A C, ita ſinus anguli A C D, ad ſinum anguli A D C, hoc eſt, ad ſinum anguli A D B, cum anguli ad D, ſint recti. Ex æqualitate ergo, & perturbata proportione, erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus AC, ita ſinus anguli A C D, ad ſinum anguli B; vt in appoſita formula apparet. Igitur & permutando erit, vt ſinus arcus A B, in triangulo A B C, ad ſinum anguli A C B, in eodem triangulo A B C, ita ſinus arcus A C, eiuſdem trianguli A B C, ad ſinum anguli B, in eodem triangulo ABC.

arcus	anguli
AB.	ACD.
AD.	ADB.
AC.	B

15.1.Theod.

CADAT deinde arcus per A, & polum circuli BC, ductus in arcum BC, productum ad E, eritq́; angulus E, rectus. Quoniam igitur in triangulo A B E, angulus E, rectus eſt; erit, vt demonſtratum eſt, vt ſinus arcus A B, ad ſinum anguli E, ita ſinus arcus A E, ad ſinum anguli B: & permutando, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A E, ita ſinus anguli E, ad ſinum anguli B. Sed eadem ratione, cum in triangulo A C E, angulus E, rectus ſit, eſt, vt ſinus arcus A E, ad ſinum anguli A C E, ita ſinus arcus A C, ad ſinum anguli E: & permutando, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus A C, ita ſinus anguli A C E, ad ſinum anguli E. Igitur ex æqualitate, & perturbata proportione, erit vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus anguli A C E, hoc eſt, anguli A C B, (cum idem ſit ſinus vtriuſq; anguli ad C, quòd eorum arcus ſemicirculum conſtituant, vt conſtat ex coroll. propoſ. 5. huius tractatus. Perſpicuum autem eſt ex ijs, quæ in tractatione ſinuum diximus, duos arcus ſemicirculum conficientes, eundem habere ſinum.) ad ſinum anguli B; vt in appoſita formula apparet. Igitur & permutando erit, vt ſinus arcus A B, in triangulo A B C, ad ſinum anguli A C B, eiuſdem trianguli A B C, ita ſinus arcus A C, in eodem triangulo A B C, ad ſinum anguli B, eiuſdem trianguli A B C. Quod ſi ex B, ad arcum A C, ducatur alius arcus perpendicularis, qui vel intra triangulum cadet, vel in arcum productum, oſtendemus eodem modo, ita eſſe ſinũ arcus A B, ad ſinum anguli A C B, vt eſt ſinus arcus B C, ad ſinum anguli B A C. Itaque in omni triangulo ſphærico, ſinus cuiuſlibet arcus, &c. Quod erat oſtendendum.

arcus	anguli
AB.	ACE.
AE.	E.
AC.	B.

COROLLARIVM.

HINC perſpicuum eſt, in omni triangulo ſphærico rectangulo, vt eſt ſinus arcus rectum angulum ſubtendentis, ad ſinum totum, nempe ad ſinum anguli recti, quem ſubtendit, ita eſſe ſinum cuiuſlibet reliquorum arcuum ad ſinum anguli, quem ſubtendit. Quod idcirco dixerim, quia pleriquę ſcriptores hoc corollarium, tanquam propoſitionem ab hac noſtra propoſitione 41. diuerſam, demonſtrant: ſed placuit nobis propoſitionem hanc magis vniuerſalem reddere, prout nimirum complectitur & triangulum ſphæricum rectangulum, & non rectangulum.

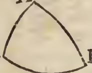
SCHOLIVM.

IN *hac, & ſequentibus propoſitionibus adducemus problemata, quibus ſphæricorum triangulorum rectangulorum calculus perficitur, quæq́; ex ipſis propoſitionibus eliciuntur. Quanquam autem nonnunquam in problemate aliquo plura propo-*

nantur inueſtiganda, primum tamen ſemper potiſsimum eſt, quod quæritur, inferaturq; primò ac per ſe ex ipſo problemate. Ex hac igitur propoſitione ſequentia tria problemata colliguntur.

I.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur & alterutro arcuum angulum rectum ambientium; inuenire angulum huic arcui oppoſitum.



41. huius. IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati ſint arcus* A B, A C. *Dico dari quoque angulum* B, *arcui* A C, *oppoſitum. Quoniam enim eſt, vt ſinus arcus* A B, *ad ſinum totum anguli recti* C, *ita ſinus arcus* A C, *ad ſinum anguli* B:

Praxis. *S I fiat, vt ſinus arcus dati recto angulo oppoſiti ad ſinum totum, ita ſinus arcus circa angulum rectum dati ad aliud, reperietur ſinus anguli quæſiti.*

VERVM *hic diligenter attendendum eſt, num angulus quæſitus* B, *ſit acutus, an obtuſus. Si enim acutus eſt, dabit arcus ſinui inuento reſpondens angulum* B: *Si vero eſt obtuſus, relinquet idem arcus ex ſemicirculo ſublatus angulum* B. *Pulchre autem arcus datus* A C, *circa angulum rectum* C, *docebit, an angulus* B, *acutus ſit,*
34. huius. *vel obtuſus. Nam ſi* A C, *eſt minor quadrante, erit angulus* B, *acutus: Si vero quadrante maior, obtuſus. Sumimus autem hic triangulum ſphæricum, in quo vnus tantum angulus rectus eſt, & proinde nullus arcus Quadrans, vt in propoſ. dictum eſt: quod etiam in ſequentibus intelligatur.*

II.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, & alterutro angulorum non rectorum; inuenire arcum huic angulo oppoſitum.

IN *eodem triangulo datus ſit arcus* A B, *recto angulo* C, *oppoſitus, & inſuper angulus* B. *Dico dari quoque arcum* A C, *angulo* B, *oppoſitum. Cum enim ſit, vt ſinus*
41. huius. *arcus* A B, *ad ſinum totum anguli recti* C, *ita ſinus arcus* A C, *ad ſinum anguli* B: *erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *ita ſinus anguli* B, *ad ſinum arcus* A C.

Praxis. *S I igitur fiat, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſinus anguli dati ad aliud, inuenietur ſinus arcus quæſiti.*

34. huius. *Hic autem arcus erit quadrante minor, ſi datus angulus eſt acutus: quadrante autem maior, ſi obtuſus.*

III.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuũ circa angulum rectũ & angulo, qui ei opponitur; inuenire arcũ recto angulo oppoſitum. Oportet autem conſtare, num tertius angulus ſit acutus, an obtuſus: vel an tertius arcus ſit quadrante minor, aut maior.

IN

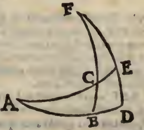
IN eodem triangulo datus ſit arcus A C, *circa angulum* C, *rectum, & angulus praterea* B, *illi oppoſitus. Dico dari quoque arcum* A B, *recto angulo oppoſitum. Cum enim ſit, vt ſinus arcus* A C, *ad ſinum anguli* B, *ita ſinus arcus* A B, *ad ſinum totum anguli recti* C; *erit conuertendo, vt ſinus anguli* B, *dati ad ſinum arcus* A C, *dati, ita ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *recto angulo oppoſiti, qui quaritur.* 41. huius

SI igitur fiat, vt ſinus anguli dati ad ſinum dati arcus, ita ſinus totus ad aliud, reperietur ſinus arcus quæſiti, qui recto angulo opponitur. Praxis.

OPORTET *autem conſtare, num tertius angulus* A, *acutus ſit, an obtuſus: vel an tertius arcus* C B, *quadrante minor ſit, aut maior. Hinc enim diſcemus, quando arcus quæſitus* A B, *eſt quadrante minor, & quando maior: ſi aliunde id non conſtiterit. Nam ſi angulus* A, *fuerit acutus, ſi quidem &* B, *datus ſit acutus: Vel ſi* A, *fuerit obtuſus, ſi quidem &* B, *datus ſit obtuſus; erit arcus* A B, *recto angulo oppoſitus quadrante minor. Si vero angulus* A, *fuerit acutus, at* B, *datus obtuſus: Vel ſi* A, *fuerit obtuſus, at* B, *datus acutus; erit arcus* A B, *maior quadrante. Ita etiã, ſi arcus* C B, *fuerit quadrante minor, ſi quidem &* A C, *datus ſit quadrante minor: Vel ſi* C B, *fuerit quadrante maior, ſi quidem &* A C, *datus ſit maior quadrante; erit arcus* A B, *recto angulo oppoſitus quadrante minor. Si vero arcus* C B, *fuerit minor quadrante, at* A C, *datus quadrante maior: Vel ſi* C B, *fuerit quadrante maior, at* A C, *datus quadrante minor; erit arcus* A B, *maior quadrante. Itaq; non ſatis eſt, dari vnum arcum circa rectum angulum, cum angulo oppoſito, vt vult Copernicus propoſ. 4. de triangulis ſphæricis: Id quod in ſcholio propoſ. 21. ſupra admonuimus; ſed dari etiam debet ſpecies tertij anguli, vel tertij arcus. Qua in re etiam lapſus eſt Ioan. Regiom. propoſ. 27. lib. 4. triangulorum.* 37. huius. 35. huius.

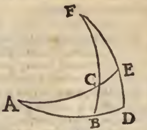
THEOR. 40. PROPOS. 42.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans ſit, ſinus vtriuſlibet reliquorum angulorum eandem habet proportionem ad ſinum totum, quam ſinus complementi reliqui anguli ad ſinum complementi arcus ipſum ſubtendentis.



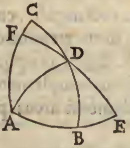
IN triangulo ſphærico A B C, angulus B, ſit rectus, & nullus arcuum quadrans. Dico ita eſſe ſinum anguli C, ad ſinum totum, vt eſt ſinus complementi reliqui anguli A, ad ſinum complementi arcus B C, angulum A, ſubtendentis. Quoniam enim nullus arcuum ponitur quadrans, nullus reliquorum angulorum rectus erit: Alias triangulum A B C, duos habens angulos rectos haberet duos arcus quadrantes; quod non ponitur. Sit ergo primum angulus A, acutus, & arcus A B, ipſi, & recto angulo B, adiacens Schol. 25. huius.

35. huius. adiacens, quadrante minor. Quo poſito, erit & angulus C, acutus: atque adeo
28. huius. omnes arcus trianguli A B C, quadrante minores. Producantur arcus A B,
A C, & fiant quadrantes A D, A E, ac per puncta D, E, arcus D E, circuli maximi
20.1 Theod. ducatur D E, conueniens cum arcu B C,
25. huius. producto in F; Erit ergo vterq; angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, rectus ſit, vterque
25. huius arcus B F, D F, quadrans erit, ob angulos rectos B, D. Erit quoque D E, arcus anguli
26. huius. A; propterea quod A, polus eſt arcus D E, ob quadrantes A D, A E. Item arcus E F, complementum erit arcus D E, & arcus C F, complementum arcus B C, ob quadrantes D F, B F. Quoniam vero in triangu-



Coroll. 41. huius. lo C E F, angulus E, rectus eſt; erit vt ſinus arcus C F, ad ſinum totum, ita ſinus arcus E F, ad ſinum anguli E C F: & conuertendo, vt ſinus anguli
6. huius. E C F, hoc eſt, anguli A C B, qui illi æqualis eſt ad verticem, ad ſinum arcus E F, ita ſinus totus ad ſinum arcus C F: & permutando, vt ſinus anguli A C B, ad ſinum totum, ita ſinus arcus E F, hoc eſt, ſinus complementi anguli A, ad ſinum arcus C F, id eſt, ad ſinum complementi arcus C B. Quod eſt propoſitum.

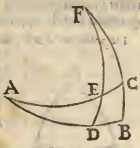
S I T deinde angulus A, obtuſus, & adhuc arcus A B, quadrante minor. Fiat angulus B A D, rectus, ſecetque arcus A D, arcum B C, in D. Producto quoque arcu A B, fiat quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D,
20.1 Theod. circuli maximi ſecans arcum A C, in F. Et quia duo anguli D A B, D B A, recti ſunt, erunt arcus A D, B D, quadrantes; atque adeo cum
Schol. 25. huius. A E, quadrans quoque ſit, & angulus D A E,
26. huius. rectus, erit & D E, quadrans, & A, polus arcus D E. Igitur & arcus A F, quadrans erit, cum arcus
Coroll. 16. 1. Theod. E F, quadrante ſemper abſit à ſuo polo. Angulus item vterque ad F, cum arcus A F, tran-
15.1. Theod. ſeat per A, polum arcus E F, rectus erit. Præterea E F, erit arcus anguli B A C, ob quadrantes A E, A F. Erit quoque arcus D F, complementum arcus E F, ſeu anguli B A C; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes D E, B D. Quoniam igitur in triangulo C D F, an-



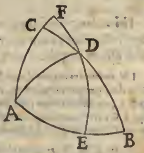
Corollar. 41. huius. gulus F, rectus eſt, erit vt ſinus arcus C D, ad ſinum totum, ita ſinus arcus D F, ad ſinum anguli C; & conuertendo, vt ſinus anguli C, ad ſinum arcus D F, ita ſinus totus ad ſinum arcus C D: & permutando, vt ſinus anguli C, ad ſinum totum, ita ſinus arcus D F, hoc eſt, ſinus complementi anguli B A C, ad ſinum arcus C D, id eſt, ad ſinum complementi arcus B C. Quod eſt propoſitum.

S I T tertio angulus A, acutus, & arcus A B, quadrante maior. Quo poſi-
33. huius. to, erit reliquus angulus C, obtuſus; ac proinde arcus A C, rectum angulum
37. huius. B, ſubtendens quadrante quoque maior. Abſcindantur quadrantes A D, A E,
& per

& per puncta D, E, ducatur arcus D E, circuli maximi coiens cum arcu B C, protracto in F; eritq; vterq; angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque idcirco, cum & angulus B, ſit rectus, quadrantes erunt B F, D F. Erit quoque D E, arcus anguli A, quòd A, polus ſit arcus D E. Quare E F, complementum eſt anguli A; & C F, complementum arcus B C, ob quadrantes D F, B F. Quoniam igitur in triangulo C E F, angulus E, rectus eſt, erit vt ſinus arcus C F, ad ſinum totum, ita ſinus arcus E F, ad ſinum anguli E C F: & conuertendo vt ſinus anguli E C F, hoc eſt, anguli A C B. (Habent enim duo anguli ad C, eundem ſinum, cum eorum arcus ſemicirculum conficiant, ex coroll. propoſ. 5.) ad ſinum complementi anguli A, ita ſinus totus ad ſinum arcus C F, hoc eſt, ad ſinum complementi arcus B C: & permutãdo, vt ſinus anguli A C B, ad ſinum totum, ita ſinus arcus E F, ſiue complementi anguli A, ad ſinum arcus C F, ſeu complementi arcus B C. Quod eſt propoſitum. 20.1 Theod. 25. huius. 25. huius. 26. huius. Coroll. 41. huius.



QVARTO ac vltimo ſit angulus A, obtuſus, & adhuc arcus A B, quadrante maior. Fiat angulus rectus B A D, ſecetq; arcus A D, arcum B C, in D. Abſcindatur quoque ex A B, quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D, circuli maximi ſecans arcum A C, productum in F. Et quia angulus B, rectus ponitur, & angulus B A D, rectus quoque ex conſtructione eſt, erunt arcus A D, B D, quadrantes. Rurſus quia arcus A D, A E, quadrantes ſunt, continentque angulum D A E, rectum, erit arcus D E, quadrans, & A, polus arcus D E; ac proinde cum arcus A F, tranſeat per A, polum arcus E F, erit angulus F, rectus. Item E F, erit arcus anguli B A C. Præterea arcus D F, complementum erit arcus E F, ſeu anguli B A C; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes D E, B D. Quoniam igitur in triangulo C D F, angulus F, rectus eſt, erit vt ſinus arcus C D, ad ſinum totũ ita ſinus arcus D F, ad ſinum anguli D C F: Et conuertendo, vt ſinus anguli D C F, hoc eſt, anguli A C B, (Habent enim arcus angulorum D C F, A C B, eundem ſinum, cum ſemicirculum cõſtituant.) ad ſinum arcus D F, hoc eſt, ad ſinum complementi anguli B A C, ita ſinus totus ad ſinum arcus C D, hoc eſt, ad ſinum complementi arcus B C: Et permutando, vt ſinus anguli A C B, ad ſinum totum, ita ſinus arcus D F, ſiue complementi anguli B A C, ad ſinum arcus C D, ſeu complementi arcus B C. Quod eſt propoſitum. Igitur in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat. 20.1 Theod. 25. huius. 26. huius. 15.1. Theo. Coroll. 41. huius. Coroll. 5. huius.



SCHOLIVM.

COLLIGEMVS *ex hac propoſitione duo hæc problemata.*

IN

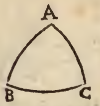
I.

IN triangulo ſphęrico rectangulo, datis duobus angulis non rectis; inuenire arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vna cum arcu, qui recto angulo opponitur.

IN triangulo A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati ſint anguli* A, B. *Dico vtrumuis arcuum* A C, B C, *quoque dari, cum arcu* A B. *Quoniam enim eſt, vt ſinus anguli* A, *ad ſinum*

41. huius.

totum, ita ſinus complementi anguli B, *ad ſinum complementi arcus* A C. *Item, vt ſinus anguli* B, *ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli* A, *ad ſinum complementi arcus* B C;



Praxis.

S I fiat, vt ſinus anguli dati, qui quæſito lateri adiacet, ad ſinum totum, ita ſinus complementi reliqui anguli dati ad aliud, producetur ſinus complementi arcus huic poſteriori angulo oppoſiti, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur quoque ex vtrolibet illorum, & ex angulo, qui ei opponuntur dato, arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate 3. propoſitionis 41. oſtendimus.

VTRVM autem arcus A C, B C, *ſint minores quadrante, aut maiores, ita*

34. huius.

diſcemus. Si angulus B, *eſt acutus, erit arcus* A C, *ei oppoſitus quadrante minor: Si vero obtuſus, quadrante maior. Eadem ratione ſi angulus* A, *fuerit acutus, erit arcus ei oppoſitus* B C, *quadrante minor: ſi vero obtuſus, quadrante maior.*

II.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro angulorum non rectorum, cum alterutro arcuum circa angulum rectum; inuenire alium angulum non rectum, & reliquos duos arcus.

IN eodem triangulo datus ſit primum arcus A C, *cum angulo* A, *ſibi adiacente. Dico dari quoque angulum* B, *cum arcubus* B C, A B. *Cum enim ſit, vt ſinus an-*

42. huius.

guli A, *ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli* B, *ad ſinum complementi arcus* A C; *erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum anguli* A, *dati, ita ſinus complementi dati arcus* A C, *ad ſinum complementi anguli* B, *qui quæritur.*

Praxis, quando datur arcus cum angulo adiacente.

QVANDO ergo datur arcus cum angulo ſibi adiacēte, ſi fiat, vt ſinus totus ad ſinum anguli dati, ita ſinus complementi arcus dati ad aliud, reperietur ſinus complementi alterius anguli, qui quæritur. Hinc ex duobus angulis non rectis iam cognitis, cognoſcentur reliqui duo arcus, vt in proximè antecedenti problemate demonſtratum eſt: Tertius autem datus eſt ex hypotheſi.

NVM vero angulus B, *quæſitus ſit acutus, obtuſusue, docebit datus arcus* A C.

34. huius.

Si enim fuerit quadrante minor, erit angulus B, *acutus: ſi vero maior quadrante, obtuſus.*

DATVS

DATVS deinde ſit arcus A C, cum angulo B, ſibi oppoſito, conſtetq́; de reliquo angulo A, num acutus ſit, an obtuſus: vel de altero arcu B C, circa rectum angulum, qualis ſit. Dico rurſum dari & reliquum angulũ A, & reliquos arcus B C, A B. Nam cum ſit, vt ſinus anguli A, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus A C: erit conuertendo, vt ſinus complementi arcus A C, dati ad ſinum complementi anguli B, dati, ita ſinus totus ad ſinum anguli A, quæſiti. 42. huius.

IGITVR cum datur arcus cum angulo ſibi oppoſito, ſi fiat, vt ſinus complementi arcus dati ad ſinum complementi anguli dati, ita ſinus totus ad aliud, procreabitur ſinus reliqui anguli, qui quæritur. Ex duobus ergo angulis non rectis iam cognitis, cognoſcentur reliqui duo arcus, vt in præcedenti problemate monſtrauimus. Tertius autem per hypotheſim datus eſt. Praxis, quãdo datur arcus cum angulo oppoſito.

OPORTET autem conſtare, num reliquus angulus A, ſit acutus, an obtuſus, vt ſciatur, qualis angulus ſinui inuento reſpondens ſit accipiendus, acutuſne, an obtuſus. Quòd ſi conſtaret de arcu B C, qualis ſit, illico cognoſceretur quoque ſpecies anguli A. Nam ſi arcus B C, fuerit quadrante minor, erit angulus A, acutus: ſi autem quadrante maior, obtuſus. Pari ratione, ſi ſciretur, qualis ſit arcus A B, angulo recto oppoſitus, continuò ſpeciem anguli A, cognoſceremus. Nam ſi arcus A B, fuerit minor quadrante, & datus quidem angulus B, acutus, erit quoque angulus A, acutus: Si vero datus angulus B, ſit obtuſus, erit quoque obtuſus angulus A. At ſi arcus A B, fuerit maior quadrante, & datus quidem angulus B, acutus, erit angulus A, obtuſus: Si vero datus angulus B, ſit obtuſus, erit angulus A, acutus. Itaque non eſt ſatis, dari angulum non rectum, cum arcu oppoſito, vt vult Copernicus propoſ. 4. de triangulis ſphæricis: Id quod ſupra quoque monuimus in ſcholio propoſ. 21. ſed debet etiam dari ſpecies tertij anguli, vel ſpecies arcus alterius circa rectum angulum: vel certe ſpecies arcus recto angulo oppoſiti. Qua in re lapſus eſt Nicolaus Copernicus, qui voluit in propoſ. 4. de triangulis ſphæricis, ſatis eſſe, vt detur arcus circa rectum angulum, cum alterutro angulorum non rectorum. Falſum enim hoc eſt de angulo dato arcui oppoſito, niſi aliud præterea conſtet, vt hic diximus, & in ſcholio propoſ. 21. monuimus. 34. huius. 38. huius. Error Copernici.

THEOR. 41. PROPOS. 43.

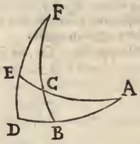
IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans ſit, ſinus complementi arcus rectum angulum ſubtendẽtis ad ſinum complementi vtriuſve reliquorum arcuum eandem habet proportionem, quam ſinus complementi reliqui arcus ad ſinum totum.

IN triangulo ſphærico rectangulo A B C, angulus B, ſit rectus, & nullus

 arcuum

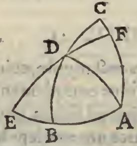
arcuum quadrans. Dico ita eſſe ſinum complementi arcus A C, ad ſinum complementi arcus v. g. A B, vt eſt, ſinus complementi reliqui arcus B C, ad ſinum totum. Quoniam enim nullus arcuum ponitur quadrans, nullus reliquorum angulorum erit rectus. Alias triangulum A B C, duos angulos habens rectos haberet duos arcus quadrantes. quod non ponitur. Sit ergo primum angulus A, acutus, & arcus A B, ipſi & recto angulo B, adiacens quadrante minor. Quo poſito, erit & angulus C, acutus; atque adeo omnes arcus trianguli A B C, quadrante minores. Producantur arcus A B, A C, & fiant quadrantes A D, A E; ac per puncta D, E, arcus D E, circuli maximi ducatur D E, conueniens cum arcu B C, producto in F. Erit ergo vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, ponatur rectus, erit vterq; arcus B F, D F, quadrans, ob rectos angulos B, D. Præterea B D, erit arcus anguli F; propterea quòd F, polus eſt arcus B D, ob quadrantes B F, D F. Item C F, complementum erit arcus B C; & B D, C E, complementa arcuum A B, A C, ob quadrantes B F, A D, A E. Manifeſtum autem eſt in triangulo C E F, ita eſſe ſinum arcus C E, hoc eſt, ſinum complementi arcus A C, ad ſinum anguli F, hoc eſt, ad ſinum arcus B D, ſeu complementi arcus A B, vt eſt ſinus arcus C F, hoc eſt, ſinus complementi arcus B C, ad ſinum anguli recti E, id eſt, ad ſinum totum. Quod eſt propoſitum.

Schol. 25. huius.
33. huius.
28. huius.
20. 1 Theod.
25. huius.
26. huius.
41. huius.



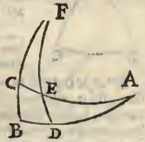
SIT deinde angulus A, obtuſus, & adhuc arcus A B, quadrante minor. Fiat angulus B A D, rectus, ſecetq; arcus A D, arcum B C, in D. Producto quoque arcu A B, fiat quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D, circuli maximi ſecans arcum A C, in F. Et quia duo anguli D A B, D B A, recti ſunt, erunt arcus A D, B D, quadrantes; atque adeo cum A E, quoque ſit quadrans, & angulus D A E, rectus, erit & arcus D E, quadrans; ac proinde B E, ob quadrantes B D, E D, erit arcus anguli B D E, hoc eſt, anguli C D F, qui illi ad verticem eſt æqualis. Quoniam vero A, polus eſt arcus E D, erit & arcus A F, quadrans, cum arcus E F, quadrante ſemper abſit à ſuo polo; necnon & angulus A F E, & angulus C F D, recti. Præterea erit arcus C F, complementum arcus A C; & arcus B E, complementum arcus A B; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes A F, A E, B D. Perſpicuum autem eſt in triãgulo C D F, ita eſſe ſinum arcus C F, hoc eſt, ſinum complementi arcus A C, ad ſinum anguli C D F, hoc eſt, ad ſinum arcus B E, ſiue complementi arcus A B, vt eſt ſinus arcus C D, nempe ſinus complementi arcus B C, ad ſinum anguli recti F, hoc eſt, ad ſinum totum. Quod eſt propoſitum.

20. 1 Theod.
Schol. 25. huius.
26. huius.
6. huius.
26. huius.
Coroll. 16. 1. Theod.
15. 1. Theod.
41. huius.

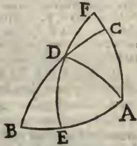


TERTIO ſit angulus A, acutus, & arcus A B, quadrante maior. Quo poſito,

poſito, erit reliquus angulus C, obtuſus; ac proinde arcus A C, rectum angulum B, ſubtendens quadrante quoque maior. 33.huius. 37.huius.
Abſcindantur quadrantes A D, A E, & per puncta D, E, ducatur arcus D E, circuli maximi conueniens cum arcu B C, producto in F; Eritq; vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, rectus ſit, quadrantes erunt arcus B F, D F; proptereaq; B D, arcus erit anguli F. Item arcus C F, complementum erit arcus B C; & arcus D B, E C, complementa arcuum A B, A C, ob quadrantes B F, A D, A E. Perſpicuum eſt autem in triangulo C E F, ita eſſe ſinum arcus E C, id eſt, ſinum complementi arcus A C, ad ſinum anguli F, hoc eſt, ad ſinum arcus D B, hoc eſt, ad ſinum complementi arcus A B, vt eſt ſinus arcus C F, nempe ſinus complementi arcus B C, ad ſinum anguli recti E, hoc eſt, ad ſinum totum. Quod eſt propoſitum. 20.1.Theod. 25.huius. 25.huius. 41.huius.



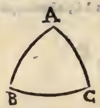
POSTREMO ſit angulus A, obtuſus, & adhuc arcus A B, quadrante maior. Fiat angulus rectus B A D, ſecetq; arcus A D, arcum B C, in D. Abſcindatur quoque ex A B, quadrans A E, & per puncta E, D, deſcribatur arcus E D, circuli maximi ſecans arcum A C, productum in F. Et quia angulus B, ponitur rectus, & angulus B A D, rectus factus eſt, erunt arcus A D, B D, quadrantes. Rurſus quia arcus A D, A E, quadrantes ſunt, continentq; angulum rectum D A E, erit & arcus D E, quadrans, & A, polus arcus E D; atque adeo angulus F, rectus erit. Præterea quia D B, D E, quadrantes ſunt oſtenſi, erit E B, arcus anguli B D E, hoc eſt, anguli C D F, qui illi ad verticem eſt æqualis. Item cum A, polus ſit arcus E F, erit arcus A F, quadrans, quòd arcus E F, quadrãte ſemper abſit à ſuo polo. Arcus item C F, complementum erit arcus A C; & arcus E B, complementum arcus A B; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes A F, A E, B D. Manifeſtum eſt autem in triangulo C D F, ita eſſe ſinum arcus C F, id eſt, ſinum complementi arcus A C, ad ſinum anguli C D F, hoc eſt, ad ſinum arcus B E, ſiue complementi arcus A B, vt eſt ſinus arcus C D, nempe ſinus complementi arcus B C, ad ſinum anguli recti F, hoc eſt, ad ſinum totum. Quod eſt propoſitum. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum. 20.1.Theod. 25 huius. 26 huius. 15.1.Theo. 6.huius. Coroll. 16. 1. Theod. 41.huius



SCHOLIVM. I.

SEQVENS *problema ex hac propoſ. colligemus hunc in modum.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus arcubus quibuſlibet, inuenire tertium arcũ, & reliquos duos angulos non rectos.



43. huius. IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, dati ſint primum duo arcus AC, CB, circa angulum rectum C. Dico dari quoque tertium arcum AB, cum duobus angulis A, B. Quoniam enim eſt, vt ſinus complementi arcus AB, ad ſinum complementi arcus AC, ita ſinus complementi arcus CB, ad ſinum totum; erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus CB, ita ſinus complementi arcus AC, ad ſinum complementi arcus AB.

Praxis, quādo dantur duo arcus circa angulū rectum. QVAMOBREM, datis duobus arcubus rectum angulum ambientibus, ſi fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi vtriuſlibet arcuum datorum, ita ſinus complementi alterius arcus dati ad aliud, producetur ſinus complementi arcus recto angulo oppoſiti, qui quæritur. Ex dato autem arcu, qui recto angulo opponitur, cum vtrouis arcu circa rectum angulum, inuenietur angulus ei oppoſitus, vt in problemate 1. propoſ. 41. tradidimus.

VTRVM vero quæſitus arcus AB, quadrante minor ſit, aut maior, docebunt
35. huius. duo arcus dati. Si enim vterque fuerit minor, aut maior quadrante, erit arcus AB, quadrante minor: Si vero vnus ſit quadrante minor, & alter maior, erit arcus AB, quadrante maior.

DATVS deinde ſit arcus AB, recto angulo oppoſitus, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, vt cum AC. Dico rurſum dari reliquum arcum CB, cum
43. huius. duobus angulis A, B. Nam cum ſit, vt ſinus complementi arcus AB, ad ſinum complementi arcus AC, ita ſinus complementi arcus CB, ad ſinum totum; erit conuertendo, vt ſinus complementi arcus AC, ad ſinum complementi artus AB, ita ſinus totus ad ſinum complementi arcus CB.

Praxis, quādo datur arcus recto angulo oppoſitus, cū alterutro circa angulū rectum. QVAPROPTER, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, ſi fiat, vt ſinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad ſinum complementi arcus angulo recto oppoſiti, ita ſinus totus ad aliud, inuenietur ſinus complementi alterius arcus circa angulum rectum, qui quæritur. Ex quouis autem arcu dato circa rectum angulum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, reperietur angulus illi arcui oppoſitus, vt in problemate 1. propoſ. 41. demonſtratum eſt.

AN vero tertius arcus CB, quæſitus ſit quadrante minor, aut maior, intelligemus ex duobus arcubus datis. Si namque arcus AB, angulo recto oppoſitus fuerit quadrante minor, ſi quidem & alter datus AC, ſit quadrante minor, erit & arcus
36. huius. CB, quadrante minor; ſi vero AC, ſit quadrante maior, erit & CB, maior quadrante. Si autem AB, fuerit quadrante maior, ſi quidem & AC, ſit quadrante maior, erit CB, quadrante minor; ſi vero AC, ſit minor quadrante, erit CB, quadrante maior.

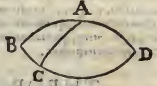
SCHOLIVM. II.

Quicquid demonſtratur de triāgulo ſphæ- QVAMVIS & hanc propoſ. 43. & antecedentem 42, quadrimembrem fecerimus,

rimus, vt vtraque in omnibus caſibus demonſtraretur: ſatis tamen fuiſſet, ſi vtraq; in primo caſu, exiſtentibus nimirum omnibus arcubus quadrante minoribus, demonſtratione fuiſſet confirmata. Eo enim caſu demonſtrato, facile demonſtrationem omnibus alijs caſibus accommodabimus. Sit namque triangulum ſphæricum quodcunq; rectangulum A C D, *habens angulum* C, *rectum. Aut igitur duo arcus* A C, C D, *circa angulum rectum quadrãte ſunt minores, ac proinde & tertius arcus* A D, *quadrante quoque minor: aut vnus quadrante maior, & alter minor; aut denique ambo quadrante maiores: Nam de eo ſolo ſphærico triangulo rectangulo agimus, in quo nullus arcus eſt quadrãs. Sint primum duo arcus* A C, C D, *circa angulum rectum quadrante minores: quo poſito, erit vterque angulus* D, A, *acutus, proptereaque triangulo* A C D, *demonſtratio vtriuſque propoſitionis conueniet, quo ad primum caſum.*

tico rectangulo, cuius omnes arcus ſint quadrante minores, locũ etiã habet in omni triangulo ſphærico rectangulo.

35. huius.



34. huius.

SIT *deinde arcus* DC, *quadrante maior, &* C A, *minor. Productis arcubus* D C, D A, *donec coeant in* B: *erunt* D A B, D C B, *ſemicirculi; atque adeo* C B, *quadrante minor. Sunt ergo in triangulo* A C B, *duo arcus* A C, C B, *circa angulum rectum* C, *quadrante minores. Quare, vt proxime oſtendimus, ei vtriuſque propoſitionis demonſtratio, quo ad primum caſum, conueniet. Cum ergo ijdem ſinus tam recti, quam complementorum, ſint arcuum, & angulorum trianguli* A C B, *qui arcuum, & angulorum trianguli* A C D: *(Nam, vt in ſinubus diximus, arcus* C D, C B, *eundem ſinum habent tam rectum, quam complementi, necnon & arcus* A D, A B. *Item tam recti anguli ad* C, *eundem ſinum habent, nempe totum, quam anguli obliqui ad* A, *cum duobus rectis ſint æquales. Denique & anguli* D, B, *eundem ſinum habent, cum ſint inter ſe æquales: Arcus autem* A C, *vtrique triangulo communis eſt.) liquido conſtat, quicquid de ſinubus arcuum, angulorumq; trianguli* A C B, *fuerit oſtenſum, idem in ſinubus arcuum, & angulorum trianguli* A C D, *locum habere.*

11. Theod.

5. huius.

13. primi.

POSTREMO *ſint duo arcus* D C, C A, *quadrante maiores: quo poſito, erit arcus* C B, *minor quadrante. Habet igitur triangulum* A C B, *arcum* A C, *circa angulum rectum* C, *quadrante maiorem, &* C B, *minorem. Quare ei, vt proxime eſt demonſtratum, vtraque propoſitio conueniet. Cum ergo ijdem ſinus tam recti, quam complementorum, ſint arcuum, & angulorum trianguli* A C B, *qui arcuum, & angulorum trianguli* A C D, *vt paulo ante diximus, liquet eaſdem propoſitiones triangulo quoque* A C D, *conuenire. Perſpicuum ergo eſt, quicquid de ſinubus arcuum, angulorumq; trianguli ſphærici rectanguli, cuius duo arcus circa angulum rectum quadrante ſint minores, demonſtratum fuerit, locum etiam habere in quocunq; alio triangulo ſphærico rectangulo.*

IDEM *prorſus dicendum eſt de tertio caſu propoſ. 41. Satis enim fuiſſet illum demonſtraſſe in triangulo rectangulo, cuius omnes arcus ſunt quadrante minores, quale eſt triangulum ſecundæ figuræ propoſ. 41. dictæ; cum eius trianguli demonſtratio omnibus alijs conueniat, vt ex demonſtratis in hoc ſcholio eſt manifeſtum.*

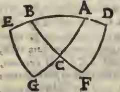
EX *his, quæ proximis tribus propoſitionibus demonſtrauimus, abſolutus iam per ſinus eſt calculus triangulorum ſphæricorum rectangulorum: quare iam non rectangulorum calculus ſequi deberet. Sed quia per lineas tangentes, ac ſecantes breuius plerunque triangulorum rectangulorum calculus, quam per ſinus, expeditur, adiungemus*

gemus ſequentes propoſitiones ad triangula quoque ſpharica rectangula ſpectantes, antequam triangulorum ſphæricorum non rectangulorum calculum exponamus. Vt autem clariores fiant demonſtrationes, & minus confuſæ, proponemus ſemper triangulum ſphæricum rectangulum, cuius duo arcus circa angulum rectum, ac proinde omnes tres, minores ſint quadrante. Nam eadem demonſtrationes alijs omnibus conuenient, vt in hoc ſcholio demonſtrauimus: quippe cum & tam duo arcus ſemicirculum conficientes, quàm duo anguli duobus rectis æquales, eandem habeant tangentem, ac ſecantem, quemadmodum & eundem ſinum, vt in tractatione tangentium, & ſecantium monuimus.

THEOR. 42. PROPOS. 44.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum vtriuſuis arcuum circa rectum angulum eandem habet proportionem, quam tangens anguli non recti dicto arcui adiacentis ad tangentem reliqui arcus circa angulum rectum huic angulo oppoſiti.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus C, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum arcus B C, vt eſt tangens anguli B, ad tangentem arcus A C. Productis enim arcubus B C, B A, donec fiant quadrantes B F, B D, ac per puncta F, D, arcu F D, circuli maximi deſcripto; erit vterque angulus F, D, rectus, ob quadrantes B F, B D: & D F, arcus erit anguli B; cum B, polus ſit arcus D F. Quia igitur duo circuli maximi in ſphæra B F, B D, ſecant ſeſe in B, ductique ſunt ex A, D, ad B F, arcus perpendiculares A C, D F; erit, vt ſinus quadrantis B F, hoc eſt, ſinus totus, ad tangentem arcus F D, hoc eſt, ad tangentem anguli B, ita ſinus arcus B C, ad tangentem arcus A C: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus B C, ita tangens anguli B, ad tangentem arcus AC.



15. huius.
16. huius.
Theor. 6. ſcholij. 40. huius.

Non aliter demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum arcus A C, vt eſt tangens anguli A, ad tangentem arcus B C: vt patet, ſi arcus A C, A B, producantur, donec fiant quadrantes A G, A E, perque G, E, arcus maximi circuli deſcribatur G E. Erit enim rurſus, vt ſinus quadrantis A G, id eſt, ſinus totus, ad tangentem arcus E G, ſeu anguli A, ita ſinus arcus A C, ad tangentem arcus B C: Et permutãdo, vt ſinus totus ad ſinum arcus A C, ita tangens anguli A, ad tangentem arcus B C. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor 6. ſcholij 40. huius.

SCHO-

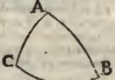
SCHOLIVM.

HINC *colligemus duo ſequentia problemata.*

I.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum alterutro angulorum non rectorum, reperire alium arcum circa rectum angulum; & reliquum angulum non rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur: dum modo, quando angulus datus opponitur arcui dato, conſtet, an reliquus arcus circa rectum angulum ſit quadrante minor, maior ve; vel an reliquus angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit primum arcus* A C, *cum angulo* A, *ſibi adiacente. Dico dari quoque arcum* B C, *vnà cum angulo* B, *& arcu* A B. *Quoniam enim eſt, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A C, *ita tangens anguli* A, *ad tangentem arcus* B C: 44. huius.



S I *(quando datur arcus cum angulo adiacente) fiat, vt ſinus totus ad ſinum dati arcus, ita tangens anguli dati ad aliud, producetur tangens arcus quæſiti. Ex eodem vero arcu dato, & angulo dato, inuenietur alter angulus non rectus, et arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate 2. propoſ. 42. demonſtrauimus.* Praxis, cũ datur arcus cum angulo adiacẽte.

AN *vero arcus quæſitus* B C, *ſit quadrante minor, maiorue, indicabit angulus datus* A. *Nam ſi fuerit acutus, erit arcus* B C, *quadrante minor; ſi vero obtuſus, quadrante maior.* 34. huius.

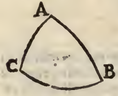
SIT *deinde datus arcus* A C, *cum angulo* B, *ſibi oppoſito, conſtetq́; præterea de altero arcu* B C, *num quadrante minor ſit, an maior; vel an alter angulus* A, *acutus ſit, an obtuſus. Dico rurſum dari arcum* B C, *vnà cum angulo* B, *& arcu* A B. *Cum enim ſit, vt tangens anguli* B, *ad tangentem arcus* A C, *ita ſinus totus ad ſinum arcus* B C: 44. huius.

S I *(quando datur arcus cum angulo oppoſito) fiat, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita ſinus totus ad aliud, reperietur ſinus arcus quæſiti. Ex dato vero arcu, & angulo dato dabitur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate 2. propoſ. 42. diximus.* Praxis, cũ datur arcus cũ angulo oppoſito.

OPORTET *autem conſtare, an arcus* B C, *ſit quadrante minor, an maior, vt ſciamus, qualis arcus inuento ſinui reſpondens accipiẽdus ſit, an videlicet minor quadrante, an vero maior. Quòd ſi conſtaret de angulo* A, *qualis ſit, ſtatim cognoſceremus, qualis ſit arcus* B C. *Exiſtente enim angulo* A, *acuto, erit arcus* B C, *quadrante minor; exiſtente vero obtuſo, quadrante maior. Sic etiam, ſi ſciretur, qualis* 34. huius.

ſit arcus A B, recto angulo oppoſitus, ſpeciem quoque arcus B C, cognoſceremus. Nam

36. huius.



ſi A B, ſit quadrante minor, erit vterque A C, B C, vel minor quadrante, vel maior: qualis ergo eſt datus arcus A C, talis quoque erit arcus B C. Si vero A B, fuerit maior quadrante, & datus arcus A C, minor quidem quadrante, erit B C, quadrante maior; ſi vero datus arcus A C, ſit quadrante maior, erit B C, quadrante minor. Itaque non ſatis eſt, dari arcum, cum angulo oppoſito, vt vult Copernicus propoſ. 4. de triangulis ſphæricis. Id quod ſupra in ſcholio propoſ. 21. monuimus.

II.

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa rectum angulum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vnà cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, explorare.

IN eodem triangulo dati ſint duo arcus A C, B C. Dico dari quoque vtrumvis
44. huius. *angulorum A, B, & arcum A B. Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum arcus A C, ita tangens anguli A, ad tangentem arcus B C: Et convertendo, vt ſinus arcus A C, ad ſinum totum, ita tangens arcus B C, ad tangentem anguli A: Eademq; ratione, vt ſinus arcus B C, ad ſinum totum, ita tangens arcus A C, ad tangentem anguli B.*

Praxis. *SI fiat, vt ſinus vtriuſuis arcuum circa angulum rectum ad ſinum totum, ita tangens alterius arcus ad aliud, inuenietur tangens anguli huic poſteriori arcui oppoſiti. Ex datis quoque duobus arcubus circa angulum rectum cognoſcetur & tertius arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate propoſ. 43. traditum eſt. Vel certe ex dato vno arcu, & alterutro angulorum inuento, vt in problemate 2. propoſ. 42. oſtenſum eſt.*

NVM autem angulus quæſitus ſit acutus, obtuſuſve, docebit arcus ei oppoſitus.
34. huius. *Hic enim ſi minor quadrante fuerit, erit angulus ei oppoſitus, acutus, ſi vero maior, obtuſus.*

QVONIAM verò in ſcholio 2. propoſ. præcedentis diximus, per lineas tangentes, ac ſecantes breuius nonnulla expediri, quam per ſinus, intelligendum id eſt de iis, quæ primo loco in problematibus quæruntur, non autem, quæ ſecundo loco inueſtigantur. Quod vt planius fiat, exponemus, quo pacto vtrumque problema hic propoſitum abſoluendum ſit per ſinus. Itaque, vt ex arcu circa angulum rectum dato, cum alterutro angulorum acutorum, inueniatur alter arcus circa angulum rectum, qui primo loco in primo problemate inueſtigandus proponitur: ita progrediendum erit. Si arcus circa rectum angulum detur cum angulo oppoſito, inquirendus primum erit arcus recto angulo oppoſitus, ex problemate 3. propoſ. 41. Deinde ex hoc arcu inuento, & dato arcu, eliciendus erit, per problema propoſ. 43. alter arcus circa angulum rectum, qui quæritur. Si vero detur arcus circa angulum rectum cum angulo adiacente, quærendus eſt primum per problema 2. propoſ. 42. alter angulus acutus. Deinde per problema 1. eiuſdem propoſ. 42. ex hoc angulo inuento, & angulo dato, arcus dato angulo oppoſitus eliciendus. At, vt ex duobus arcubus circa angulum rectum datis, vteruis angulorum acutorum eruatur: qui primo loco in ſecundo problemate inquiritur: reperiendus erit primum arcus recto angulo oppoſitus per

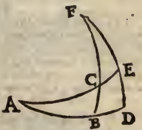
proble-

problema propoſ. 43. ex datis duobus arcubus. Deinde per problema 1. propoſ. 41. ex hoc arcu inuento, & alterutro circa angulum rectum dato, inueniendus angulus huic dato arcui oppoſitus. Vides igitur, id, quod primo loco in vtroque problemate quæritur, duplici opere inueſtigari per ſinus, quod ſimplici per tangentes inuenimus. Eadem ratio eſt in ſequentibus problematibus, quod ſemel hic monuiſſe ſatis ſit.

THEOR. 43. PROPOS. 45.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum complementi vtriuſuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens arcus recto angulo oppoſiti ad tangentem arcus dicto acuto angulo adiacentis.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi anguli A, vt eſt tangens arcus A C, ad tangentem arcus A B. Productis enim arcubus A B, A C, dictum angulum comprehendentibus, donec quadrantes fiant A D, A E; deſcriptoq; per D, E, arcu circuli maximi D E, productoque, donec cum arcu B C, producto coëat in F: erit vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; & D E, arcus erit anguli A, cum A, ſit polus arcus D E. Item arcus D F, B F, quadrantes erunt, ob rectos angulos B, D; ac proinde arcus E F, complementum anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi in ſphæra B F, D F, ſe interſecant in F; ductiq; ſunt ex punctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, arcus perpẽdiculares B D, C E; erit vt ſinus totus quadrantis D F, ad tangentem arcus B D, ita ſinus arcus E F, hoc eſt, ſinus complementi anguli A, ad tangentem arcus C E: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli A, ita tangens arcus B D, ad tangentem arcus C E. Eſt autem (cum A C, A B, ſint complementa arcuum C E, B D.) vt tangens arcus B D, ad tangentem arcus C E, ita tangens arcus A C, ad tangentem arcus A B. Igitur erit quoque, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli A, ita tangens arcus A C, recto angulo oppoſiti ad tangentem arcus A B, acuto angulo A, adiacentis. Eodem modo oſtendemus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi anguli C, vt eſt tangens arcus A C, recto angulo oppoſiti ad tangentem arcus B C, angulo acuto C, adiacentis, ſi nimirum arcus C A, C B, angulum C, continentes producantur, &c. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod oſtendendũ erat.



25. huius.
26. huius.
Theor. 6. ſcholij 40. huius.
21. Sinuū.

SCHOLIVM.

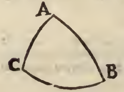
EX *hoc theoremate abſoluemus ſequentia tria problemata.*

I.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppoſitum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus*, *datus ſit arcus* A C, *&* *angulus* A. *Dico dari quoq; arcum* A B, *cum arcu* B C, *&* *angulo* B. *Cum enim ſit, vt ſinus*
45. huius. *totus ad ſinũ complementi anguli* A, *ita tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C. *Et conuertendo, vt ſinus complementi anguli* A, *ad ſinum totum, ita tangens arcus* A C, *ad tangentem arcus* A B:

Praxis.



SI fiat, vt ſinus complementi anguli dati ad ſinum totum, ita tangens arcus dati ad aliud, reperietur tangens arcus recto angulo oppoſiti, qui quæritur. Ex arcu vero A B, *&* *angulo* A, *inuenietur arcus* B C, *per problema* 2. *propoſ.* 41. *Et ex arcubus* A B, A C, *angulus* B, *arcui* A C, *oppoſitus, per problema* 1. *eiuſdem propoſ.* 41.

I TA *autem ſciemus, an arcus quæſitus* AB, *ſit quadrante maior, an minor. Si datus*
34. huius. *angulus* A, *fuerit acutus, erit arcus* B C, *quadrante minor. Si ergo datus arcus* A C,
35. huius. *ſit quoq; minor, erit & arcus* A B, *minor quadrante, Si vero* A C, *ſit quadrante ma-*
34. huius. *ior, erit &* A B, *maior. At ſi datus angulus* A, *fuerit, obtuſus, erit arcus* B C, *qua-*
35. huius. *drante maior: Si ergo datus arcus* A C, *ſit quoque maior, erit arcus* A B, *minor quadrante; Si vero* A C, *ſit minor quadrante, erit* A B, *maior.*

II.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, inueſtigare angulum à dictis arcubus comprehenſum, hoc eſt, arcui, qui circa angulum rectum datus eſt, adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

IN *eodem triangulo dati ſint arcus* A C, A B. *Dico dari etiam angulum* A, *cum*
45. huius. *arcu* B C, *&* *angulo* B *Quoniam enim eſt, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli* A, *ita tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C: *Hoc eſt, vt tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C, *ita ſinus totus ad ſinum complementi anguli* A:

Praxis. *SI fiat, vt tangens arcus recto angulo oppoſiti ad tangentem dati arcus circa rectum angulum, ita ſinus totus ad aliud, procreabitur ſinus complementi anguli quæſiti. Hinc reliqua inuenientur, vt in præcedenti problemate.*

VTRVM

VTRVM vero angulus A, quæſitus ſit acutus, obtuſusne, ita diſcemus. Si arcus A B, recto angulo oppoſitus fuerit quadrante minor, erit vterq; arcus A C, B C, vel 36. huius.
minor quadrante, vel maior. Si ergo datus arcus A C, ſit minor, erit quoque B C, minor, ac proinde angulus A, acutus: ſi vero A C, ſit quadrante maior, erit & B C, 34. huius.
maior, ac propterea angulus A, obtuſus. At ſi arcus A B, fuerit quadrante maior, erit 36. huius.
alter reliquorum arcuum maior, & alter minor: Si igitur datus arcus A C, ſit maior, erit B C, minor, proptereaq; angulus A, acutus; Si vero A C, ſit quadrante minor, erit B C, maior, & angulus A, obtuſus: 34. huius.

III.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire arcum huic angulo adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

IN eodem triangulo datus ſit arcus A B, cum angulo A. Dico dari quoq; arcum A C, &c. Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli A, ita tangens 45. huius.
arcus A B, ad tangentem arcus A C:

SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli dati, ita tangens arcus recto angulo oppoſiti ad aliud, producetur tangens arcus quæſiti. Reliqua inuenientur, vt in primo problemate huius propoſ. Praxis.

NVM autem quæſitus arcus A C, ſit minor quadrante, maiorne, hinc cognoſcemus. Si arcus A B, angulo recto oppoſitus fuerit minor quadrante, erit vterq; angulus A, B, vel acutus, vel obtuſus. Quare ſi datus angulus A, ſit acutus, erit quoque 38. huius.
B, acutus, atque adeo arcus A C, quadrante minor; Si vero A, ſit obtuſus, erit & 34. huius.
B, obtuſus, ideoq; arcus A C, quadrante maior. At ſi arcus A B, fuerit maior quadrante, erit alter reliquorum angulorum acutus, & alter obtuſus. Si ergo A, datus 38. huius.
ſit acutus, erit B, obtuſus, & idcirco arcus A C, quadrante maior; Si vero A, ſit 34. huius.
obtuſus, erit B, acutus, & arcus A C, quadrante minor.

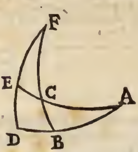
THEOR. 44. PROPOS. 46.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum complementi vtriuſuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens complementi arcus circa angulum rectũ dicto angulo adiacentis ad tangentem complementi arcus recto angulo oppoſiti.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinũ complemẽti anguli A, vt eſt tangens

complementi arcus A B, ad tangentem complementi arcus A C. Facta namque conſtructione, vt in præcedẽti propoſ. quoniam duo circuli maximi in ſphæra B F, D F, ſe mutuo ſecãt in F, productiq; ſunt ex pũctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, arcus perpendiculares B D, C E; erit, vt ſinus totus quadrantis D F, ad tangentem arcus B D, ita ſinus arcus E F, ad tangentem arcus C E: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinũ arcus E F, hoc eſt, ad ſinum complementi anguli A, ita tangens arcus B D, hoc eſt, ita tangens complementi arcus A B, ad tangentem arcus C E, hoc eſt, ad tangentẽ complementi arcus A C. Non aliter demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi anguli C, vt eſt tangens complementi arcus B C, ad tangentem complementi arcus A C, ſi nimirum arcus C B, C A, angulum C, continentes producantur, &c. In omni igitur triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.

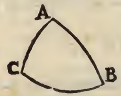
Theor. 6. ſcholij 40. huius.



SCHOLIVM.

. INFEREMVS *hinc problema ſequens, quod quamuis in problemate primo antecedentis propoſ. demonſtratum quoque ſit, facilius tamen hic abſoluitur, cùm in aurea regula primum locum ſortiatur ſinus totus.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppoſitum, vnà cum reliquo arcu circa angulum rectum, & reliquo angulo non recto.



IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A C, *cum angulo* A, *ſibi adiacente. Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcu* B C, *&* *angulo* B. *Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli* A, *ita tangens complementi arcus* A C, *ad tangentem complementi arcus* A B:

46. huius.

Praxis.

S I *fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli dati, ita tangens complementi arcus dati ad aliud, producetur tangens complementi arcus recto angulo oppoſiti, qui quæritur. Reliqua inuenientur, vt in problemate* 1. *propoſitionis antecedentis dictum eſt.*

ARCVM *autem* A B, *quæſitum eſſe quadrante minorem, maioremve, cognoſcemus, vt in dicto problemate* 1. *ſuperioris propoſ. oſtendimus.*

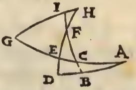
THEOR. 45. PROPOS. 47.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus

ad ſi-

ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti eandem proportionem habet, quam tangens vtriusvis angulorum non rectorum ad tangentem complementi reliqui anguli.

IN triangulo ABC, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus AC, vt eſt tangens anguli C, ad tangentem complementi anguli A. Facta conſtructione, vt in propoſ. 45. productoq; arcu CE, ad G, vt CG, ſit quadrans, deſcribatur ex polo C, ad interuallum quadrantis CG, arcus circuli maximi GH, ſecans arcus CF, EF, productos in I, H: eritq; CI, quadrans quoque; cum circulus GH, à polo C, abſit quadrante. Arcus item GH, EH, quadrantes erunt, propter rectos angulos G, E. Eſt enim angulus E, rectus, vt propoſ. 45. oſtenſum eſt; at G, rectus eſt, propterea quòd circulus CG, ad circulum GH, rectus eſt. Rurſus IG, arcus eſt anguli C; & CE, complementum arcus AC, recto angulo oppoſiti; & FE, complementum arcus DE, id eſt, anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi CG, CI, in ſphæra ſe interſecant in C, ductiq; ſunt ex arcus CI, punctis F, I, ad arcum CG, arcus perpendiculares FE, IG; erit, vt ſinus totus quadrantis CG, ad tangentem arcus IG, hoc eſt, anguli C, ita ſinus arcus CE, hoc eſt, complementi arcus AC, ad tangentem arcus FE, hoc eſt, complementi anguli A: Et permutando erit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus AC, recto angulo oppoſiti, ita tangens anguli C, ad tangentem complementi anguli A. Simili modo, aliter constructa figura, demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus AC, vt eſt tangens anguli A, ad tangentem complementi anguli C. In omni igitur triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod oſtendendum erat.



Coroll. 16. 1. Theod.

25. huius.

15. 1. Theod.

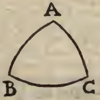
Theor. 6. ſcholij 40. huius.

SCHOLIVM.

EX *hoc theoremate ſequens problema colligitur.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire alterum angulum non rectum, & duos arcus circa angulum rectum.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus*, *datus ſit arcus* A B, *cum angulo* B. *Dico dari quoque reliquum angulum* A, *& duos arcus* A C, C B. *Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus* A B, *ita tangens anguli* B, *ad tangentem complementi anguli* A:



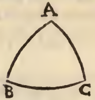
47. huius.

SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti, & dati, ita tangens anguli dati ad aliud, reperietur tangens comple-

Praxis.

menti

menti anguli quæſiti. Hinc ex arcu A B, & vtroque angulo B, A, vterque arcus A C, C B, inuenietur, vt in 2. problemate propoſ. 41. oſtendimus.



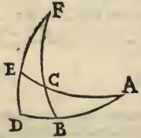
38. huius.

A N *vero angulus quæſitus* A, *acutus ſit, obtuſus ve, diſcemus ex arcu dato* A B, *& dato angulo* B. *Nam ſi* A B, *eſt quadrante minor, & angulus* B, *acutus quidem, erit &* A, *acutus; ſi autem* B, *eſt obtuſus, erit &* A, *obtuſus. At ſi* A B, *eſt maior quadrante, &* B, *quidem acutus, erit* A, *obtuſus; ſi vero* B, *eſt obtuſus, erit* A, *acutus.*

THEOR. 46. PROPOS. 48.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: Sinus totus ad ſinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem habet proportionem, quam tangens complementi alterius arcus circa angulum rectum ad tangentem complementi anguli oppoſiti.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus minores quadrante, ſit rectus angulus B. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum arcus A B, vt eſt tangens complementi arcus B C, ad tangentem complementi anguli A. Facta enim conſtructione, vt in propoſ. 45. erit angulus D, rectus, & C F, complementum arcus B C; & E F, complementum anguli A; & A D, quadrans, vt ibi oſtenſum eſt. Quoniam igitur duo circuli maximi A D, A E, in ſphæra ſe mutuo ſecãt in A, ductiq; ſunt ex punctis C, E, ad arcum A D, arcus perpendiculares C B, E D; erit, vt ſinus totus quadrantis A D, ad tangentem arcus D E, ita ſinus arcus A B, ad tangentem arcus B C: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus A B, ita tangens arcus D E, ad tangentem arcus B C. Eſt autem, (cum C F, E F, ſint complementa arcuum B C, D E,) vt tangens arcus D E, ad tangentem arcus B C, ita tangens arcus C F, ad tangentem arcus E F. Igitur erit quoque, vt ſinus totus ad ſinum arcus A B, ita tangens arcus C F, hoc eſt, complementi arcus B C, ad tangentem arcus E F, hoc eſt, complementi anguli A, arcui B C, oppoſiti. Non aliter oſtendemus, ſi aliter figura conſtruatur, ita eſſe ſinum totum ad ſinum arcus B C, vt eſt tangens complementi arcus A B, ad tangentem complementi anguli C. In omni triangulo ergo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.



Theor. 6. ſcholij 40. huius.

21. Sinuũ.

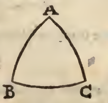
SCHO-

SCHOLIVM.

INFERTVR ex theoremate hoc ſequens problema: quod licet demonſtratum quoque ſit problemate 2. propoſ. 44. facilius tamen hic abſoluitur, cum in aurea regula ſinus totus primum obtineat locum.

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa angulum rectum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vnà cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, indagare.

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, ſint dati duo arcus AC, CB. Dico vtrumuis angulorum A, B, & arcum AB, quoque dari. Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum arcus AC, ita tangens complementi arcus CB, ad tangentem complementi anguli A. Item vt ſinus totus ad ſinum arcus CB, ita tangens complementi arcus AC, ad tangentem complementi anguli B: 48. huius.



SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum, ita tangens complementi alterius arcus circa rectum angulum ad aliud, reperietur tangens complementi anguli huic poſteriori arcui oppoſiti. Ex datis quoque duobus arcubus circa angulum rectum cognoſcetur & tertius arcus angulo recto oppoſitus, vt in problemate propoſ. 43. oſtendimus. Vel certe ex dato vtrolibet arcu, & angulo, qui ei opponitur, inuento, vt in problemate 3. propoſ. 41. traditum eſt. Praxis.

VTRVM autem angulus quæſitus ſit acutus, obtuſus ve, docebit arcus ei oppoſitus. Hic enim ſi minor fuerit quadrante, erit angulus ei oppoſitus, acutus; ſi vero maior, obtuſus. 34. huius.

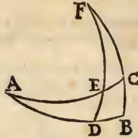
THEOR. 47. PROPOS. 49.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus ſint minores quadrante: ſinus totus ad tangentem vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem proportionem habet, quam tangens complementi anguli oppoſiti ad ſinum alterius arcus circa rectum angulum.

IN ſphærico triangulo ADE, cuius arcus omnes quadrante minores, ſit angulus D, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad tangentem arcus DE, vt eſt tan-

tangens complementi anguli A, ad ſinum arcus A D. Repetita enim conſtru-ctione figuræ propoſ. 45. erunt A B, A C, quadrantes, & C F, complementum arcus B C, id eſt, anguli A, vt ibi oſtenſum eſt. Igitur quoniam quadrantes ſunt A B, A C, & arcus E D, ad A B, perpendicularis; erit, vt ſinus totus ad tangentem arcus E D, ita tangens complementi arcus C B, hoc eſt, anguli A, ad ſinum arcus A D. Eodem modo oſtendetur, ita eſſe ſinum totum ad tangentem arcus A D, vt eſt tangens complementi anguli E, ad ſinum arcus D E: ſi nimirum aliter figura conſtruatur. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 7. ſcholij 40. huius.



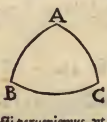
SCHOLIVM.

HINC *tale problema colligitur, quod per problema* 1. *propoſ.* 44. *alio modo abſolui quoque poteſt.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo oppoſito, reliquum arcum circa rectum angulum, & arcum recto angulo oppoſitum, cum reliquo angulo non recto inquirere: ſi modo conſtet, num arcus quæſitus ſit maior quadrante, minorve: Vel an reliquus angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A C, *cum angulo oppoſito* B. *Dico dari quoque arcum* B C, *&c. Cum enim ſit, vt ſinus totus ad tangentem arcus* A C, *ita tangens complementi anguli* B, *ad ſinum arcus* B C:

49. huius.



Praxis.

SI fiat, vt ſinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complemēti anguli dati ad aliud, producetur ſinus arcus quæſiti. Ex duobus porro arcubus circa rectum angulum cognitis in cognitionem reliqui arcus, & reliqui anguli non recti perueniemus, vt in problemate propoſ. 43. *demonſtrauimus; vel certe ex alterutro arcuum circa angulum rectum, & dato angulo, vt in problemate* 2. *propoſ.* 42. *docuimus.*

OPORTET *autem hic conſtare, num arcus quæſitus* B C, *ſit quadrante maior, minorve; vel an angulus* A, *reliquus ſit acutus, obtuſusve: quemadmodū in poſteriore parte problematis* 1. *propoſ.* 44. *traditum eſt: Vbi etiam errorē Copernici deteximus.*

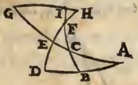
THEOR. 48. PROPOS. 50.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius

omnes

omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eádem, quam tangens compleméti reliqui anguli ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi anguli A, vt eſt tangens complementi anguli C, ad ſinum complementi arcus A C. Repetita namq; figura propoſ. 47. cum C G, C I, quadrãtes ſint ſe interſecãtes in C, & arcus I G, F E, ad C G, perpendiculares, vt ex conſtructione ibidem facta perſpicuum eſt; erit, vt ſinus totus ad tangentem arcus E F, qui complementũ eſt arcus D E, hoc eſt, anguli A, ita tangens complementi arcus I G, id eſt, anguli C, ad ſinum arcus C E, hoc eſt, complementi arcus A C, recto angulo oppoſiti. Simili ratione oſtendemus, ſi aliter figuræ conſtructio inſtituatur, ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi anguli C, vt eſt tangens complementi anguli A, ad ſinum complementi arcus A C. Quam ob rem in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.



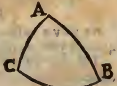
Theor. 7. ſcholij 40. huius.

SCHOLIVM.

INFEREMVS *ex hac propoſ. theorema ſequens.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, inquirere arcum angulo recto oppoſitum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.

IN triangulo A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati ſint duo anguli non recti* A, B. *Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcubus* A C, B C. *Quoniam enim eſt, vt ſinus totus ad tangentem complementi anguli* A, *ita tangens complementi anguli* B, *ad ſinum complementi arcus* A B: 50. huius.



S I fiat, vt ſinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, procreabitur ſinus complementi arcus recto angulo oppoſiti. Iam ex arcu, qui recto angulo opponitur, & vtrolibet angulorum non rectorum, inuenietur arcus ei oppoſitus, vt in 2. *problemãte propoſ.* 41. *monſtrauimus.* Praxis.

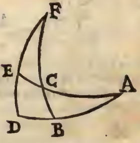
PORRO an arcus quæſitus quadrante ſit maior, aut minor, ita diſcemus. Si vterq; angulorum A, B, *fuerit obtuſus, vel acutus, erit arcus* A B, *quadrante minor: ſi vero alter eorum acutus fuerit, et alter obtuſus, erit idem arcus quadrante maior.* 37. huius.

Hhh THEOR.

THEOR. 49. PROPOS. 51.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius arcus omnes ſint minores quadrante: ſinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppoſiti proportionem habet eandem, quam tangens vtriusvis arcuum circa angulum rectum ad ſinum complementi anguli non recti adiacentis.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, rectus ſit angulus B. Dico ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi arcus A C, vt eſt tangens arcus A B, ad ſinum complementi anguli A. Repetita namq; conſtructione figuræ propoſ. 45. erunt A D, A E, quadrantes, & anguli D, E, recti, necnon & B F, D F, quadrantes, vt ibi eſt oſtenſum. Quia igitur in ſphæra arcus D B, per extremitates quadrantum B F, D F, ſeſe in F, ſecantium ducitur, & C E, ad D F, perpendicularis eſt; erit vt ſinus totus ad tangentẽ arcus C E, qui complementum eſt arcus A C, recto angulo oppoſiti, ita tangens complementi arcus D B, hoc eſt, tangens arcus A B, ad ſinum arcus E F, qui complementum eſt arcus D E, ſeu anguli A. Non aliter demonſtrabitur, ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi arcus A C, vt eſt tangens arcus B C, ad ſinum complementi anguli C, ſi aliter inſtituatur conſtructio figuræ. Quocirca in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum.

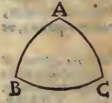


Theor. 7. ſcholij 45. huius.

SCHOLIVM.

ORITVR *ex hoc theoremate problema huiuſmodi, quod problemate 2. propoſ. 45. declaratum quoque fuit.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa eundem rectum angulum, reperire angulum non rectum huic arcui adiacentem, hoc eſt, à datis arcubus comprehenſum, cum reliquo arcu & angulo non recto.



IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A B, *cum arcu* A C. *Dico dari quoque angulum* A, *cum arcu* B C, *&* *angulo* B. *Quoniam enim eſt, vt ſinus totus ad tangentem complementi arcus* A B, *ita tangens arcus* A C, *ad ſinum complementi anguli* A:

51. huius.

Praxis.

S I fiat, vt ſinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppoſiti, ita tangens dati arcus

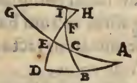
ti arcus circa rectum angulum ad aliud, inuenietur ſinus complementi anguli adiacentis, qui quæritur. Hinc reliqua inuenientur, vt in problemate 1. propoſ. 45. traditum eſt.

NVM *vero quæſitus angulus acutus ſit, nec ne, addiſcemus, vt in problemate 2. propoſ. 45. docuimus.*

THEOR. 50. PROPOS 52.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eandem, quam ſecans alterius anguli non recti ad ſecantem arcus huic angulo oppoſiti.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli A, vt eſt ſecans anguli C, ad ſecantem arcus A B. Facta conſtructione, vt in propoſ. 47. erunt G H, H E, A E, A D, D F, quadrantes, & G I, arcus anguli C, & D E, arcus anguli A, vt partim in propoſ. 45. partim vero in 47. oſtenſum eſt. Item angulus I, rectus erit, propterea quòd arcus C I, tranſiens per C, polum arcus G H, rectus eſt ad G H. (15.1.Theod.) Itaque quoniam duo circuli maximi B I, D H, in ſphæra ſe mutuo ſecant in F, & ex punctis D, H, arcus D H, ad arcum B I, ducti ſunt arcus perpendiculares D B, H I; erit, vt ſinus totus quadrantis D F, ad ſecantem arcus G I, qui complementum eſt arcus H I, ita ſinus arcus F H, ad ſecantem arcus A B, qui complementum eſt arcus D B: (Theor. 8. ſcholij 40. huius.) Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus F H, vel arcus D E, (ſunt enim arcus F H, D E, æquales, quod & toti quadrantes E H, D F, æquales ſint) hoc eſt, anguli A, ita ſecans arcus G I, id eſt, anguli C, ad ſecantem arcus A B, angulo C, oppoſiti. Pari ratione, ſi aliter conſtruatur figura, demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli C, vt eſt ſecans anguli A, ad ſecantem arcus B C. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendũ.



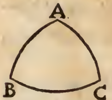
SCHOLIVM.

ELICITVR *hinc ſequens problema, quod aliter etiam in probl. 1. ſcholij propoſ. 42. ſolutum fuit.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, elicere arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vnà cum arcu, qui recto angulo opponitur.

IN triangulo A B C, cuius angulus C, rectus, dati ſint duo anguli A, B. Dico dari quoque vtrumuis arcuum B C, A C, vnà cum arcu A B. Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum anguli A, ita ſecans anguli B, ad ſecantem arcus A C: Item, vt ſinus totus ad ſinum anguli B, ita ſecans anguli A, ad ſecantem arcus B C;

52. huius.



Praxis.

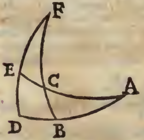
SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum anguli non recti quæſito lateri adiacentis, ita ſecans alterius anguli non recti ad aliud, reperietur ſecans arcus huic poſteriori angulo oppoſiti, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur ex ipſis tertius arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate propoſ. 43. oſtendimus: Vel certe ex inuento alterutro arcu, & angulo dato, qui ei opponitur, vt in problemate 3. propoſ. 41. diximus.

NVM vero duo arcus quæſiti circa angulum rectum minores quadrante ſint, maioresve, ſciemus, vt in problemate 1. propoſ. 42. docuimus.

THEOR. 51. PROPOS. 53.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante minores ſint: ſinus totus ad ſinum complementi vtriusvis arcuum circa angulum rectum habet eandem proportionē, quam ſecans arcus recto angulo oppoſiti ad ſecantem reliqui arcus.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus B C, vt eſt ſecans arcus A C, ad ſecantem arcus A B. Facta namque conſtructione figuræ, vt in propoſ. 45. erit B F, quadrans; C E, B D, ad D F, perpendiculares, vt ibi eſt demonſtratum. Quia ergo in ſphæra duo circuli maximi B F, D F, ſe mutuo ſecant in F, ductiq; ſunt ex punctis B, C, ad D F, perpendiculares arcus B D, C E; erit, vt ſinus totus quadrantis B F, ad ſecantem complementi arcus C E, hoc eſt, ad ſecantem arcus A C, ita ſinus arcus F C, qui complementum eſt arcus B C, ad ſecantem complementi arcus B D, hoc eſt, ad ſecantem arcus A B: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus B C, ita ſecans arcus A C, ad ſecantem



Theor. 8. ſcholij 40. huius.

arcus

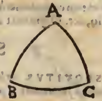
arcus A B. Simili modo oſtendemus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus A B, vt eſt ſecans arcus A C, ad ſecantem arcus B C, ſi nimirum figura paulo aliter conſtruatur. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

SEQVENS *problema ex hoc theoremate colligitur.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inueſtigare tertium arcum, cum duobus angulis non rectis.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A B, *vnà cum arcu* A C. *Dico dari quoque arcum* B C, *cum angulis* A. B. *Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus* A C, *ita ſecans arcus* A B, *ad ſecantem arcus* B C: 53. huius.



S I *fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi dati arcus circa angulum rectum, ita ſecans arcus angulo recto oppoſiti ad aliud, producetur ſecans tertij arcus, qui inquiritur. Hinc ex duobus arcubus circa rectum angulum cognitis, vterlibet angulorum non rectorum cognoſcetur, vt in 5. problemate ſcholij propoſ. 44. vel in problemate ſcholij propoſ. 48. docuimus.* Praxis.

V T R V M *vero quæſitus arcus* B C, *ſit quadrante maior, minorve, diſcemus ex datis duobus arcubus, vt ad finem problematis ſcholij 1. propoſ. 43. traditum eſt.*

THEOR. 52. PROPOS. 54.

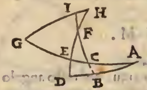
IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum vtriuſlibet angulorum non rectorum proportionem habet eandem, quam ſecans complementi arcus illi angulo oppoſiti ad ſecantem complementi arcus recto angulo oppoſiti.

IN triangulo A B C, cuius arcus omnes ſint minores quadrante, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli A, vt eſt ſecans complementi arcus B C, ad ſecantem complementi arcus A C. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 47. erit angulus I, rectus, vt in propoſ. 52. monſtratum eſt; necnon & angulus G. Item G H, E H, D F, B F, A E, quadrantes, vt ex demonſtratis in propoſ. 45. & 47. conſtat. Quia igitur in ſphæra

duo

duo circuli maximi E H, G H, ſe mutuo ſecant in H, & ex punctis E, F, arcus E H, ad arcum G H, ducti ſunt arcus perpendiculares E G, F I; erit, vt ſinus totus quadrantis E H, ad ſecantē complementi arcus F I, hoc eſt, ad ſecātem arcus C F, qui complementum etiam eſt arcus B C, ita ſinus arcus F H, hoc eſt, arcus D E, (eſt enim arcus F H, arcui D E, æqualis, ob quadrantes E H, D F, æquales) qui arcus eſt anguli A, ad ſecantem complementi arcus E G, id eſt, ad ſecantem arcus E C, qui complementum quoque eſt arcus A C: Et permutādo, vt ſinus totus ad ſinum arcus D E, hoc eſt, anguli A, ita ſecans complementi arcus B C, ad ſecantem complementi arcus A C. Non ſecus oſtendemus, ſi aliter figura conſtruatur, ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli C, vt eſt ſecans complementi arcus A B, ad ſecantem complementi arcus A C. In omni igitur triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 8. ſcholij 40. huius.



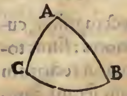
SCHOLIVM.

SEQVITVR *ex hoc theoremate ſequens problema, quod aliter etiam abſoluimus in problemate 3. propoſ. 41.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato vtrolibet angulorum non rectorum, cum arcu oppoſito, inueſtigare arcum recto angulo oppoſitum, vnà cum tertio arcu, & reliquo angulo non recto: dummodo conſtet; num arcus angulo recto oppoſitus ſit maior quadrante, minorve: aut an alter angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve.

IN triangulo A B C, *rectum habente angulum* C, *datus ſit angulus* B, *cum arcu* A C. *Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcu* B C, *& angulo* A. *Cum namque ſit, vt ſinus totus ad ſinum anguli* B, *dati, ita ſecans complementi arcus dati* A C, *ad ſecantem complementi arcus* A B:

54. huius.



Praxis.

SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum dati anguli, ita ſecans complementi dati arcus ad aliud, producetur ſecans complementi arcus recto angulo oppoſiti, qui inquiritur. Ex arcubus vero A B, A C, cognitis notus fiet tertius arcus B C, ex problemate propoſ. 43. Item ex arcubus A B, B C, notis cognitus fiet angulus A, ex problemate 1. propoſ. 41.

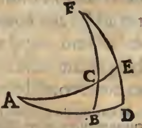
OPORTET *autem hic conſtare, num arcus quæſitus* A B, *ſit quadrante maior, an minor? Vel an reliquus angulus non rectus* A, *ſit acutus, obtuſusve, alioquin neſciremus, qualis arcus pro* A B, *aſſumendus ſit, cum poſſit eſſe maior quadrante, vel minor, vt perſpicuum eſt. Id quod ad problema 3. propoſ. 41. monuimus: Vbi etiam Copernici, atque Ioan. Regiom. errorem aperuimus.*

THEOR.

THEOR. 53. PROPOS. 55.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus minores quadrante ſint: ſinus totus ad ſinum arcus recto angulo oppoſiti eandem proportionem habet, quam ſecans complementi vtriuſlibet arcuum circa angulum rectum ad ſecãtem complementi anguli huic arcui oppoſiti.

IN ſphærico triangulo A B C, cuius omnes arcus ſint minores quadrante, angulus B, rectus ſit. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum arcus A C, vt eſt ſecans complementi arcus B C, ad ſecantem complementi anguli A, arcui B C, oppoſiti. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 45. erit A E, quadrans; D E, arcus anguli A, & E F, eius complementum; atque C F, complementum arcus B C, vt ibi demonſtratum eſt. Quia ergo in ſphæra duo maximi circuli A E, A D, ſe interſecant in A, & ex punctis C, E, arcus A E, ad arcum A D, ducti ſunt perpendiculares arcus C B, E D; erit vt ſinus totus quadrantis A E, ad ſecantem complementi arcus C B, hoc eſt, ad ſecantem arcus C F, ita ſinus arcus A C, ad ſecantem complementi arcus D E, ſiue anguli A, id eſt, ad ſecantem arcus E F: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus A C, ita ſecans complementi arcus B C, ad ſecantem complementi anguli A. Pari ratione, ſi aliter figura extruatur, erit, vt ſinus totus ad ſinum arcus A C, ita ſecans complementi arcus A B, ad ſecantem complementi anguli C. Quare in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum.



Theor. 8. ſcholij. 40. huius.

SCHOLIVM.

EX his ſequens problema diſſoluemus, quod alio quoque modo in problemate 1. propoſ. 41. abſolutum fuit.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppoſitum, cum reliquo arcu, & angulo.

IN triangulo A B C, cuius rectus angulus C, datus ſit tam arcus A B, quam A C. Dico dari quoque angulum B, vnà cum arcu B C, & angulo A. Quia enim eſt, vt ſinus totus ad ſinum arcus A B, ita ſecans complementi arcus A C, ad ſecantem complementi anguli B: 55. huius.

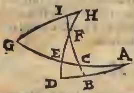
Praxis. *SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſecans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, producetur ſecans complementi anguli quæſiti, qui dicto arcui opponitur. Iam ex datis duobus arcubus tertium inueniemus, vt in problemate propoſ. 43. vel in problemate propoſ. 53. tradidimus. Item ex arcu, qui recto angulo opponitur, & hoc arcu inuento, reperiemus reliquum angulum huic inuento arcui oppoſitum, vt dictum eſt in hoc problemate, vel certe, vt in problemate 1. propoſ. 41. oſtendimus.*

AN vero quæſitus angulus B, acutus ſit, an obtuſus, docebit arcus A C, circa angulum rectum datus, vt in problemate 1. propoſ. 41. præcepimus.

THEOR. 54. PROPOS. 56.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius arcus ſint omnes quadrante minores: ſinus totus ad ſinum complementi vtriuſlibet arcuum circa rectum angulum eandem proportionem habet, quam ſecans anguli huic arcui oppoſiti ad ſecantem complementi reliqui anguli non recti.

IN triangulo ſphærico A B C, angulum B, rectum habente, ſint omnes arcus quadrante minores. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinũ complementi arcus B C, vt eſt ſecans anguli non recti A, ad ſecantem complementi anguli C. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 47. erunt anguli G, E, recti, & arcus B F, D F, C I, E H, G H, quadrantes, & D E, arcus anguli A, & G I, arcus anguli C, vt ex demõſtratis in propoſ. 45. & 47. liquet.



Theor. 8. ſcholij 40. huius. Igitur quia duo maximi in ſphæra circuli C G, C I, ſe in C, interſecant, ductiq; ſunt ex punctis F, I, arcus C I, ad arcum C G, arcus perpendiculares F E, I G; erit, vt ſinus totus quadrantis C I, ad ſecantem complementi arcus F E, hoc eſt, ad ſecantem arcus D E, anguli A, ita ſinus arcus C F, qui complementum eſt arcus B C, ad ſecantem complementi arcus G I, anguli C: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus B C, ita ſecans anguli A, ad ſecantem complementi anguli C. Non ſecus oſtendemus, ſi aliter conſtruatur figura, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus A B, vt eſt ſecans anguli C, ad ſecantem complementi anguli A. Quapropter in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.

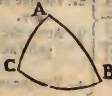
SCHOLIVM.

INFERTVR *hinc problema huiuſmodi.*

IN

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato vtrouis arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto oppoſito, inquirere reliquum angulum non rectum, & inſuper reliquos duos arcus: modo conſtet, an quæſitus angulus ſit acutus, obtuſusve: Vel certe, an alter arcus circa angulum rectum ſit minor quadrante, an maior.

IN triangulo ABC, angulum C, rectum habente, datus ſit arcus AC, cum angulo B. Dico dari quoque angulum A, cum arcubus BC, AB. Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus AC, dati, ita ſecans anguli dati B, ad ſecantem complementi anguli A: 56. huius.



SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus dati, ita ſecans dati anguli ad aliud, reperietur ſecans complementi anguli alterius non recti. Hinc ex duobus angulis non rectis notis inueſtigabitur arcus recto oppoſitus angulo, vt in problemate propoſ. 50. monſtrauimus, ac proinde & reliquus arcus, ex arcu, qui recto angulo opponitur, & ex noto angulo, qui reliquo arcui opponitur, vt in problemate 2. propoſ. 41. diximus. Praxis.

OPORTET autem conſtare, an reliquus angulus non rectus, qui quæritur, ſit acutus, obtuſusve: vel, an reliquus arcus circa angulum rectum ſit minor, aut maior quadrante, vt ad calcem problematis 2. propoſ. 42. monuimus, vbi errorem etiam Nicolai Copernici deteximus.

QVONIAM vero abſolutus iam eſt triangulorum ſphæricorum rectangulorum calculus, libet hoc loco omnia problemata hactenus explicata in tabulam quandam referre, vt facilius quilibet id, quod maxime ſcire deſiderat, poſsit inuenire. Itaque cum in omni triangulo ſphærico rectangulo id, quod primo loco quæritur, ſit vel arcus recto angulo oppoſitus, vel vterlibet arcuum circa rectum angulum, vel denique alteruter angulorum non rectorum, (quamuis eo, quod potiſsimum quæritur, inuento, cætera quoque reperiantur, vt ad praxes ſingulorum problematum monuimus) trimembrem tabulam, pro numero quæſitorum, confecimus, appoſuimuſque problemata propoſitionum, in quibus inuentiones quæſitorum demonſtratæ ſunt.

Sequuntur problemata ſuperiorum propoſitionum in trimembrem tabellam digeſta.

Inuentio arcus recto angulo oppoſiti.

Quando datur

1. Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei oppoſitus.	Probl. 3. propoſ. 41. (& Probl. propoſ. 54.
2. Vterque arcus circa angulum rectum.	Probl. propoſ. 43.
3. Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei adiacens.	Probl. 1. propoſ. 45. (& Probl. propoſ. 46.
4. Vterque angulus non rectus.	Probl. propoſ. 50.

Inuentio arcus vtriuſlibet circa angulum rectum.

Quando datur

1. Arcus recto angulo oppoſitus: Et angulus non rectus quęſito arcui oppoſitus.	Probl. 2. propoſ. 41.
2. Vterq; angulus non rectus.	Probl. 1. propoſ. 42. (& Probl. propoſ. 52.
3. Arcus recto angulo oppoſitus: Et alter arcus circa rectum angulum.	Probl. ꝓpoſ. 43. & 53.
4. Arcus alter circa angulum rectum: Et vteruis angulorum non rectorum.	Probl. 1. propoſ. 44.
5. Arcus recto angulo oppoſitus: Et angulus non rectus quæſito arcui adiacens.	Probl. 3. propoſ. 45.
6. Arcus alter circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus ei oppoſitus.	Probl. propoſ. 49. (& Probl. 1. ꝓpoſ. 44.

Inuentio anguli non recti vtriusvis.

Quando datur	1. Arcus recto angulo oppoſitus: Et arcus circa angulum rectum quęſito angulo oppoſitus.	Probl 1. propoſ. 41. & Probl. propoſ. 55.
	2. Arcus circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus.	Probl. 2. propoſ. 42.
	3. Vterq; arcus circa rectum angulum.	Probl. 2. propoſ. 44. & Probl. propoſ. 48.
	4. Arcus recto angulo oppoſitus: Et arcus circa rectum angulum quęſito angulo adiacens.	Probl. 2. propoſ. 45. & Probl. propoſ. 51.
	5. Arcus recto angulo oppoſitus: Et alter angulus non rectus.	Probl. propoſ. 47.
	6. Arcus circa angulum rectum quæſito angulo adiacens: Et alter angulus non rectus huic arcui oppoſitus:	Probl. propoſ. 56. & Probl. 2. propoſ. 42.

SED quia hactenus de eo ſolum triangulo rectangulo egimus, cuius nullus arcuum quadrans eſt, doceamus breuiter, (rem quidem cuilibet perfacilem ex demonſtratis) quo pacto nos gerere debeamus in eo, quod duos ſaltem arcus habet quadrantes, & duos angulos rectos. Nullum enim triangulum eſſe poteſt rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus ſit quadrans, ſed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres quadrantes erunt, vel duo, &c. Sit ergo triangulum ſphæricum A B C, *in quo angulus* B, *ponatur rectus, & arcus* A B, *circa angulum rectum quadrans. Hoc poſito, erit & arcus* A C, *recto angulo oppoſitus, quadrans. Quare cum duo arcus* A B, A C, *quadrantes ſint, erunt duo anguli* B, C, *recti; ac propterea* A, *polus erit arcus* B C; *&* B C, *arcus anguli* A, *ex definitione 6. Igitur ſi datus ſit tertius angulus* A, *datus etiam erit tertius arcus* B C: *Et contra, ſi datus ſit tertius arcus* B C, *datus quoque erit tertius angulus* A. *Eodem modo, ſi alter arcus* B C, *circa angulum rectum quadrans ponatur, oſtendemus & arcum* A C, *recto angulo oppoſitum quadrantem eſſe, & angulum* A, *rectum. Si ergo detur tertius angulus* C, *dabitur quoque tertius arcus* A B, *& contra, vt prius. Quòd ſi quantitas tertij anguli, aut arcus data non fuerit, nihil certi colligi poterit, licet duo alij anguli recti ſint,*

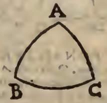
Quid agendũ in triangulo rectangulo, ſ quo quadrãtes ſunt.

Coroll. 38. huius.

35. huius.

25. huius.

Coroll. 26. huius.



duoque arcus illis oppoſiti, quadrantes, vt manifeſtum eſt.

36. huius. PONATVR *iam arcus* A C, *recto angulo* B, *oppoſitus quadrans. Quo poſito, erit & alter ſaltem arcuum* A B, B C, *circa angulum rectum quadrans. Quamobrem reliqua conſequentur, vt proxime demonſtratum eſt.*

26. vel 35. huius. QVOD *ſi quando duo arcus* A B, B C, *circa angulum rectum quadrantes ponantur, erit quoque tertius arcus* A C, *recto angulo oppoſitus, quadrans. Quocirca cum*

Coroll. 25. huius. *omnes arcus quadrantes ſint, erunt omnes anguli recti.*

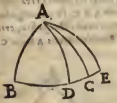
EX *his facile quiuis intelliget, quid agere debeat, quando aliquis arcus in triangulo rectangulo quadrans ponitur: præſertim ſi propoſ. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. attente conſiderentur.*

SEQVITVR *iam, vt calculum triangulorum non rectangulorum tandem exponamus; Verũ prius aliquot theoremata ad hanc rem perutilia demonſtranda ſunt.*

THEOR. 55. PROPOS. 57.

SI in triangulo ſphærico ſupra vnum arcum duo anguli acuti, aut obtuſi conſiſtant; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demiſſus intra triangulum cadit. Si vero duorum angulorum ſupra vnum arcum conſiſtentium vnus ſit acutus, & obtuſus alter; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demiſſus extra triangulum cadit.

IN triangulo ſphærico A B C, ſint duo anguli B, C, ſupra arcum B C, acuti, vel obtuſi. Dico arcum perpendicularem ex A, ad arcum B C, demiſſum cadere intra triangulum, cuiuſmodi eſt arcus A D. Si enim dicatur cadere extra, cadat, ſi fieri poteſt, arcus A E, ad B C, arcum productum perpendicularis extra triangulum, & ponantur primum duo anguli B, C, acuti, ac proinde angulus A C E, obtuſus. Quoniam igitur in triangulo A C E, angulum E, habente rectum, angulus



34. huius. A C E, obtuſus eſt, erit arcus A E, quadrante maior. Rurſus quia in triangulo A B E, habente angulum rectum E, angulus B, acutus eſt, erit arcus A E,

34. huius. quadrante minor: Sed & quadrante maior oſtenſus eſt; quod eſt abſurdum.

PONANTVR deinde anguli B, C, obtuſi, atque adeo angulus A C E, acutus. Quia ergo in triangulo A C E, habente rectum angulum E, angulus

34. huius. A C E, acutus eſt, erit arcus A E, minor quadrante. Rurſus quoniam in triangulo A B E, rectum habente E, angulum, angulus B, obtuſus eſt, erit arcus

34. huius. A E, quadrante maior: Sed & quadrante minor oſtenſus eſt; quod eſt abſurdum. Non cadit ergo arcus perpendicularis extra triangulum: ſed neque cum

altero

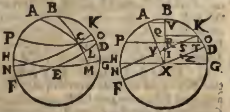
altero arcuum A B, A C, coincidet, quòd neuter angulorum B, C, ponatur rectus. Cadit ergo intra triangulum.

IAM vero ponatur in eodem triangulo A B C, angulus B, acutus, & C, obtuſus. Dico perpendicularem arcum ex A, ad arcum B C, demiſſum extra triangulum cadere, cuiuſmodi eſt arcus A E. Nam ſi intra dicatur cadere, cadat, ſi fieri poteſt, arcus A D, ad B C, perpendicularis intra triangulum. Itaque quia in triangulo A C D, angulum rectum habente D, angulus C, obtuſus eſt, erit arcus A D, maior quadrante. Rurſus cum in triangulo A B D, rectum habente angulum D, angulus B, acutus eſt, erit arcus A D, quadrante minor: Sed & quadrante oſtenſus eſt maior; quod eſt abſurdum. Arcus ergo perpendicularis non cadit intra triangulum; ſed neque cum altero arcuum A B, A C, coincidit, cum neuter angulorum B, C, rectus ponatur. Cadit ergo extra triangulum. Quapropter, ſi in triangulo ſphærico ſupra vnum arcum duo anguli acuti, &c. Quod erat demonſtrandum. 34. huius. 34. huius.

THEOR. 56. PROPOS. 58.

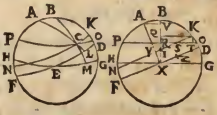
IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales; quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis duorum arcuum inęqualium contentum, eandem proportionem habet, quam ſinus verſus anguli à dictis arcubus comprehenſi ad differentiam duorum ſinuum verſorum, quorum vnus differentiæ eorundem arcuum debetur, alter vero tertio arcui, qui prædicto angulo oppoſitus eſt, reſpondet.

IN triangulo ſphærico A B C, ſint duo arcus A B, A C, inęquales, ille minor, & hic maior. Dico ita eſſe quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis arcuum A B, A C, contentum, vt eſt ſinus verſus anguli A, ad differentiam inter ſinum verſum arcus, quo arcus A B, A C, inter ſe differunt, & ſinum verſum arcus B C. Cuius rei demonſtrationem, vt clarior fiat, & generalior, in quindecim caſus diuidemus.



1. SINT omnes tres arcus quadrante minores. Compleatur minoris arcus A B, circulus A B D G H, productisq; arcubus A C, B C, fiant quadrantes A I, B M; & polis A, B, interuallis autem quadrantum A L, B M, circuli maximi deſcribantur D L E F, G M E H: Et eiſdem polis, interuallis 1. caſus.

uallis autem A C, B C, circuli non maximi delineentur K C N, O C P, qui ſi-
2.2.Theod. lis maximis paralleli erunt: & tam hi, quam illi ad circulum A B D G H, re-
15.1.Theo. cti erunt, cum ille per horũ polos trãſiens ad ipſos ſit rectus. Poſt hæc, vt con-
fuſio vitetur, in circulo A B D G H, ſeorſum deſcripto ſint communes ſectio-
nes ipſius, & circulorum ex polis A, B, deſcriptorum, nempe D F, G H, com-
munes ſectiones ipſius, & maximorum circulorum D L E F, G M E H, quæ
ipſorum diametri erunt ſeſe in centro ſphæræ X, interſecantes: At K N, O P,
communes ſectiones eiuſdem, & circulorum K C N, O C P, ſe interſecantes
16.vndec. in S; quæ ipſis D F, G H, parallelæ erunt; & diametri circulorum K C N,
O C P; quod maximus circulus A B D G H, per eorum polos tranſiens eos
15.1Theod. bifariam ſecet, nimirum per eorum diametros. Ducantur quoque ſemidiame-
tri A X, ſecans K N, in Y; & B X, ſecans K N, O P, in I, R. Eruntque ſemi-
Schol. 10. 1. Theod. diametri A X, B X, perpendiculares ad circulos per D F, K N, G H, O P,



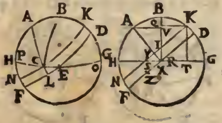
ductos; cum ab eorum polis A,
B, ducantur per X, ſphæræ cen-
trum: ac proinde anguli ad Y, &
R, recti erunt, ex defin. 3. lib. 11.
Eucl. Ducantur denique ad B X,
O P, perpendiculares A V, K Q,
K T. Erit igitur, per ea, quæ in
tractatione ſinuum ſcripſimus,
A V, ſinus rectus arcus A B; &
K Y, ſinus rectus arcus A K, hoc
eſt, arcus A C, cum arcus A K,
A C, ex defin. poli, æquales ſint, vt in primo circulo apparet. B R, erit ſinus
verſus arcus B O, id eſt, arcus B C, cum arcus B O, B C, æquales ſint, ex defin.
poli. B Q, ſinus verſus erit arcus B K, qui differentia eſt arcuum inæqualium
A B, A C, propterea quod, ex defin. poli, arcus AK, arcum A B, arcu B Q, ſupe-
rans, æqualis eſt arcui A C: ac proinde Q R, vel K T, differentia erit inter B R,
ſinum verſum tertij arcus B C, & B Q, ſinum verſum differentiæ arcuum inæ-
qualium A B, A C, hoc eſt, ſinum verſum arcus B K. Poſtremo erit K S, ſinus
verſus arcus K C, in circulo non maximo K C N, cum recta ex C, in commu-
nes ſectiones circulorum K C N, O C P, cum circulo A B D G H, hoc eſt, in
punctum S, cadens, (quæ quidem ad circulũ A B D G H, recta eſt, vtpote com-
19.vndec. munis ſectio circulorum K C N, O C P, ad eundem circulum A B D G H, re-
ctorum) ſinus rectus ſit eiuſdem arcus K C. Sumatur quoque D Z, ſinus ver-
10.2.Theo. ſus arcus D L, hoc eſt, anguli A, qui quidem arcus arcui K C, ſimilis eſt. De-
monſtrandum igitur eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, hoc eſt, rectangulum
ſub D X, X A, contentum, ad rectangulum ſub ſinubus rectis A V, K Y, ar-
cuum A B, A C, contentum, vt eſt ſinus verſus D Z, anguli A, ad K T, dif-
ferentiam inter B R, ſinum verſum arcus B C, & B Q, ſinum verſum arcus B K,
differentiæ arcuum inæqualium A B, A C. quod ita fiet,

15. primi. QVONIAM angulus X I Y, angulo R I S, æqualis eſt, & angulus re-
32.primi. ctus Y, angulo recto R; erit reliquus angulus I X Y, trianguli I X Y, reliquo
angulo I S R, trianguli I S R, æqualis, hoc eſt, angulo ad verticem K S T.
Cum ergo & angulus rectus V, recto angulo T, æqualis ſit, erit & reliquus
angulus X A V, trianguli X A V, reliquo angulo S K T, trianguli S K T,
4. ſexti. æqualis. Quam ob rem erit, vt X A, ad A V, ita S K, ad K T. Rurſus quia D Z,
K S,

K S, ſinus verſi ſunt arcuum ſimilium D L, K C; erit, vt D X, ad K Y, ſinus totus ad ſinum totum, ita D Z, ad K S, per lemma propoſ. 1. noſtræ Gnomonices. Quia vero proportio rectanguli ſub D X, X A, ad rectangulum ſub K Y, A V, componitur ex proportione D X, ad K Y, hoc eſt, D Z, ad K S, & ex proportione X A, ad A V: Et proportio D Z, ad K T, componitur ex eiſdẽ proportionibus, nempe (poſita media recta K S) ex proportione D Z, ad K S, & ex proportione K S, ad K T, hoc eſt, ex proportione X A, ad A V; erit, vt rectangulum ſub D X, X A, id eſt, quadratum ſinus totius, ad rectangulum ſub K Y, A V, ſinubus rectis arcuum inæqualium A C, A B, ita D Z, ſinus verſus anguli A, ad K T, differentiam inter B R, ſinum verſum arcus B C, angulo A, oppoſiti, & B Q, ſinum verſum differentiæ arcuum inæqualium A C, A B. Quod eſt propoſitum. 13. ſexti.

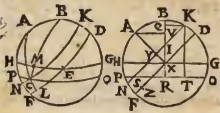
2. SINT duo arcus inæquales A B, A C, quadrante quidem minores, at B C, quadrans. Compleatur minoris arcus A B, circulus A B D G H, & producto arcu A C, vt fiat quadrans A L, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B C, circuli maximi D E L F, G E C H: Item ex polo A, ad interuallum A C, circulus non maximus K C N, qui ipſi D E L F, parallelus erit, ſecabitque circulus A B D G H, circulos D E L F, G E C H, K C N, ad angulos rectos, & bifariam: ac proinde horum cum illo communes ſectiones D F, G H, K N, diametri eorum erunt, & D F, G H, ſe in X, centro ſphæræ interſecabunt, parallelæque erunt D F, K N. Reliqua fiant, vt in præcedenti caſu, niſi quòd hic punctum R, idem eſt, quod X, propterea quòd circulus O C P, à circulo G E H, atq; adeo recta O R P, à recta G H, non differt. Erit, vt prius, A V, ſinus rectus arcus A B; & K Y, ſinus rectus arcus A K, hoc eſt, arcus A C, ipſi A K, ex defin. poli, æqualis. Item B R, ſinus verſus erit arcus B G, id eſt, arcus B C, ipſi B G, æqualis. At B Q, ſinus erit verſus arcus B K, differentiæ arcuum A B, A C; ideoq; Q R, vel K T, differentia erit inter ſinus verſos B R, B Q, arcuum B C, B K. Deniq; K S, erit ſinus verſus arcus K C. Sumpto ergo D Z, ſinu verſo arcus D L, hoc eſt, anguli A, demonſtrandum eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt ſinus verſus D Z, anguli A, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K. quod quidem demonſtrabitur, vt in præcedenti caſu, niſi quod triangulum X A V, oſtendetur hic æquiangulum eſſe triangulo S K T, ex eo quòd angulus I X Y, angulo Y S X, æqualis eſt, propterea quòd triangula I X Y, Y S X, ſimilia ſunt inter ſe. Hinc enim fit, rectangula triangula X A V, S K T, inter ſe omnino æquiangula eſſe.

2. caſus. 2.2.Theo. 15.1.Theod. 16. vndec. 8. ſexti.



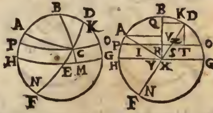
3. SINT rurſus A B, A C, quadrante minores, at B C, maior. Compleatur minoris arcus A B, circulus, & ex B C, abſcindatur quadrans B M, producaturq; A C, vt fiat quadrans A L. Reliqua conſtruantur, vt in primo caſu. Erunt hic ſinus, vt ibi. Demonſtrandum ergo eſt, ita eſſe quadratũ ſinus totius, 3. caſus.

totius, nempe rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt ſinus verſus D Z, anguli A, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K. quod quidem oſtendetur, vt in primo caſu, niſi quòd triangulũ X A V, oſtendemus hic triangulo S k T, æquiangulum eſſe, ex eo, quòd angulus X I Y, angulo S K T,



29. primi. externus interno, æqualis eſt. Hinc enim efficitur, in triangulis rectangulis X I Y, S k T, reliquos angulos I X Y, k S T, æquales eſſe; atq; idcirco rectangula triangula X A V, S k T, eſſe æquiangula.

4. caſus. 4. SIT arcus A C, quadrans, atque adeo A B, quadrante minor; ſtatuatur quoque B C, minor quadrante. Completo circulo A B D G H, minoris arcus A B; productoq; arcu B C, vt fiat quadrans B M, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum AC, B M, circuli maximi D C E F, G M E H: Item ex polo B, ad interuallum arcus B C, circulus non maximus O C P. Reliqua conſtruantur, vt in primo caſu, niſi quòd hic duo circuli paralleli D E F, k C N, inter ſe non differunt, propter quadrantem A C. Ex quo fit, rectas D F, k N,



inter ſe quoq; non differre. quod etiam de ſinubus verſis kS, DZ, dicendum eſt. Alij ſinus ſunt, vt prius. Iam verò, ita eſſe quadratum ſinus totius, ſiue rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, kV, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus K C, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K, oſtendemus, vt in primo caſu; excepto, quod hic triangulum X A V, triangulo S k T, æquiangulum eſſe demonſtrabimus, ex eo, quòd angulus A X V, angulo Y S R, æqualis eſt, (pro-

8. ſexti. pterea quod triangula I X R, R S Y, ſimilia ſunt) atque adeo angulo K S T, Hinc enim fit, rectangula triangula X A V, S k T, eſſe ęquiangula.

5. caſus. 5. SIT rurſus A C, quadrans, proptereaq; A B, quadrante minor, ſed B C, ponatur quoque quadrans. Completo circulo A B D G H, minoris arcus A B, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantũ A C, B C, circuli maximi D C F, G C H, & reliqua fiant, vt prius, niſi quod hic circuli k N, O P, non maximi à maximis D F, G H, non differunt, &c. Demonſtrandum igitur eſt, ita eſſe quadratum ſinus

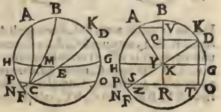


totius, hoc eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, k Y, ſinubus

nubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A; ſeu arcus k C, ad k T, differentiam ſinuum verſorum B Y, B Q, quorum ille arcui BC, hic autem arcui B k, debetur. quod quidem oſtendemus, vt in primo caſu. Solum triangulum X A V, ita demonſtrabitur. triangulo S k T, æquiangulum. Quoniam anguli D S A, B S H, recti ſunt, cum A S, B S, axes ſint circulorum D F, G H; erunt, dempto communi A S B, reliqui D S B, A S H, æquales: ſed ille angulo alterno S k T, & hic alterno angulo X A V, æqualis eſt. 29.primi. Igitur & anguli S k T, X A V, æquales erunt: ac proinde triangula rectangula X A V, S k T, æquiangula erunt.

6. SIT adhuc A C, quadrans, ideoq; A B, minor quadrante, ſed B C, quadrante ſtatuatur maior. Completo circulo A B D G H, arcus minoris A B; & ex B C, abſciſſo quadrante B M, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A C, B M, maximi circuli D E F, G E H: Item ex polo B, ad interuallum B C, circulus non maximus O C P, qui ipſi G E H, parallelus erit. Reliqua fiant, vt prius, niſi quòd hic inter ſe non differũt circuli D F, k N, &c. Iam demonſtrabimus, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, k Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſeu arcus D C, ad k T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B k. Verum triangulum X A V, triangulo S k T, æquiangulum eſſe, ita monſtrabimus. Cum anguli recti ſint A X k, B X G, reliqui æquales erunt A X V, k X G: ſed hic æqualis eſt oppoſito, & interno T S k. Igitur & angulus A X B, angulo T S k, æqualis erit: atque adeo rectangula triangula X A V, S K T, æquiangula erunt.

6. caſus.

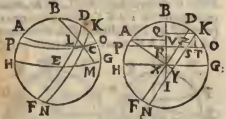


1.1.Theod.

29.primi.

7. SIT arcus A C, quadrante maior, & A B, B C, quadrante minores. Completo circulo A B D G H, & abſciſſo quadrante A L, ex A C, productóque arcu B C, vt fiat quadrans B M, fiant reliqua omnia, vt in primo caſu. Demonſtrabimus enim, vt ibi, ita eſſe quadratum ſinus totius, ſiue rectangulũ ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, k Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus D L, ad k T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K: ſed triangulum A X V, ita probabitur æquiangulum eſſe triangulo S K T. Angulus K S T, angulo I S R, æqualis eſt. Igitur in triangulis rectangulis S k T, 15. primi. I S R, reliqui anguli S k T, S I R, æquales erunt; ac proinde & in rectangulis triangulis S K T, X I Y, reliqui anguli K S T, I X Y, æquales erunt. Cum ergo angulus I X Y, angulo A X V, æqualis ſit, erit quoq; k S T, eidem A X V, 15.primi.

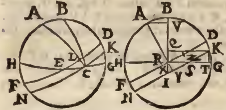
7. caſus.



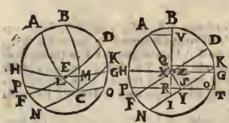
Kkk æqua-

æqualis; proptereaq́; in triangulis rectangulis S K T, X A V, reliqui anguli S K T, X A V, æquales erunt.

8. caſus. 8. SIT adhuc A C, quadrante maior, & A B, minor quadrante, ſed B C, quadrans. Completo circulo A B D G H, & abſciſſo quadrante A L, ex A C, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B C, maximi circuli D E F, G E H: Item ex polo A, ad interuallum A C, circulus nõ maximus K C N, & alia fiãt, vt in primo caſu. Demonſtrabitur, vt ibi, ita eſſe quadratum ſinus totius, nimirum rectãgulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus arcus D L, ſiue anguli A, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K: ſi tamen triangula X A V, S K T, oſtendamus æquiangula eſſe, vt in ſeptimo caſu.

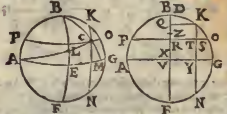


9. caſus. 9. SIT rurſus A C, maior quadrante, & A B, quadrante minor, ſed B C, maior etiam quadrante. Completo circulo A B D G H, & abſciſsis quadrantibus A L, B M, ex A C, B C, reliqua conſtruantur, vt in primo caſu. Nam, vt ibi, ita hic demonſtrabitur, ita eſſe quadratum ſinus totius, rectangulum videlicet ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus arcus D L, ſiue anguli A, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K. Sed triangula X A V, S K T, eſſe æquiangula, ita confirmabitur.



15. primi. Angulus K S T, angulo I S R, æqualis eſt. Igitur in rectangulis triangulis S K T, S I R, & reliqui anguli S K T, S I R, æquales erunt; ac proinde in triangulis rectangulis S K T, I X Y, reliqui quoque anguli K S T, I X Y, hoc eſt, A X V,
15. primi. (cum hic ipſi I X Y, ſit æqualis) inter ſe æquales erunt. Quare & reliqui anguli S K T, X A V, in triangulis rectangulis S K T, X A V, erunt æquales.

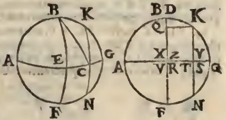
10. caſus. 10. SIT arcus A C, maior quadrante, & A B, quadrans, at B C, quadrante minor. Completo circulo A B G F, abſciſſoque quadrante A L, ex A C, & producto B C, vt fiat quadrans B M, deſcribãtur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B M, circuli maximi B L E F, A E M G,



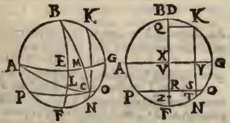
Coroll. 16. 1. Theod. incedetq́; ille per punctum B, & hic per punctum A, ob quadrantem A B; propterea quòd maximus circulus à polo abeſt quadrante maximi circuli. Item ex eiſdem

ex eiſdem polis A, B, ad interualla A C, B C, delineentur circuli non maximi K C N, O C P, qui prioribus erunt paralleli. Deſcriptis deinde in alio circulo communibus ſectionibus horum circulorum cum circulo A B G F, quæ inter ſe parallelę erunt, ſeſeq́; ad angulos rectos ſecabunt; (Nam A X, ex A, polo circuli B F, in ſphæræ centrum X, cadens ad ipſum circulum recta eſt; ac propterea, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. anguli ad X, recti erunt. Ex quo fit, etiam angulos ad R, S, Y, rectos eſſe, ob parallelas lineas B F, K N, & A G, O P.) erit A V, ſinus rectus quadrantis A B; K Y, ſinus rectus arcus A C, ſiue arcus A K, illi, ex defin. poli, æqualis; B R, ſinus verſus arcus B C, ſeu arcus B O, illi, ex poſt defin. æqualis; B Q, (ducta K Q, ad B F, perpendiculari) ſinus verſus arcus B K, quo arcus A B, A C, inter ſe differunt; Denique K S, ſinus verſus arcus K C. Itaque ſi ſumatur D Z, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus B L, qui arcui K C, ſimilis eſt, demonſtrabimus, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nempe rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus B L, ad K T, ſiue ad Q R, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K, niſi quòd hic non inueniuntur triangula æquiangula, ſed A V, ab X A, non differt, quemadmodum nec K S, à K T. 2.1.Theod. 16.vndec. Schol.10. 1. Theod. 29.primi.

11. SIT iterum A C, quadrante maior, at tam A B, quam B C, quadrans. Completo circulo A B G F, & reſecto quadrante A E, ex A C, deſcribantur ex polo A, ad interualla A E, A C, circuli B E F, K C N, & ex polo B, ad interuallum B C, circulus A E G, aliaque fiant, vt in præcedenti caſu. Oſtendemus ergo, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, hoc eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus B E, ad K T, ſeu Q R, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K, niſi quod hic nulla adſint æquiangula triangula, quemadmodum nec in præcedenti caſu, atque A V, ab X A, & D Z, à B R, & K S, à K T, non differt. 11. caſus.

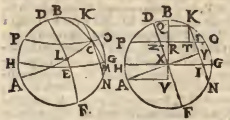


12. SIT arcus A C, quadrante maior, & A B, quadrans, ſed B C, maior etiam quadrante. Completo circulo A B G F, & ablatis quadrantibus A L, B M, ex arcubus A C, B C, deſcribantur circuli ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B M, & arcuum A C, B C, cæteraque fiant, vt in præcedentibus. Erit ergo rurſus, vt in primo caſu demonſtratum eſt, ita quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, 12. caſus.



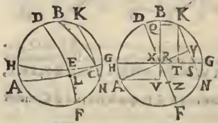
ſinus verſus anguli A, ſiue arcus B L, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K; quamuis nulla hic appareant triangula æquiangula, ſed X A, A V, inter ſe non differant, quemadmodum neque K S, K T.

13. caſus. 13. SINT arcus A C, A B, quadrante maiores, at B C, minor quadrante. Completo circulo A B G F, & reſecto quadrante A L, ex A C, producto item arcu B C, vt fiat quadrans B M, reliqua fiant, vt in ſuperioribus. Demonſtrabimus iam, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nimirum rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſeu arcus D L, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K; niſi quòd triãgulum X A V, triangulo S K T, demonſtrandum eſt



29 primi. eſſe æquiangulum hac ratione. Quoniam angulus K S T, angulo oppoſito, & interno Y I X, æqualis eſt, erit in triangulis rectangulis S K T, I X Y, & reliquus angulus S K T, reliquo angulo I X Y, hoc eſt, angulo oppoſito, & interno V A X, (cum parallelæ ſint A V, G H.) æqualis. Igitur in triangulis rectangulis S K T, X A V, anguli quoque reliqui K S T, A X V, æquales erunt, ac proinde æquiangula erunt triangula S K T, X A V.

14 caſus. 14. SINT rurſum A C, A B, maiores quadrante, at B C, quadrans. Completo circulo A B G F, & abſciſſo quadrante A L, ex A C, necnon deſcriptis circulis D E F, K C N, ex polo A, ad interualla A L, A C, deſcribatur quoq; ex polo B, ad interuallum quadrantis B C, circulus maximus G E H, atq; alia fiant, vt ſupra. Demonſtrandum ergo eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectãgulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, arcuſve D L, ad K T, differentiam inter ſinus verſos B R, B Q, arcuum B C, B K. Quod quidem oſtendemus, vt in primo caſu. Solum triangula S K T, X A V, probãbũtur æquiangula eſſe, hoc mo

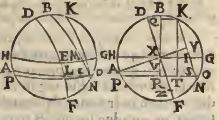


do. Angulus S, communis eſt vtrique triangulo rectangulo S K T, S R Y. Igi-
29 primi. tur angulus reliquus S K T, reliquo angulo S R Y, hoc eſt, angulo oppoſito, & interno V A X, (cum parallelæ ſint A V, G H.) æqualis erit. Quare rectangula triangula S K T, X A V, æquiangula erunt.

15. caſus. 15. SINT poſtremo omnes tres arcus trianguli A B C, quadrante maiores. Completo circulo A B G F, & reſectis quadrantibus A L, B M, ex arcubus A C, B C, fiant omnia alia, vt prius. Oſtendemus non ſecus, ac in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nempe rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſi-

nus

nus verſus anguli A, ſeu arcus D L, ad K T, differentiam inter ſinus verſos B R, B Q, arcuum B C, B K; ſi modo triangula S K T, X A V, æquiangula eſſe concludamus, hac argumẽtatione. Angulus Y I X, æqualis eſt interno & oppoſito K S T. Igitur in triangulis rectangulis S K T, I X Y, reliquus angulus S K T, reliquo angulo I X Y, hoc eſt, angulo interno, & oppoſito X A V, (cum parallelæ ſint A V, G H.) æqualis erit; ac proinde triãgula rectangula S K T, X A V, æquiangula erunt. Quapropter In omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales, &c. Quod demonſtrandum erat. 29. primi.

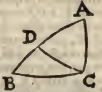


SCHOLIVM. I.

EX omnibus quindecim caſibus huius demonſtrationis liquet, arcum B C, angulo A, ſub arcubus inæqualibus comprehenſo oppoſitum ſemper maiorem eſſe arcu B K, hoc eſt, differentia arcuum inæqualium. In omnibus enim figuris arcus B C, per defin. poli, arcui B O, (vel arcui B G, quando B C, quadrans eſt, vt in caſu 2. 5. 8. 11. & 14.) æqualis eſt. Conſtat autem arcum B O, (vel arcum B H, in dictis quinque caſibus.) maiorem eſſe arcu B K: quod tamen ita eſſe, facile ſequens quoque theorema demonſtrabit.

IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales; arcus reliquus maior eſt arcu, quo inæquales arcus inter ſe differunt.

IN triangulo enim A B C, ſit arcus A B, maior arcu A C, & ex polo A, ad interuallum A C, arcus circuli deſcribatur C D. Erit ergo arcus A D, arcui A C, per defin. poli, æqualis, atque adeo arcus B D, differentia arcuum inæqualium A B, A C. Dico arcum B C, arcu B D, maiorem eſſe. Quoniam enim duo arcus A C, C B, ſimul maiores ſunt arcu A B; ablatis æqualibus arcubus A C, A D, reliquus quoq; C B, reliquo B D, maior erit. Quod eſt propoſitum. 5. huius.



ITAQVE in omni ſphærico triangulo, cuius duo arcus inæquales ſint, ſinus verſus reliqui arcus ſemper maior eſt ſinu verſo differentiæ arcuum inæqualium. Cum enim arcus ille reliquus oſtenſus ſit maior, quam ea differentia, maior autem arcus habeat ſemper maiorem ſinum verſum, vt ex tractatione ſinuum conſtat, perſpicuum ſit, reliqui arcus ſinum verſum maiorem eſſe ſinu verſo differentiæ arcuum inæqualium.

In triangulo ſphærico duorum arcuum inæqualium, ſinus verſus tertij arcus maior eſt ſinu verſo differentiæ arcuum inæqualiũ.

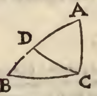
HOC idcirco dixerim, vt rationem videas, quare in praxi propoſ. 64. differentia inter ſinus verſos, quorum vnus reliquo tertio arcui, alter vero differentiæ inæqualium arcuum debetur, adijcienda præcipiatur ſinui verſo differentiæ arcuum inæqualium, vt componatur ſinus verſus reliqui tertij arcus, nunquam autem detrahenda à ſinu verſo dicta differentia, vt ſinus verſus reliqui arcus relinquatur.

CAETE-

SCHOLIVM. II.

CAETERVM *ex hac propoſ. 58. colligemus ſequens theorema ad calculum triangulorum ſphæricorum non rectangulorum perutile, videlicet.*

IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales: ſinus totus ad quantitatem, quæ ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium quarto loco proportionalis eſt, eandem proportionem habet, quam ſinus verſus anguli ſub dictis arcubus comprehenſi ad differentiam inter ſinum verſum reliqui tertij arcus, & ſinum verſum arcus, quo duo inæquales arcus inter ſe differunt.



IN *triangulo ſphærico* A B C, *proxime antecedenti ſit arcus* A B, *maior arcu* A C, *& ex polo* A, *ad interuallum* A C, *deſcribatur arcus circuli* C D, *vt arcus* A C, A D, *per defin. poli, ſint æquales, atque adeo arcus* B D, *exceſſus ſit, ſeu differentia arcuum* A B, A C. *Fiat iam, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *ita ſinus arcus* A C, *ad aliud, quod quantitas quarta proportionalis vocetur, vt hic vides:*

Sinus totus.	ſinus arcus A B.	ſinus arcus AC.	quantitas quarta proportionalis.

Dico ita eſſe ſinum totum ad quantitatem quartam ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium proportionalem, vt eſt ſinus verſus anguli A, *ad differentiam inter ſinum verſum arcus* B C, *& ſinum verſum arcus* B D, *quo inter ſe arcus* A B, A C, *differunt. Quoniam enim proportio ſinus totius ad quantitatem illam quartam proportionalem componitur (poſito ſinu arcus* A B, *medio) ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus* A B, *& ex proportione ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem: Et proportio quadrati ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis arcuum* A B, A C, *componitur ex eiſdem proportionibus, nempe ex proportione ſinus to-*
23.ſexti. *tius ad ſinum arcus* A B, *& ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus* A C, *quæ eadem eſt, quæ proportio ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem: (Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *ita ſinus arcus* A C, *ad quantitatem quartam proportionalem; erit permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A C, *ita ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem.) erit, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum* A B, A C, *contentum. Cum ergo ſit, vt quadratum ſinus to-*
38.huius. *tius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum* A B, A C, *ita ſinus verſus anguli* A, *ad differentiam ſinuum verſorum arcuum* B C, B D: *erit quoque, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita ſinus verſus anguli* A, *ad differentiam inter ſinus verſos arcuum* B C, B D. *quod eſt propoſitum.*

THEOR. 57. PROPOS. 59.

SI duo triangula ſphærica duos angulos duobus angulis æquales habeant, vtrumque vtrique:

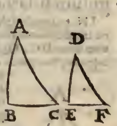
erunt

erũt ſinus arcuum circa reliquum angulum vnius ſinubus arcuum circa reliquum angulum alterius proportionales, homologiq́; erunt ſinus arcuum æquales angulos ſubtendentium. Et ſi vnus angulus vnius vni angulo alterius ſit æqualis, ſinusq́; arcuum circa alium angulum vnius ſinubus arcuum circa alium angulum alterius proportionales, ita vt ſinus arcuum æquales angulos ſubtendentium ſint homologi: erunt & anguli arcubus reliquorum ſinuum homologorum oppoſiti inter ſe æquales, vel æquales duobus rectis.

SINT in duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, duo anguli inter ſe æquales B, E, necnon duo C, F. Dico ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Quia enim eſt, vt ſinus arcus A B, ad ſinum anguli C, ita ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B; erit permutando, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, hoc eſt, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E, cum hi anguli illis ponantur æquales. Item quia eſt, vt ſinus arcus D E, ad ſinum anguli F, ita ſinus arcus D F, ad ſinum anguli E; erit permutando, vt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Oſtenſum autem eſt, ita etiam eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Igitur erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Quod eſt propoſitũ.

41. huius.

41. huius.



SED ſint iam anguli B, E, æquales, & ita ſit ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Dico angulos quoq; C, F, æquales eſſe, vel certe duobus rectis æquales. Oſtendemus enim, vt prius, ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B. Item ita eſſe ſinum arcus D E, ad ſinum arcus D F, vt eſt ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Quare cum ponatur, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F; erit, vt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E: Et conuertendo, vt ſinus anguli B, ad ſinum anguli C, ita ſinus anguli E, ad ſinum anguli F. Cum ergo ſinus æqualium angulorum B, E, æquales ſint, erunt & ſinus angulorum C, F, æquales; ac proinde vel anguli C, F, æquales erunt, vel duobus rectis æquales. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi duo triangula ſphærica duos angulos, &c. Quod erat demonſtrandum.

41. huius. Et permutando.

14. quint.

SCHO-

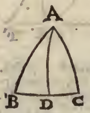
SCHOLIVM.

QVOD *ſi anguli B, E, vel C, F, non forent æquales, ſed ſolum æquales duobus rectis, adhuc theorematis veritas retineretur: propterea quod anguli B, E, ſemper æquales ſinus rectos habent, ſiue ipſi inter ſe æquales ſint, ſiue æquales duobus rectis. quod etiam de angulis C, F, dicendum eſt. Id quod perſpicue conſtare poteſt ex ijs, quæ in tractatione ſinuum tradidimus.*

THEOR. 58. PROPOS. 60.

SI ab angulo ſphærici trianguli ad baſim arcus maximi circuli demittatur diuidens angulum bifariam: habebunt ſinus ſegmentorum baſis eandem proportionem, quam ſinus reliquorum duorum arcuum. Et ſi ſinus ſegmentorum baſis eandem proportionem habeant, quam ſinus reliquorum duorum arcuum: diuidet arcus demiſſus angulum bifariam.

IN triangulo ſphærico A B C, ſecet arcus A D, angulum A, bifariam. Dico ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt, ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D C. Quia enim triangula A B D, A C D, angulos ad A, habent (59. huius. & eius ſcholium.) æquales, & angulos ad D, æquales duobus rectis; erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B D, ita ſinus arcus A C, ad ſinum arcus C D: Et permutando, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D C. quod eſt propoſitum.



SED iam ſit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D C. Dico angulum A, ſectum eſſe bifariam. Erit enim permutando quoque, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus BD, ita ſinus arcus AC, ad ſinũ arcus C D. Habent igitur triangula A B D, ACD, angulos ad D, æquales duobus rectis, & ſinus arcuum circa angulos B, C, proportionales, homologiq́; ſunt ſinus arcuũ angulis ad D, oppoſitorũ. Igitur & anguli ad A, vel æquales erunt inter ſe, vel duobus rectis æquales: (59. huius. & eius ſcholium.) Non poſſunt autẽ duobus rectis eſſe æquales, quod angulus A, ſit duobus rectis minor. Igitur æquales inter ſe erunt. quod eſt propoſitum. Si igitur ab angulo ſphærici trianguli ad baſim, &c. Quod oſtendendum erat.

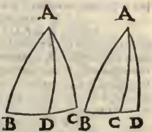
THEOR. 59. PROPOS. 61.

SI ab angulo ſphærici triãguli ad baſim, etiam

pro

productam, arcus perpendicularis deducatur: habebunt ſinus angulorum, quos arcus perpendicularis cum duobus arcubus dictum angulum comprehendentibus facit, eandem proportionẽ, quam ſinus complemẽtorum reliquorum duorum trianguli angulorum.

IN triangulo A B C, deducatur ex angulo A, ad baſin B C, arcus perpendicularis A D, cadens ſiue intra triangulum, ſiue extra. Dico ita eſſe ſinum anguli BAD, ad ſinum anguli D A C, vt eſt ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Nam in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, erit, vt ſinus anguli B A D, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus A D. Item in triangulo CA D, habente angulum D, rectum, erit, vt ſinus anguli D A C, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli C, (habent autem duo anguli ad C, in ſecundo triangulo eundem ſinum) ad ſinum complementi arcus A D: Et conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum anguli D A C, ita ſinus complementi arcus A D, ad ſinum complementi anguli C. Ex æqualitate ergo (vt in appoſita formula vides) erit, vt ſinus anguli B A D, ad ſinum anguli D A C, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Si igitur ab angulo ſphærici trianguli ad baſin, &c. Quod oſtendendum erat. 41.huius.



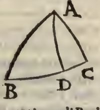
Sin. ang. BAD.	Sin. compl. ang. B.
Sinus totus.	Sin. cõpl. arcus AD.
Sin. ang. DAC.	Sin. compl. ang. C.

PROBL. 3. PROP. 62.

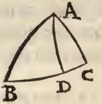
DATIS omnibus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, omnes tres arcus efficere notos.

Quãdo omnes tres anguli ſunt inæquales.

IN triangulo ſphærico non rectangulo A B C, dati ſint omnes anguli A, B, C: ſintq́; primum omnes tres anguli inæquales. Oportet ex his tres eius arcus perſcrutari. Quoniam nullus angulus ponitur rectus, erunt ſaltem duo vel acuti, vel obtuſi: ſint B, C, vel ambo acuti, vel obtuſi, quicquid ſit de reliquo A, à quo ad arcum B C, arcus perpendicularis ducatur, qui neceſſario cadet intra triangulum. Et quia eſt, vt ſinus anguli B A D, ad ſinum anguli D A C, ita ſinus complementi anguli B, ad 57.huius. 61.huius.



ſinum complementi anguli C: proportio autem hæc poſterior data eſt in ſinubus complementorum angulorum B, C, datorum; erit quoque proportio ſinus anguli B A D, ad ſinum anguli D A C, data, nempe in ſinubus complementorum angulorum B, C: Sed & aggregatum eorundem duorum angulorum B A D, D A C, datum eſt, & minus ſemicirculo, nempe totus angulus B A C, qui duobus rectis minor eſt. Sigillatim igitur vterque angulorum B A D, D A C, cognitus erit. Quoniam ergo in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, dati ſunt duo anguli non recti B, & B A D; dabitur quoque arcus A B, recto angulo oppoſitus. Hinc, quia in eodem triangulo A B D, angulum habente rectum D, cognitus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & inſuper angulus non rectus B A D:



6. triang. rectil.

Schol. 50. huius.

Schol. 41. huius.

Schol. 42. vel 52. hui⁹.

V E L certe, quoniam dati ſunt duo anguli non recti B, & B A D;

notus quoque fiet, ex ſcholijs in margine citatis, arcus BD, circa angulum rectum angulo B A D, oppoſitus. Eadem ratione, quia in triangulo A C D, cuius angulus D, rectus, dati ſunt duo anguli non recti C, & C A D; dabitur quoque arcus A C, angulo recto oppoſitus. Hinc, quoniam in eodem triangulo A C D, habente rectum angulum D, cognitus iam eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, cum angulo non recto C A D:

Schol. 50. huius.

Schol. 41. huius.

Schol. 42. vel 52. hui⁹.

A V T certe, quia dati ſunt duo anguli non recti C, & C A D;

cognoſcetur etiam, ex eiſdem ſcholijs in margine adductis, arcus C D, circa angulum rectum angulo C A D, oppoſitus. Atque ita iam duo arcus A B, A C, cogniti ſunt: Aggregatum vero duorum arcuum B D, C D, inuentorum tertium arcum B C, notum etiam efficiet.

Q V O D ſi quando alter angulorum ad A, nempe B A D, inuentus fuerit rectus, cum & D, rectus ſit, erit vterque arcus A B, B D, quadrans: atque ita ſine vlla moleſtia inuenti erunt dicti arcus. Pari ratione, ſi angulus C A D, deprehenſus fuerit rectus, non autem B A D, (fieri enim non poteſt, vt vterque angulus ad A, rectus ſit, cum angulus B A D, duobus rectis ſit minor.) erunt arcus A C, C D, quadrantes; atque adeo noti, ſine alio labore.

25. huius.

P R A X I S huius problematis, cum ex propoſ. 6. triang. rectil. & ex ſcholijs in margine ſcriptis petẽda ſit, nõ eſt, quòd hic pluribus explicetur. Nam ſi ſtatuãtur duo ſinus complementorum angulorum B, C, acutorum, vel obtuſorũ, pro terminis proportionis ſinus anguli B A D, ad ſinũ anguli C A D, inueniemus vtrumq; angulũ B A D, C A D, per primã, vel ſecundam praxim propoſ. 6. triangulorum rectilineorum, quòd hæ expeditiores ſint, quam tertia. Nam licet propoſitio illa 6. de arcubus, & angulis rectilineis tantum propoſita ſit, intelligẽda tamen etiã eſt de angulis ſphæricis, cum illorum ſinus à ſinubus arcuum eorũdem angulorum non diſcrepent. Inuento autem vtroque angulo B A D, C A D, adhibenda erit praxis problematis ſcholij propoſ. 50. huius, vt tam arcus A B, recto angulo D,

Praxis, quãdo omnes tres dati anguli inæquales sũt.

Propoſitio 6. triãg. rectil. intelligenda etiã eſt de angulis ſphæricis.

lo D, in triangulo A B D, oppoſitus, quam arcus A C, angulo recto D, in triangulo A C D, oppoſitus inueniatur. Poſtremo adducenda eſt praxis problematis 2. ſcholij propoſ. 41. vel problematis 1. ſcholij propoſ. 42. vel certe praxis ſcholij propoſ. 52. ad eruendum tam arcum B D, angulo non recto B A D, in triangulo A B D, oppoſitum, quam arcum C D, angulo non recto C A D, oppoſitum in triangulo A C D.

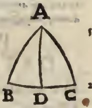
QVOD ſi in hoc problemate enodando ſolis ſinubus vti libeat, inueniendus erit vterque angulus B A D, C A D, per praxim tertiam propoſ. 6. triang. rectil. non autem per primam, vel ſecundam. Deinde ex praxi problematis 1. ſcholij propoſ. 42, huius, eliciendus tam arcus B D, angulo non recto B A D, oppoſitus in triangulo A B D, quam arcus C D, angulo non recto C A D, in triangulo A C D, oppoſitus. Ad extremum, per praxim problematis 3. ſcholij propoſ. 41. inueſtigandus tam arcus A B, quam arcus A C, recto angulo D, quilibet in ſuo triangulo oppoſitus: quia præter inuentum arcum B D, & oppoſitum angulum B A D; necnon præter arcum inuentum C D, & angulum C A D, oppoſitum, conſtat etiam ſpecies tam anguli B, quam anguli C, cum vterque datus ſit.

Praxis per ſolos ſinus, quãdo omnes tres anguli dati ſunt inæquales.

LONGE facilius fit hoc problema, quando omnes tres anguli dati, vel duo ſaltem, ſunt æquales. Nam ſi ſint duo v. g. anguli B, C, æquales, quicquid ſit de reliquo A; erunt & arcus A B, A C, æquales. Et quoniam triangulum A B C, ponitur non rectangulum, erit vterque angulorum æqualium B, C, vel acutus, vel obtuſus. Quare arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, ad arcum B C, demiſſus intra triangulum cadet. Quia ergo triangula A B D, A C D, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos, æquales; necnon & arcus A B, A C, rectis angulis oppoſitos, æquales, vt oſtendimus; erunt & arcus B D, C D, & anguli B A D, C A D, æquales; ac proinde vterque angulus B A D, C A D, cum dimidium ſit dati anguli B A C, notus erit. Poſt hæc, quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus eſt vterque angulus non rectus B, & B A D; dabitur quoque arcus A B, recto angulo oppoſitus; proptereaque & illi æqualis A C, notus erit. Atque ita iam duo arcus A B, A C, noti facti ſunt. Rurſus quia in eodem triangulo A B D, dati ſunt duo anguli non recti B, & B A D:

Quãdo oẽs tres anguli dati, vel duo ſaltẽ, ſũt æquales.

9. huius.



57. huius.

21. huius.

Schol. 50. huius.

Schol. 41. vel 52. huius.

VEL, quoniam datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, & angulus non rectus B:

Schol. 45. huius.

VEL denique, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo non recto B A D;

Schol. 41. huius.

cognitus etiam erit arcus B D, circa angulum rectum: qui duplicatus totum tertium arcum B C, notum exhibebit. Omnes ergo tres arcus, qui quæruntur, noti effecti ſunt.

NON eſt obſcura praxis huius rei. Pendet enim ex ſcholijs in margine

Praxis per ſolos ſinus, quãdo omnes tres anguli dati, vel duo ſaltem, ſunt æquales.

gine citatis. *AT ſi ſolis ſinubus quis vti velit, inquirendus erit per problema 1. ſcholij propoſ. 41. arcus B D, in triangulo A B D, in quo datus eſt angulus B, & angulus B A D, nempe dimidium anguli dati B A C: qui arcus B D, duplicatus dabit totum arcum B C. Deinde per problema 3. ſcholij propoſ. 41. in eodem triangulo, in quo repertus eſt arcus B D, & angulus oppoſitus B A D, conſtatq́, ſpecies alterius anguli non recti B, dati, eliciendus erit arcus A B, angulo recto oppoſitus: quo inuento, inuentus quoque erit ei æqualis A C.*

DATIS igitur omnibus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, omnes tres arcus effecimus notos. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

DIFFERT ergo, vt vides, ſphæricum triangulum non rectangulum à rectilineo non rectangulo; quòd in ſphærico ex ſolis angulis datis inueniuntur omnes arcus, vt in hoc problemate oſtenſum eſt; in rectilineo vero ex datis ſolis angulis latera cognoſci nequeunt, niſi vnum ſaltem latus etiam detur. Cuius rei cauſa hæc eſt, quòd duo triangula rectilinea ſimilia, quamuis latera vnius lateribus alterius valde ſint inæqualia, ſingula ſingulis, angulos tamen habeant angulis æquales, ſingulos ſingulis; ita vt dari poſſint duo triangula rectilinea inter ſe quidem æquiangula, non tamen æquilatera: At vero duo triangula ſphærica inter ſe æquiangula eſſe non poſſunt, quin etiam æquilatera exiſtant. 19. huius. *Ex quo fit, in ſphærico triangulo ex datis angulis dari etiam arcus, cum angulis determinati reſpondeant arcus; in rectilineo vero ex datis angulis latera dari non poſſe, cum angulis determinata latera non reſpondeant, ſed poſſint eiſdem maiora, vel minora latera ſubtendi.*

PROBL. 4. PROPOS. 63.

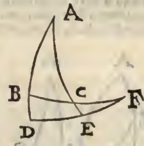
DATIS omnibus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, omnes tres eius angulos inueſtigare.

IN triangulo ſphærico non rectangulo A B C, dati ſint omnes tres arcus. Oportet ex ipſis omnes tres angulos reperire. Sit primo loco quærendus angulus A: Neque enim ſemper omnibus angulis indigemus; ſed ſæpenumero vnus, aut alter ex datis arcubus inquirendus eſt. Aut igitur duo arcus A B, A C, angulum A, qui quæritur, complectentes, ſunt inæquales, aut æquales: Si inæquales, aut ambo ſunt quadrante minores; aut maiores; aut vnus maior, & alter minor; aut vnus quadrans, & alter quadrante minor; aut deniq; vnus quadrans, & alter maior quadrante. Neque enim ambo eſſe poſſunt quadrantes: quia duo anguli ipſis oppoſiti eſſent recti. quod eſſet abſurdum, cum triangulum ponatur non rectangulum. Sint primum duo arcus A B, A C, inæquales, & quadrante minores, quicquid ſit de arcu B C. Productis arcubus A B, A C, vt fiant quadrantes A D, A E, deſcribatur per D, E, arcus circuli maximi D E, occurrens arcui B C, in vtramuis partem producto in F: Hortarer

25. huius. Quando duo arcus angulũ primo loco inueniẽdum

autem

autem, vt produceretur verſus maiorem arcum, qui hic ſit A C. Erunt autem anguli D, E, recti, ob quadrantes A D, A E. Quoniam igitur duo maximi circuli B F, D F, ſe interſecant in F, & à punctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, demiſsi ſunt perpendiculares arcus B D, C E; erit, vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus B D, ita ſinus arcus C F, ad ſinum arcus C E: Et permutando, vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus C E. Eſt autem proportio ſinus arcus B D, ad ſinum arcus C E, data, quòd arcus B D, C E, dati ſint, vtpotè complementa datorum arcuum A B, A C. Igitur proportio ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F, data quoque erit, nempe in ſinubus complementorum arcuum datorum A B, A C: Sed & eorundem arcuum B F, C F, quorum ſinguli ſemicirculo minores ſunt, differentia data eſt, nempe arcus B C. Vterque ergo arcus B F, C F, notus reddetur. Itaque quoniam in triangulo B F D, habente angulum D, rectum, datus eſt arcus B F, recto angulo oppoſitus cum arcu B D, complemento videlicet arcus A B, dati; cognitus erit & tertius arcus D F. Eadem ratione, cum in triangulo C F E, angulum habente rectum E, datus ſit arcus C F, angulo recto oppoſitus, cum arcu C E, complemento nimirum arcus dati A C; cognoſcetur etiã tertius arcus E F: qui ſubtractus ex inuento arcu D F, notum reddet arcum reliquum D E, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Rurſus in triangulo priore B F D, cuius angulus D, rectus, cum datus ſit arcus B F, recto angulo oppoſitus, cum arcu B D, complemento videlicet arcus dati A B:



comprehē-dētes ſunt inæquales. · *40. huius.* · *2. huius.* · *7. triãg. rectil.* · *Schol. 53. vel 43. huius.* · *Schol. 53. vel 43. huius.* · *Schol. 51. vel 45. huius.*

VEL, cum duo arcus B D, D F, circa angulum rectum dati ſint: — *Schol. 44. vel 48. huius.*

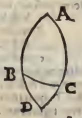
AVT denique, cum datus ſit arcus B F, recto angulo oppoſitus, & arcus D F; — *Schol. 55. vel 41. huius.*

inuenietur quoque, ex ſcholijs in margine citatis, angulus D B F: ideoque & reliquus duorum rectorum A B C, notus erit. Eadem ratione, cum in poſteriore triangulo C F E, angulum E, habente rectum, datus ſit arcus C F, angulo recto oppoſitus, cum arcu C E, complemento nimirum arcus dati A C: — *Schol. 51. vel 45. huius.*

VEL, cum duo arcus C E, E F, circa rectum angulum dati ſint: — *Schol. 44. vel 48. huius.*

AVT denique, cum datus ſit arcus C F, recto angulo oppoſitus, & inſuper arcus E F; — *Schol. 55. vel 41. huius.*

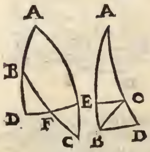
cognoſcetur etiam, ex ſcholijs in margine poſitis, angulus E C F: ideoque & angulus A C B, qui ei ad verticem æqualis eſt, notus erit. Tres ergo anguli trianguli ABC, omnes noti facti ſunt. — *6. huius.*



SINT deinde duo arcus inæquales A B, A C, maiores quadrante. Producantur, donec coëant in D. Erunt in triangulo D B C, duo arcus D B, D C, quadrante minores, atq; adeo noti, cum reliqui ſint ex arcubus ABD, AC D, qui ſemicirculi ſunt. Igitur, vt proxime demonſtraui. — *11. 1 Theod.*

ſtrauimus, omnes eius tres anguli noti fient, ac proinde & reliqui duorum re-
13.huius. ctorum A B C, A C B, necnon & angulus A, cum angulo D, ſit æqualis.

SIT tertio arcus quidem A B, quandrante minor, at A C, maior. Producto arcu A B, vt fiat quadrans A D, & reſecto quadrante A E, ex A C, vt in prima harum figurarum, ducatur per D, E, arcus circuli maximi D E, ſecans
25.huius. arcum B C, in F. Eruntq; anguli D, E, recti, ob quadrantes A D, A E. Quia ergo duo maximi circuli B C, D E, ſecant ſeſe in F, & à punctis B, C, arcus B C, ad arcum
40.huius. D E, ducti ſunt arcus perpendiculares B D, C E; erit, vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus B D, ita ſinus arcus C F, ad ſinum arcus C E: Et permutando, vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus C E. Eſt autem proportio ſinus arcus BD, ad ſinũ arcus C E, cognita, quod arcus B D, C E, dati ſint, cũ ſint complemẽta datorũ arcuũ A B, A C. Igitur & proportio ſinus arcus B F, ad ſinũ arcus C F, cognita erit, vtpote in ſinubus complementorum arcuum A B, A C, datorum: Sed & eorundem arcuum B F, C F,



aggregatum datum eſt, (nimirũ totus arcus B C.) & minus ſemicirculo; quod
8. huius. latus quodlibet trianguli ſphærici ſemicirculo ſit minus. Igitur vterque arcus
6. triang. rectil. B F, C F, cognitus erit. Quoniam ergo in triangulo B F D, cuius angulus D, rectus, datus eſt arcus B F, angulo recto oppoſitus, cum arcu B D, qui com-
Schol. 51. vel43.hui⁹. plementum eſt arcus A B, dati; notus erit quoque tertius arcus D F. Simili modo, quia in triangulo C F E, rectum habente angulum E, datus eſt arcus C F, angulo recto oppoſitus, & arcus C E, complementum ſcilicet arcus A C;
Schol. 51. vel43.hui⁹. reperietur quoque tertius arcus E F: qui additus arcui D F, inuento, notum efficiet totum arcum D E, anguli A; proptereaq; angulus A, notus erit. Rurſus in triangulo priori B F D, cuius angulus D, rectus, quoniam datus eſt ar-
Schol. 51. vel45.hui⁹. cus B F, recto angulo oppoſitus, & arcus B D, complementum nimirum dati arcus A B:

Schol. 44. vel48.hui⁹. AVT quia duo arcus B D, D F, circa rectum angulum dati ſunt:

Schol. 55. vel41.hui⁹. VEL certe, quia datus eſt arcus B F, recto angulo oppoſitus, cum arcu D F;

notus efficietur quoque angulus D B F, ex ſcholijs in margine adductis; atque adeo & reliquus duorum rectorum A B C, notus erit. Pari ratione, cum in po-
Schol. 51. vel45.hui⁹. ſteriori triangulo C F E, cuius angulus E, rectus, datus ſit arcus C F, recto angulo oppoſitus, cum arcu C E, complemento videlicet arcus A C, dati;

Schol. 44. vel48.hui⁹. VEL cum duo arcus C E, E F, circa angulum rectum dati ſint:

Schol. 55. vel41.hui⁹. VEL certe, cum datus ſit arcus C F, recto angulo oppoſitus, cum arcu E F;

dabitur etiam angulus C, per ſcholia in margine deſcripta. Atque ita omnes tres anguli A B C, noti facti ſunt.

SIT quarto arcus A B, quadrans, & A C, minor, vt in poſteriore proximarum figurarum. Producto arcu A C, vt fiat quadrans A D, ducatur per B, D, arcus

D, arcus circuli maximi B D. Eruntq; anguli A B D, & D, recti, ob quadran- 25.huius
tes A B, A D. Et quoniam in triangulo B C D, cuius angulus D, rectus, datus
eſt arcus B C, angulo recto oppoſitus, & inſuper arcus C D, quippequi com-
plementum ſit dati arcus A C; dabitur quoque arcus tertius B D, anguli A, Schol. 55.
ideoque angulus A, notus erit. Deinde quia in eodem triangulo B C D, haben vel 43.huius.
te angulum rectum D, datus eſt arcus B C, recto angulo oppoſitus, cum arcu Schol. 51.
C D, complemento ſcilicet arcus dati A C: vel 45.huius.

V E L, quia duo arcus B D, C D, circa angulum re- Schol. 44.
ctum dati ſunt: vel 48.huius.

V E L certe, quoniam datus eſt arcus B C, recto an- Schol. 55.
gulo oppoſitus, cum arcu B D; vel 41.huius.

inuenietur etiam ex ſcholijs notatis in margine, angulus B C D: ac proinde
& duorum rectorum reliquus A C B, notus erit. Poſtremo, cum in eodem pro-
ximo triangulo B C D, angulum rectum habente D, datus ſit arcus B C, an- Schol. 55.
gulo recto oppoſitus, & præterea arcus C D, complementnm videlicet dati ar- vel 41.huius.
cus A C:

A V T cum dati ſint duo arcus B D, C D, circa an- Schol. 44.
gulum rectum: vel 48.huius.

V E L cum datus ſit arcus B C, recto angulo oppo- Schol. 51.
ſitus, cum arcu B D; vel 45.huius.

A V T cum datus ſit angulus B C D, cum arcu C D, Schol. 42.
vel B D; Nam quando datur arcus B D, conſtat de al- huius.
tero arcu C D, circa rectum angulum, cum datus ſit,
an ſit maior quadrante, vel minor:

V E L denique, quia datus eſt arcus B C, recto an- Schol. 47.
gulo oppoſitus, cum angulo B C D; huius.

notus fiet quoque ex ſcholijs in margine citatis, angulus C B D; atque adeo
& eius complementum, angulus ſcilicet A B C, cognoſcetur. Omnes ergo tres
anguli trianguli A B C, cogniti ſunt.

SIT quinto, & vltimo arcus A C, quadrans, & A B, maior, vt in eadem
poſteriore proximarum figurarum. Abſciſſo quadrante A E, ex A B, ducatur
per C, E, arcus circuli maximi C E. Eruntq; anguli A C E, & E, recti, ob quadran 25.huius.
tes A C, A E. Quia ergo in triangulo B C E, angulum rectum habente E, da-
tus eſt arcus B C, recto angulo oppoſitus, & præterea arcus B E, nempe com-
plementum dati arcus A B; dabitur quoque tertius arcus C E, anguli A; pro- Schol. 55.
indeq; & angulus A, cognitus fiet. Rurſus, cum in eodem triangulo B C E, vel 43.huius.
cuius angulus E, rectus, datus ſit arcus B C, recto angulo oppoſitus, cum ar- Schol. 51.
cu B E, complemento nimirum dati arcus A B: vel 45.huius.

A V T cum dati ſint duo arcus B E, C E, circa an- Schol. 44.
gulum rectum. vel 48.huius.

V E L denique, cum datus ſit arcus B C, angulo Schol. 55.
recto oppoſitus, cum arcu C E; vel 41.huius.

dabitur etiam angulus C B E, ex ſcholijs in margine adductis. Denique quia
in triangulo eodem B C E, angulum rectum habente E, datus eſt arcus B C, Schol. 55.
angulo recto oppoſitus, & arcus etiam B E, cum ſit complementum arcus vel 41.huius.
A B, dati:

V E L, quia duo arcus B E, C E, circa angulum re- Schol. 44.
ctum dati ſunt: vel 48.huius.

AVT

Schol. 51. vel 45. huius.

A V T, quoniam notus eſt arcus B C, recto angulo oppoſitus, & arcus C E:

Schol. 42. huius.

V E L, quia datus eſt angulus C B E, & arcus B E, vel C E; Nam quando datur arcus C E, conſtat etiam, an alter arcus B E, circa angulum rectum datus, maior ſit quadrante, vel minor:

Schol. 47. huius.

A V T denique, quia notus eſt arcus B C, angulo recto oppoſitus, cum angulo C B E;

notus quoq; fiet, ex ſcholijs in margine citatis angulus B C E; atque idcirco, addito recto angulo A C E, totus angulus A C B, datus erit. Rurſus ergo omnes tres anguli trianguli A B C, inuenti ſunt.

Praxis, quando duo arcus quæſitum angulum continentes ſunt inæquales.

P R A X I S huius problematis petenda eſt ex ſcholijs in margine citatis. Solum, vt cognoſcantur arcus B F, C F, in primo caſu, & tertio, ſtatuendi erunt ſinus complementorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F, & in primo quidem caſu adhibenda vel prima praxis propoſ. 7. triangulorum rectilineorum, vel aliqua ex alijs eiuſdem propoſ. prout res exiget; in tertio vero caſu adducenda erit prima, vel ſecunda praxis propoſ. 6. triangulorum rectilineorum, &c.

Praxis per ſolos ſinus, quando arcus duo angulũ quæſitum ambiẽtes ſunt inæquales.

Q V O D ſi ſolis vti libeat ſinubus, inueſtigandi erunt arcus B F, C F, in primo caſu, per ſecundam praxim propoſ. 7. triang. rectil. In tertio vero per praxim tertiam propoſ. 6. Deinde in triangulo B F D, per praxim ſcholij 1. propoſ. 43. eruendus arcus D F: Et eodem modo in triangulo C F E, arcus E F; vt reliquus arcus D E, in primo caſu, vel totus arcus D E, in tertio caſu habeatur, qui quidem eſt arcus anguli A. Poſt hæc per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. inueniendus in triangulo B F D, angulus D B F: ex quo reliquus duorum rectorum A B C, notus fiet. Atque eodem pacto in triangulo C F E, eliciendus angulus E C F, ex quo in primo caſu angulus quoque A C B, ad verticem cognitus erit.

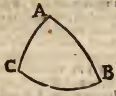
A T vero in quarto caſu ex praxi ſcholij 1. propoſ. 43. inueniendus eſt arcus B D, anguli A, in triangulo B C D: Et eodem modo in quinto caſu arcus C E, anguli eiuſdem A, in triangulo B C E. Deinde in quarto caſu, per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. in triangulo B C D, indagandus angulus B C D; ex quo reliquus duorum rectorum A C B, notus fiet: Atque eadem ratione in quinto caſu, angulus E B C, in triangulo B C E, inueniendus. Ad extremum in quarto caſu, per praxim problematis 2. propoſ. 42. in triangulo B C D, exquirendus angulus C B D; ex quo & A B C, reliquus recti A B D, notus erit: Et ſimiliter in quinto caſu, eliciendus angulus B C E; qui additus recto angulo A C E, totum angulum A C B, notum exhibebit.

Alia demõſtratio breuior.

A L I T E R, & multo breuius. Sint rurſum dati tres arcus trianguli A B C, arcusq;

arcusq; A B, A C, angulum A, inquirendum continentes, inæquales. Quoniam igitur eſt, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum A B, A C, inæqualium, ita ſinus verſus anguli A, ad differentiam inter ſinum verſum arcus B C, angulo A, oppoſiti, & ſinum verſum arcus, quo ſe mutuo excedunt arcus inæquales A B, A C: Et conuertendo, vt dicta quantitas quarta proportionalis ad ſinum totum, ita differentia inter ſinũ verſum arcus B C, & ſinum verſum arcus, quo inter ſe arcus inæquales A B, A C, differunt, ad ſinum verſum anguli A, quæſiti:

[Margin: uior. & per ſolos ſinus. — Schol. 2. 58. huius.]



S I fiat, vt ſinus totus ad ſinum vtriuslibet arcuum inæqualium quæſitum angulum comprehendentium, ita ſinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inuenietur numerus quartus proportionalis ſinui toti, & duobus ſinubus dictorum duorum arcuum. Si ergo rurſum fiat, vt numerus quartus proportionalis proxime inuentus ad ſinum totum, ita differentia inter ſinum verſum arcus quæſito angulo oppoſiti, & ſinum verſum arcus, quo duo arcus quæſitum angulum ambientes inter ſe differunt, ad aliud, producetur ſinus verſus anguli, qui quæritur: Ex quo arcum anguli quæſiti, atque adeo ipſum angulum, elicies, vt in explicatione, atque vſu tabulæ Sinuum docuimus.

[Margin: Praxis, breuior, & per ſolos ſinus, quãdo duo arcus dati quæſitũ angulum cõprehendentes ſunt inæquales.]

C Æ T E R V M differentia inter ſinum verſum arcus quæſito angulo oppoſiti, & ſinum verſum differentiæ arcuum eundem angulum continentium, ita facile reperietur. Quando arcus angulo quæſito oppoſitus quadrante minor eſt, detrahendus erit ſinus eius complementi ex ſinu complementi differẽtiæ arcuum quæſitum angulum ambientium. Reliqua enim erit differentia, quæ inquiritur. Id quod liquido conſtat ex figuris caſuum 1. 4. 7. 10. & 13. propoſ. 58. Quando vero arcus quæſito angulo oppoſitus quadrans eſt; dabit ſinus complementi differentiæ arcuum angulum quæſitum comprehendentium differentiam inter dictos ſinus verſos quæſitam: vt manifeſtum ex figuris caſuum 2. 5. 8. 11. & 14. eiuſdem propoſ. 58. Quando denique arcus quæſito angulo oppoſitus quadrante maior eſt; adijciendus erit ſinus eius complementi ad ſinum complementi differentiæ arcuum quæſitum angulum continentium. Compoſitus namque numerus erit differentia quæſita: Vt facile apparere poteſt ex figuris caſuum 3. 6. 9. 12. & 15. eiuſdem propoſ. 58.

[Margin: Inuẽtio differentiæ inter ſinum verſum arcus angulo quæſito oppoſiti, & ſinũ verſum differentiæ arcuũ eundem angulum ambientium.]

EODEM modo inueſtigabimus angulos B, C, ſi arcus illos continentes fuerint inæquales.

PORRO, inuento vno angulo, nullo fere negotio reliqui duo inuenirentur, ſi conſtaret, qualis quiſque eorum ſit, acutuſne, an obtuſus. Nam inuento v. g. angulo A, ſi eſſet inueniendus angulus B, ſumeremus pro eius ſinu numerum, qui quartus proportionalis eſt ſinui arcus B C, inuento angulo A, op-

poſiti; ſinui anguli inuenti A; & ſinui arcus A C, quæſito angulo B, oppoſiti: Si autem quærendus eſſet angulus C, acciperemus pro eius ſinu numerum, qui quartus proportionalis eſt ſinui arcus B C, inuento angulo A, oppoſiti; ſinui anguli inuenti A; & ſinui arcus A B, angulo quæſito C, oppoſiti: propterea

41. huius. quòd eſt, vt ſinus arcus B C, ad ſinum anguli A, ita tam ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B, quam ſinus arcus A B, ad ſinum anguli C. Quocirca ſi conſtaret, qualis ſit tam angulus B, quam angulus C, illico ex ſinu illo quarto proportionali angulum quæſitum in tabula ſinuum reperiremus.

Quãdo oẽs tres arcus, vel duo tãtũ angulũ primo loco inueſtigandum continentes ſunt æquales.

IAM vero ſi omnes tres arcus dati, vel duo tantum A B, A C, angulum A, complectentes, æquales ſint, quicquid ſit de reliquo arcu B C, longe facilius angulum A, & reliquos duos B, C, inquiremus. Quoniam duo arcus A B, A C, æquales ſunt, erunt & duo anguli B, C, æquales inter ſe: propterea quod

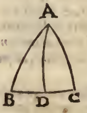
8. huius. Iſoſcelium triangulorum ſphæricorum, qui ad baſin ſunt, anguli inter ſe ſunt æquales. Cum ergo triangulum A B C, ponatur non rectangulum, neuter an-

35. huius. gulorum B, C, rectus erit, ac proinde neuter arcuum A B, A C, quadrans: quia alias duo anguli B, C, eſſent recti. Erit igitur vterque angulus B, C, vel acutus, vel obtuſus. Demiſſus ergo ex A, ad arcum B C, ar-

57. huius. cus perpendicularis A D, intra triangulum cadet. Duo ergo triangula A B D, A C D, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos æquales, necnon & arcus A B, A C, rectis oppoſitos angulis æquales. Quare &

21. huius. arcus B D, C D, & anguli ad A, inter ſe æquales erunt. Itaque quoniam in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus eſt, arcus A B, recto angulo oppoſitus datus eſt, & præterea arcus BD, quippe qui dimidium ſit dati arcus B C; dabitur quoque angulus B A D, arcui B D, circa an-

Schol. 55. vel 41. hui⁹. gulum rectum dato oppoſitus: qui duplicatus totum angulum quæſitum B A C, notum efficiet; cum anguli ad A, oſtenſi ſint æquales. Rurſus, quia in eodem triangulo A B D, angulum rectum habente D, ar-



Schol. 51. vel 45. hui⁹. cus A B, angulo recto oppoſitus datus eſt, cum arcu B D, nempe cum dimidio dati arcus B C:

Schol. 42. vel 56. hui⁹. VEL, quia datus eſt angulus non rectus BAD, cum arcu oppoſito B D, circa angulum rectum; conſtatq; præterea ſpecies reliqui anguli nõ recti B. Nam ſi A B,

38. huius. quadrãte minor ſit, erit angulus B, acutus, quemadmodum, & BAD, acutus eſt: Si vero A B, ſit maior quadrante, erit idem angulus B, obtuſus, cum B A D acutus ſit:

Schol. 47. huius. VEL certe, quoniam datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo non recto B A D;

datus quoque erit angulus B; ac proinde & reliquus angulus C, ipſi B, æqualis notus erit. Atq; ita omnes tres anguli in triangulo A B C, inuenti ſunt.

Praxis, quando duo arcus quæſitum angulum ambiẽtes ſunt æquales.

QVANDO ergo duo arcus ſunt æquales, adhibenda erit praxis ſcholij propoſ. 55. vel problematis 1. propoſ. 41. vt ex altero arcuum æqualium, & ex dimidio tertij arcus eliciatur angulus, qui duplicatus angulum tertio arcui oppoſitum exhibeat. Deinde adhibenda praxis ſcholij propoſ. 51. vel 45. vt ex iiſdem arcubus inueniatur alter angulorum æqualium ſupra tertium arcum. Vel aduocanda praxis problematis 2. ſcholij pro-

lij propoſ. 42. vel propoſ. 56. aut certe praxis ſcholij propoſ. 47.

P E R ſolos ſinus ita rem peragemus. Ex praxi problematis 1. propoſ. 41. inueniemus angulum B A D; qui duplicatus totum B A C, dabit. Deinde per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. reperiemus angulum B, qui ipſi C, æqualis eſt. Praxis per ſolos ſinus, quãdo duo arcus datũ q̃ſitũ ã angulũ continentes ſunt æquales.

SCHOLIVM.

IOANNES Regiom. & Nicolaus Copernicus alio etiam modo, datis omnibus arcubus trianguli ſphærici, omnes tres angulos inquirunt, inueſtigantes nimirum angulum quendam rectilineum in centro ſphæræ, cuius arcus angulum ſphæricum quæſitum exhibet notum. Sed eam rationem, quamuis acutam, & ſubtilem, quoniam obſcurior eſt, & longior, dedita opera hic omiſimus: præſertim, cum eam quilibet apud Regiom. propoſ. 34. lib. 4. triangulorum, & apud Copernicum lib. 1. Reuolutionum propoſ. 13. de triangulis ſphæricis, legere poſſit.

MALVIMVS in ſecunda demonſtratione huius problematis vſurpare theorema ſcholij 2. propoſ. 58. quam cum Ioan. Regiom. theorema eiuſdem propoſ. 58. vt laboris difficultatem effugeremus. Nam cum ſit, vt rectangulum ſub ſinubus arcuum inæqualium angulum quæſitum ambientium ad quadratum ſinus totius, ita differentia inter ſinum verſum arcus eidem angulo oppoſiti, & ſinum verſum differentiæ arcuum illorum inæqualium, ad ſinum verſum anguli quæſiti: ſi vellemus hoc theoremate propoſ. 58. vti, obtineret rectangulum illud primum aureæ regulæ locum. Quare laborioſa redderetur diuiſio, vt patet. Facilior autem fit diuiſio ſecundum theorema ſcholij 2. eiuſdem propoſ. 58. cum primum locum aureæ regulæ quantitas quarta proportionalis occupet, quæ multo minor eſt illo rectangulo, facileq́; inuenitur per abiectionem ſolam tot figurarum ad dexteram ex eo rectangulo, quot cifræ in ſinu toto continentur: propterea quod dictum rectangulum per ſinum totum ſit diuidendum, vt illa quantitas quarta proportionalis producatur. 58. huius. & permutando.

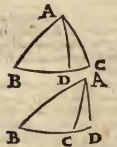
PROBL. 5. PROPOS. 64.

DATIS duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum angulo ab ipſis comprehenſo; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperire.

IN ſphærico triangulo A B C, non rectãgulo dati ſint duo arcus AB, B C, cum angulo B. Oportet ex his & reliquum arcum A C, & reliquos angulos B A C, & A C B, exquirere. Sint primum dati arcus inæquales, & ex termino vnius eorum, nempe ex termino A, arcus A B, ad alterum arcum B C, demittatur arcus perpendicularis A D: qui an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, & operatio docebit. Quoniam enim in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo B; dabitur quoque arcus perpendicularis A D, dato angulo B, oppoſitus. Rurſus, quia in eodem triangulo datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo B: Quãdo duo arcus dati inæquales ſunt, & neuter quadrãs. Schol. 41. huius. Schol. 45. huius.

Schol. 49. vel44.hui⁹. VEL, quia cognitus eſt arcus A D,& præterea angulus B, datus: conſtatq́; ſpecies alterius arcus B D, circa angulum rectum. Nam quando arcus A B,eſt minor quadrante, ſi quidem & inuentus A D, ſit minor, 16. huius. erit & B D,minor;Si vero AD,ſit quadrante maior,erit & B D,maior: At ſi A B,eſt maior quadrante,ſi quidem & inuentus A D, ſit maior, erit B D, minor; ſi autem A D, ſit minor,erit B D, maior:

Schol. 52. vel43.hui⁹. VEL denique, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & arcus A D, circa rectum angulum;



inuenietur quoq;,ex ſcholijs in margine adductis,arcus B D. Si igitur arcus hic B D,inuentus fuerit minor dato arcu B C, argumento eſt, arcum perpendicularem A D, intra triangulum cecidiſſe; extra vero, ſi maior. Et quoniam ad vtramque partem arcus A B,duci poteſt arcus perpendicularis ad B C, nos, quādo is extra triangulum cadit, eum in hac, & ſequentibus propoſitionibus eligimus, qui angulum A B C, ſubtendit. Iam ablato arcu inuento B D, ſi minor eſt, quam datus arcus B C, ex arcu B C; vel ſi maior eſt,ſublato arcu dato B C, ex inuento arcu B D, notus fiet reliquus arcus C D. Quare cum in triangulo A D C,angulum habente rectum

Schol. 1. 43. huius. D,arcus duo A D,C D,circa rectum angulum cogniti ſint;dabitur quoque arcus A C, recto angulo oppoſitus, qui in triangulo A B C, quærebatur.

Schol. 47. huius. POST hæc, quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A B,recto angulo oppoſitus, cum angulo B:

Schol. 56. vel42.hui⁹. VEL, quia notus eſt arcus A D,circa angulum rectum, cum angulo B, non recto; conſtatq́; præterea de reliquo arcu B D, circa rectum angulum inuento, an maior ſit quadrante, minorue.

Schol. 51. vel45.hui⁹. AVT quia datus eſt arcus A B,recto angulo oppoſitus, & inſuper arcus A D, circa rectum angulum:

Schol. 55. vel 41.hui⁹. VEL deniq;,quia datus eſt arcus AB,oppoſitus angulo recto,& præterea arcus B D,circa rectum angulū; cognitus quoque erit,per ſcholia in margine notata,angulus B A D. Sic quo-

Schol. 51. vel45.hui⁹. que, quia in triangulo A C D, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, cum arcu A D, circa rectum angulum:

Schol. 55. vel41.hui⁹. VEL certe,quia datur arcus A C,recto angulo oppoſitus,& præterea arcus C D, circa angulum rectum; notus efficietur etiam,per ſcholia in margine appoſita,angulus C A D. Additus autem angulus C A D, proxime inuentus angulo B A D, nuper etiam inuento, quando arcus A D, intra triangulum cadit; vel quando cadit extra, ablatus angulus C A D, ex angulo B A D, notum efficiet angulum B AC,qui in triangulo A B C, quærebatur.

Schol. 47. huius. A D extremum,cum in triangulo A C D,rectum habente angulum D, datus ſit

tus ſit arcus A C, angulo recto oppoſitus,& angulus C A D, iam inuentus:

VEL cum ſit cognitus arcus C D, circa angulum rectum, ac præterea angulus C A D; conſtetq; de reliquo arcu A D, circa rectum angulum noto iam facto, an minor quadrante ſit, an maior: Schol. 56. vel 41. hui⁹.

AVT, cum datus ſit arcus AC, angulo recto oppoſitus, cum arcu C D, circa angulum rectum: Schol. 51. vel 45. hui⁹.

VEL denique, quoniam notus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, vnà cum arcu A D, circa angulum rectum; Schol. 55. vel 41. hui⁹.

cognitus quoque fiet, per ſcholia in margine adducta, angulus A C D; qui quidem in priori triangulo, vbi arcus A D, intra triangulum cadit, quærebatur: in poſteriori autem, vbi arcus A D, extra triangulum cadit, idem angulus A C D, ex duobus rectis ablatus, notum relinquit quæſitum angulum A C B. Atque ita inuentus eſt & arcus reliquus A C, & reliqui anguli B A C, A C B.

NVLLA porro ratione alteruter arcuum A D, B D, eſſe poteſt quadrans: quia alias & arcus A B, recto angulo oppoſitus quadrans foret: quod eſt contra hypotheſim. 35. huius.

QVOD ſi quando arcus C D, deprehenſus fuerit quadrans; erit & arcus A C, quæſitus, & recto angulo oppoſitus, quadrans; & angulus C A D, rectus. 35. huius. Atque ita ſine vllo labore inuentus erit & arcus A C, qui quæritur, & angulus C A D. Reliqua reperientur, vt prius. 14. huius.

PRAXIS ad enodandum hoc problema petenda eſt ex ſcholijs in margine citatis.

VERVM per ſolos ſinus ita progrediendum erit. Ex praxi problematis 2. ſcholij propoſ. 41. inquirendus erit arcus A D.

DEINDE ex praxi ſcholij 1. propoſ. 43. arcus B D; ex quo arcus C D, notus efficietur, auferendo inuentum arcum B D, ex dato arcu B C, vel datum arcum B C, ex ipſo inuento arcu B D, prout minor inuentus fuerit, quam datus arcus B C, aut maior.

Praxis per ſolos ſinus, quãdo duo dati arcus ſunt inæquales, & neuter quadrans.

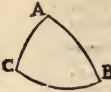
AD hæc, in triãgulo B A D, explorãdus erit angulus B A D, per praxim problematis 1. propoſ. 41. vel per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. Similiter in triangulo A C D, eliciendus angulus C A D, ex praxi problematis 1. ſcholij propoſ. 41. Ex duobus autem angulis B A D, C A D, inuentis notus euadet angulus B A C, trianguli propoſiti; addendo ſcilicet vnum alteri, vt in priori triangulo, vel auferendo angulum C A D, ex angulo B A D, vt in triangulo poſteriori.

PER praxim denique problematis 1. ſcholij propoſ. 41. vel problematis 2. ſcholij propoſ. 42. in triangulo A C D, eodem indagandus angulus A C D. Hic enim in priori triangulo propoſito eſt quæſitus, in poſteriori verò reliquus duorum rectorum eſt is, qui quæritur.

ALITER, & quidem magis expeditè. Sint rurſus in triangulo ABC, dati duo arcus inæquales A B, A C, cum angulo A. Quoniam igitur eſt, vt ſinus totus

Alia demõſtratio breuior.

ſchol. 58. huius. totus ad quantitatem quartam proportionalem ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium A B, A C, ita ſinus verſus anguli A, ad differẽtiam inter ſinum verſum arcus B C, angulo A, oppoſiti, & ſinum verſum differentiæ arcuum A B, A C:



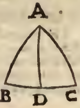
Praxis breuior, per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus ſũt inæquales, & neuter quadrans.

SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum vtriuslibet arcuum inæqualium datorum, ita ſinus alterius arcus dati ad aliud, producetur numerus quartus proportionalis ſinui toti, & duobus ſinubus dictorum duorum arcuum. Si ergo rurſus fiat, vt ſinus totus ad numerum quartum proportionalem proxime inuentum, ita ſinus verſus anguli A, dati ad aliud, reperietur differentia inter ſinum verſum tertij arcus, qui quæritur, & ſinum verſum differentiæ arcuum datorum inæqualium. Et quia
Schol. 1. 58. huius. *ſupra monſtrauimus, ſinum verſum tertij arcus maiorem ſemper eſſe ſinu verſo differentiæ duorum arcuum inæqualium; ſi differentia nuper inuenta adijciatur ad ſinum verſum differentiæ datorum arcuum inæqualium, componetur ſinus verſus tertij arcus dato angulo oppoſiti, qui quæritur, ex quo arcum ipſum eliciemus, vt in explicatione, atque vſu tabulæ ſinuum dictum eſt. Angulum porro C, inueniemus ex cognitis arcubus A C, CB; & angulum B, ex notis arcubus A B, B C, vt in praxi ſecunda demonſtrationis præcedentis propoſ. præcepimus, ſi duo arcus angulum quemlibet quæſitum continentes fuerint inæquales. Nam ſi aliquando æquales ſint, adhibenda erit praxis poſtremæ demonſtrationis eiuſdem propoſitio-*
Quando alter arcuũ datorũ inæqualiũ eſt quadrans. *nis antecedentis. Quòd ſi ſciremus, an anguli B, C, ſint acuti, vel obtuſi, facili negotio, inuento arcu B C, ipſos inueniremus, vt ad finem ſecundæ demonſtrationis antecedentis propoſ. monuimus.*

QVOD ſi alter inæqualium arcuum datorũ ſit quadrans, nempe A B, ducemus ab eius extremo A, ad alterum arcum B C, arcum perpendicu-
36. huius. *larem A D. Eritq́; alter ſaltem arcuum A D, B D, quadrans quoque. Non poteſt autem A D, eſſe quadrans; quia alias, cum & A B, quadrans po-*
25. huius. *natur, eſſent anguli B, D, recti, atq; adeo triangulum A B C, eſſet rectan-*
34. huius. *gulum. quod non ponitur. Erit ergo B D, quadrans, ideoq́; angulus oppo-*
26. huius. *ſitus B A D, rectus. Polus quoq; arcus A D, erit B, ob quadrantes A B, B D: proptereaq́; arcus A D, ex angulo ipſo B, dato cognitus erit. Atq; ita duo arcus A D, B D, cum angulo B A D, facti erunt noti ſine vllo negotio multiplicationis. Reliqua inuenientur, vt prius.*

Quãdo duo arcus dati ſunt æquales. SED ſint iam dati arcus A B, A C, datum angulum A, comprehendentes, æquales. Erunt igitur duo anguli B, C, æquales, nempe vel acuti, vel obtuſi, & neuter arcuũ A B, AC, quadrans; arcusq́; perpendicularis A D, ex A, in B C, demiſſus intra triangulum cadet, necnon & arcus B D, C D, & anguli ad A, æquales

æquales erunt, vt in vltima figura præcedentis propoſ. oſtendimus: ac proinde vterque angulus ad A, datus erit, cum dimidium ſit anguli B A C, dati. Quoniam ergo in triangulo A B D, angulum habente rectum D, datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo B A D, nimirum cum dimidio dati anguli B A C; cognitus erit arcus B D, dato angulo (Schol. 41. huius.) B A D, oppoſitus: qui duplicatus totum arcum B C, quæſitum reddet notum. Rurſus quia in eodem triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A B, angulo (Schol. 51. vel 45. hui⁹.) recto opppoſitus, cum arcu B D, circa angulum rectum:



VEL, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & præterea angulus non rectus B A D: (Schol. 47. huius.)

VEL denique, quia datus eſt arcus B D, circa rectum angulum, vna cum angulo non recto B A D, qui (Schol. 56. vel 42. hui⁹.) dato arcui B D, opponitur, conſtatq́; preterea ſpecies reliqui anguli non recti B. Nam ſi A B, fuerit quadrante minor, erit angulus B, acutus, ſicut & B A D, acutus eſt: Si vero A B, maior quadrante extiterit, erit angulus B, obtuſus, quandoquidem B A D, acutus eſt;

notus erit quoque, ex ſcholijs in margine adductis, angulus B; ideoq́; & angulus C, illi æqualis. (58. huius.)

PRAXIS petatur ex ſcholijs in margine adductis. (Praxis.)

SOLIS ſinubus ita vtemur. Per praxim problematis 2. ſcholij pro propoſ. 41. exquiremus arum B D; qui duplicatus totum B C, qui quæritur, dabit. Deinde ex praxi problematis 2. ſcholij propoſ. 42. quæremus angulum B; cui æqualis eſt alter angulus C. (Praxis per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus ſunt æquales.)

DATIS igitur duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum angulo ab ipſis comprehenſo; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperimus. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

HIC *quoque potius vti voluimus theoremate ſcholij 2. propoſ. 58. in demonſtratione ſecunda huius problematis, quam theoremate eiuſdem propoſ. 58. vt praxis minus fieret laborioſa. Nam cum ſit, vt quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus datorum arcuum inæqualium contentum, ita ſinus verſus anguli dati à dictis arcubus comprehenſi ad differentiam inter ſinum verſum arcus dato angulo oppoſiti, & ſinum verſum differentiæ duorum arcuum datorum inæqualium: ſi vellemus vti hoc theoremate propoſ. 58. moleſta redderetur multiplicatio in aurea regula, cum ſinus verſus dati anguli multiplicandus eſſet per dictum rectangulum. At in noſtra praxi multo breuior fit multiplicatio, vt patet, quamuis bis regulam auream adhibeamus.* (58. huius.)

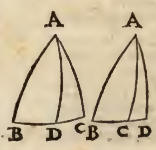
PROBL. 6. PROP. 65.

DATIS duobus angulis triãguli ſphærici non rectan-

rectanguli, vnà cum arcu ipſis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo ſcrutari.

Quãdo duo anguli dati ſũt inæquales, & arcus adiacẽs datus maior, aut minor quadrante.

IN triangulo ſphærico A B C, non rectangulo dati ſint duo anguli B, & B A C, cum arcu adiacente A B. Oportet ex his reliquos arcus A C, B C, cum reliquo angulo C, ſcrutari. Sit primum datus arcus A B, non quadrans, ſed vel maior, vel minor quadrante, & dati ãnguli B, B A C, inæquales, à quorum vno, nempe à B A C, ad arcum oppoſitum B C, arcus perpendicularis demittatur A D: qui an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, atque operatio indicabit. Nam cum in triangulo A B D, rectũ habente angulum D, datus ſit arcus A B, angulo recto oppoſitus, & angulus B; dabitur etiam angulus B A D: qui ſi minor repertus fuerit dato angulo B A C, cadet arcus A D, intra triangulum; extra vero, ſi maior. Iam ablato angulo B A D, inuento, ſi minor eſt dato angulo B A C, ex angulo B A C; vel ſi maior eſt, ſubducto angulo dato B A C, ex inuento angulo B A D, notus euadet reliquus angulus C A D.



Schol. 47. huius.

NVNQVAM vero inuentus angulus B A D, eſſe poteſt rectus: quia duo arcus A B, B D, eſſent quadrantes, ob angulos rectos B A D, A D B; cum tamen A B, ponatur eſſe nõ quadrans: ſed C A D, poterit aliquando eſſe rectus.

25. huius.

Schol. 41. huius.

RVRSVS, quia in eodem triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, & angulus non rectus B:

Schol. 52. vel 42. hui⁹.

VEL, quia notus eſt vterque angulus non rectus B, & B A D:

Schol. 45. huius.

AVT denique, quoniam datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, vna cum angulo non recto B A D;

Schol. 41. huius.

cognoſcetur quoque, per ſcholia adducta in margine, arcus A D. Eodemq́ue pacto, quia in eodem triangulo B A D, cuius angulus D, rectus, datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, vna cum angulo B A D:

Schol. 52. vel 42. hui⁹.

VEL, quia cognitus eſt vterque angulus non rectus B, & B A D:

Schol. 45. huius.

VEL, quoniam notus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, vna cum angulo non recto B:

Schol. 53. vel 43. hui⁹.

AVT, quia datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, & præterea arcus A D, circa rectum angulum:

Schol. 49. vel 44. hui⁹.

VEL, quoniam notus eſt arcus A D, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto B, ei oppoſito; conſtatq́; præterea, an alter arcus B D, circa rectum angulum ſit maior, minorue quadrante. Nam ſi inuentus angulus B A D, eſt acutus, erit arcus B D, quadrante minor; maior autem, ſi obtuſus:

Schol. 44. huius.

VEL denique, quoniam notus eſt arcus A D, circa rectum angum, & præterea angulus non rectus B A D, ei adiacens;

cogno-

cognoſcetur quoque, ex ſcholijs in margine citatis, arcus B D. Præterea, quia in triangulo A C D, habente rectum angulum D, cognitus eſt arcus AD, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C A D, ei adiacente; inuenietur quoque arcus A C, recto angulo oppoſitus. Atque ita iam vnus reliquorum arcuum repertus eſt A C. Schol. 46. vel 45. huiꝰ.

POST hæc, quoniam in eodem triangulo A C D, cuius angulus D, rectus, datus eſt arcus AC, recto angulo oppoſitus, vna cum angulo non recto C AD: Schol. 41. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, & præterea arcus A D, circa eundem angulum rectum: Schol. 43. vel 53. huiꝰ.

VEL denique, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C A D, ei adiacente: Schol. 44. huius.

notus quoque fiet, ex ſcholijs in margine deſcriptis, arcus C D: qui adiectus arcui inuento B D, quando perpendicularis arcus A D, intra triangulum cadit; vel, quando extra cadit, ſublatus ex arcu inuento B D, notum exhibebit arcum B C, qui eſt alter reliquorum arcuum, qui quæruntur.

A D extremum in eodem triangulo ACD, quoniam datus eſt arcus AC, recto angulo oppoſitus, cum arcu A D, circa rectum angulum: Schol. 41. vel 55. huiꝰ.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, & angulus non rectus C A D, ei adiacens: Schol. 42. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, & angulus non rectus A C D, ei oppoſitus; conſtatq; præterea, an reliquus arcus CD, circa rectum angulum inuentus ſit maior quadrante, aut minor: Schol. 56. vel 42. huiꝰ.

AVT, quia datus eſt vterque arcus A D, C D, circa angulum rectum: Schol. 48. vel 44. huiꝰ.

AVT, quia datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, & inſuper arcus C D, circa rectum angulum: Schol. 45. vel 51. huiꝰ.

AVT denique, quoniam datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, cum angulo non recto C A D; Schol. 47. huius.

notus quoque fiet, ex ſcholijs in margine nominatis, angulus A C D, qui in priori triangulo eſt is, qui quæritur; in poſteriori vero ſubductus ex duobus rectis reliquum facit quæſitum angulum A C B. Atque ita iam omnia, quæ propoſita ſunt, inuenimus.

DE praxi nihil noui præcipimus, ſed recurrendum erit ad praxes ſcholiorum, quæ in margine citata ſunt.

PER ſolos autem ſinus ita propoſitum exequemur. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 41. in triangulo A B D, rectangulo inueſtigabimus arcum A D: Et per praxim problematis ſcholij 1. propoſ. 43. arcum B D. Deinde per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. angulum B A D: quem, ſi minor eſt dato angulo B A C, auferemus ex angulo B A C, dato; vel, ſi maior eſt, ab eo datum angulum B A C, detrahemus, vt notus fiat angulus C A D. Praxis per ſolos ſinus, quãdo dati duo anguli inæquales ſunt, & arcꝰ datus illis adiacẽs nõ eſt quadrãs.

HINC per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. eliciemus in

triangulo rectangulo A C D, angulum A C D: qui erit quæſitus A C B, in triangulo A B C, ſi inuentus angulus B A D, fuerit minor angulo dato B A C: Si autem maior, idem angulus A C D, ex duobus rectis demptus reliquum faciet angulum quæſitum A C B.

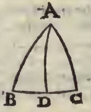
IAM vero per praxim problematis 3. ſcholij propoſ. 41. inueniemus in triangulo eodẽ A C D, arcum A C, recto angulo oppoſitum. Datur enim arcus A D, circa angulum rectum, & angulus nõ rectus A C D, conſtatq́, præterea, qualis ſit alter angulus non rectus C A D, iamdudũ inuentus: qui quidem arcus A C, eſt vnus reliquorũ, qui in triangulo A B C, quæruntur.

PER praxim tandem problematis 2. ſcholij propoſ. 41. reperietur arcus C D: Vel per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 42. vel certe per praxim problematis ſcholij 1. propoſ. 43. eundem arcum C D, cognoſcemus: qui additus inuento arcui B D, quando angulus B A D, inuentus minor fuerit dato angulo B A C; vel, quando maior fuerit, ab eodem arcu B D, ſubtractus, notum efficiet arcum B C, qui eſt alter eorum in triangulo A B C, qui inueſtigari debent.

QVOD ſi quando angulus inuentus C A D, fuerit rectus, cum &
25. huius. *A D C, rectus ſit, erunt A C, C D, quadrantes; & A D, arcus anguli C;*
Quãdo duo anguli ſunt inæquales, & arcus adiacẽs datus quadrans. *ac proinde angulus C, ex arcu inuento A D, cognitus erit. Reliquus autem arcus B C, cognoſcetur ex quadrante C D, & arcu B D, inuento, vt prius.*

IAM vero ſi datus arcus A B, ſit quadrans, exiſtentibus adhuc angulis B, & B A C, inæqualibus, erit angulus B A D, rectus, & arcus etiam B D, quadrãs. Nam cum in triangulo rectangulo A B D, arcus A B, angulo recto oppoſitus
36. huius. ponatur quadrans, erit ſaltem alter reliquorum arcuum quadrans. Non po-
25. huius. teſt autem A D, eſſe quadrans: quia duo anguli B, D, eſſent recti, ob quadrantes A B, A D, cum tamen triangulum A B C, ponatur non rectangulum. Igi-
34. huius. tur B D, quadrans erit; ac propterea oppoſitus angulus B A D, rectus. Polus
26. huius. quoque arcus A D, erit B, ob quadrantes B A, B D; ac proinde A D, arcus erit dati anguli B, ideoq́; datus. Inuentis autem arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, ſine vllo labore, cum in eis inueſtigandis nullo problemate ex
Quãdo duo anguli dati ſint æquales. præcedentibus egeamus, reliqua inueniemus, vt prius.

SINT deinde in triangulo A B C, dati duo anguli B, & C, æquales, cum arcu B C, illis adiacente, ſiue quadrans is ſit, ſiue qua-
9. huius. drante maior, aut minor. Erunt arcus A B, A C, æquales; ideoq́; arcus perpendicularis A D, ad datum arcum B C, ex oppoſito angulo A, demiſſus intra triangulum cadet, ſecabitque & arcum datum B C, & angulum B A C, oppoſitum bifariam, vt in poſteriore caſu propoſ. 62. monſtrauimus. Quoniam ergo in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus eſt arcus B D, circa rectum angulum, quippe qui dimidium ſit dati arcus B C, &



Schol. 45. vel 46. hui⁹. inſuper angulus B, ei adiacens; dabitur & arcus A B, recto angulo oppoſitus, ideoq́; & A C, illi æqualis datus erit. Atque ita duo arcus

cus reliqui iam noti facti ſunt. Rurſus quia in eodem triangulo datus eſt, per inuentionem, arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum arcu B D, circa rectum angulum:

Schol. 41. vel 55. hui^9.

VEL, quia datus eſt arcus B D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto B, ei adiacente:

Schol. 42. huius.

VEL certe, quia datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum angulo non recto B;

Schol. 47. huius.

reperietur, per ſcholia in margine adducta, angulus quoque B A D: qui duplicatus totum angulum B A C, quæſitum efficiet cognitum.

SED per ſolos ſinus ita praxis ſe habet. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. ex arcu B D, circa angulum rectum dato, & ex angulo B, ei adiacente dato, inueniemus angulum B A D, qui duplicatus totum angulum quæſitum B A C, dabit. Deinde per praxim problematis 3. ſcholij propoſ. 41, ex arcu B D, circa rectum angulum, & angulo B A D, oppoſito iam inuento, eruemus arcum A B, recto angulo oppoſitum, ideoq́; & arcum A C, illi æqualem. Nam præter data conſtat etiam ſpecies reliqui anguli B, dati non recti.

Praxis per ſolos ſinus, quãdo duo anguli dati ſunt æquales.

DATIS igitur duobus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, vnà cum arcu ipſis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo ſcrutati ſumus. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

IN triangulis rectilineis non rectãgulis problema huic ſimile propoſitum non fuit: propterea quod, datis duobus angulis, datur & tertius: qui nimirum relinquitur, ſi duo illi ex duobus rectis tollantur. Quare cum vnum etiam latus detur, duo reliqua latera per propoſ. 10. triang. rectil. efficientur nota.

32. primi.

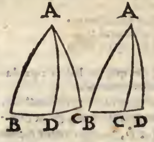
PROBL. 7. PROPOS. 66.

DATIS duobus angulis triãguli ſphærici non rectanguli, cum arcu, qui alteri illorum opponitur; reliquos arcus, cum reliquo angulo indagare. Oportet autem conſtare, num arcus alteri angulo dato oppoſitus maior ſit quadrante, an minor, aut certe quadrans.

IN triangulo A B C, non rectangulo dati ſint duo anguli B, C, cum arcu A B, qui angulo C, opponitur, conſtetq́ue, an arcus A C, maior quadrante ſit, minorve, an quadrans. Oportet ex his & reliquos arcus A C, B C, & reliquũ angulum B A C, inuenire. Sint primum dati duo anguli B, C, inæquales, &

Quãdo duo anguli dati inæquales ſũt, & arcus dat^9 qui vni eorũ opponitur, nõ quadrans.

datus arcus A B, non quadrans. Ducatur ex angulo A, ad arcum B C, datis



angulis adiacentē arcus perpendicularis AD:
37.huius. qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulorum B, C, datorum fuerit acutus, vel obtuſus; extra vero, ſi vnus fuerit acutus, & obtuſus alter. Quia ergo in triangulo A B D, rectum habēte angulum D, datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum angulo non re-
Schol. 41. huius. cto B; notus fiet arcus A D, circa angulum rectum dato angulo B, oppoſitus. Hinc in eodem triangulo A B D, quoniam datus eſt
Schol. 43. vel 53. huiꝰ. arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum arcu A D, circa angulum rectum:

Schol. 45. huius. VEL, quia datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, & præterea angulus B, non rectus:

Schol. 49. vel 44. huiꝰ. VEL denique, quoniam datus eſt arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo B, non recto ei oppoſito; conſtatq́; præterea ſpecies arcus B D. Nam ſi A B, datus fuerit minor quadrante; ſi quidem & A D, inuentus
36. huius. ſit minor, erit quoque B D, minor; ſi autem maior, maior. Si vero A B, datus fuerit quadrante maior; ſi quidem & A D, inuentus ſit maior, erit B D, minor; ſi vero A D, ſit minor, erit B D, maior;

reperietur quoque, ex ſcholijs in margine citatis, alter arcus B D, circa an-
Schol. 41. vel 55. huiꝰ. gulum rectum. Hinc rurſus in eodem triangulo A B D, quoniam datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & præterea arcus B D, circa angulū rectum:

Schol. 44. vel 48. huiꝰ. AVT, quia datus eſt vterque arcus A D, B D, circa angulum rectum:

Schol. 45. vel 51. huiꝰ. VEL, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum arcu A D, circa angulum rectum:

Schol. 56. vel 42. huiꝰ. VEL, quia datus eſt arcus A D, circa rectum angulum, & inſuper angulus non rectus B, ei oppoſitus; conſtatq́; præterea ſpecies anguli B A D. Nam ſi BD, arcus
34. huius. inuentus ſit quadrante maior, erit angulus B A D, obtuſus; ſi vero minor, acutus.

Schol. 47. huius. VEL denique, quia datus eſt arcus A D, angulo recto oppoſitus, cum angulo non recto B;

notus fiet quoq; angulus non rectus B A D, ex ſcholijs in margine appoſitis.

DEINDE in triangulo A C D, rectum habente angulum D, quoniam datus eſt arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo C, oppoſito; (Nam quando perpendicularis arcus A D, extra triangulum cadit, dabitur angulus A C D, ſi datus angulus A C B, ex duobus rectis ſubducatur.) poniturq; præterea conſtare ſpecies arcus A C, qui in propoſito triangulo A B C, alteri dato angulo B, opponitur, in hoc vero triangulo A C D, recto angulo D, op-
Schol. 41. vel 54. huiꝰ. poſitus eſt; notus quoque euadet arcus A C; qui vnus eſt reliquorum arcuum, qui inueſtigandi proponuntur in triangulo A B C. Hinc quia in eodem trian-
Schol. 43. vel 53. huiꝰ. gulo A C D, datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, & arcus A D, circa rectum angulum:

VEL

VEL, quia datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, cum angulo non recto C: Schol. 45. huius.

VEL denique, quoniam datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo C, ei oppoſito, conſtatq; præterea ſpecies arcus C D. Nam ſi arcus A C, recto angulo oppoſitus, inuentus fuerit minor quadrante, erit vterque arcus A D, C D, vel minor etiam, vel maior; atque ita ex cognito arcu A D, ſciemus, an C D, minor ſit, vel maior quadrante: Si vero inuentus arcus A C, fuerit quadrante maior, & A D, minor, erit C D, maior; at ſi A D, maior fuerit, erit C D, minor; Schol. 49. vel 44. huius. 36. huius.

cognoſcetur etiam, per ſcholia in margine poſita, arcus C D: qui additus arcui iamdudum inuento B D, ſi perpendicularis arcus A D, intra triangulum cadit; vel, ſi extra, ablatus ex arcu B D, inuento, notum efficiet arcum B C, quæſitum. Atque ita iam reliqui duo arcus A C, B C, inuenti erunt.

POSTREMO, quia in eodem proximo triangulo A C D, datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, cum arcu C D, circa rectum angulum: Schol. 41. vel 55. huius.

VEL, quoniam datus eſt arcus C D, circa rectum angulum, & præterea angulus non rectus C: Schol. 42. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C, oppoſito; conſtatq; præterea ſpecies alterius anguli C A D. Nam ſi arcus inuentus C D, minor eſt quadrante, erit angulus C A D, acutus; obtuſus vero, ſi C D, quadrante maior eſt: Schol. 42. vel 56. huius. 34. huius.

VEL, quia datus eſt vterq; arcus A D, C D, circa angulum rectum. Schol. 44. vel 48. huius.

VEL, quoniam datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, & arcus A D, circa rectum angulum; Schol. 45. vel 51. huius.

VEL denique, quia datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, vnà cum angulo C, non recto; Schol. 47. huius.

fiet quoque notus angulus C A D, ex ſcholijs in margine adductis. Hic autem angulus C A D, additus angulo B A D, iam antea inuento, ſi arcus perpendicularis A D, intra triangulum cadit; vel ſi extra, ablatus ex inuento angulo B A D, cognitum exhibebit angulum B A C, quæſitum.

CAETERVM nullo modo alteruter arcuum A D, B D, quadrans eſſe poteſt in hoc caſu: quia ſi alter illorum eſſet quadrans, eſſet quoq; arcus A B, angulo recto oppoſitus, quadrans. quod eſt contra hypotheſim. 35. huius.

PRAXIS huius problematis pendet ex ſcholÿs in margine notatis.

SOLIS autem ſinubus ita rem perficiemus. Per praxim problematis 2. ſcholÿ propoſ. 41. inueniemus arcum A D: Et per praxim problematis ſcholÿ 1. propoſ. 43. arcum B D: Et per praxim problematis 1. ſcholÿ propoſ. 41. angulum B A D. Praxis per ſolos ſinus, quãdo dati anguli inæquales sũt, & datus arcus, qui vni eorum opponitur, nõ quadrans.

DEINDE per praxim problematis 3. ſcholÿ propoſ. 41. cognoſcemus arcum A C, cum conſtet ex hypotheſi eius ſpecies. Hinc per praxim problematis ſcholÿ 1. propoſ. 43. arcus C D, notus fiet; ex quo, ſi addatur arcui inuento B D, vel ab eodem ſubtrahatur, prout perpendicularis

arcus A D, intra, vel extra triangulum ceciderit, cognitus fiet arcus B C.

A D extremum, per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. eruemus angulum C A D; qui additus angulo inuento B A D, vel ab eo ſubtractus, prout arcus perpendicularis A D, intra triangulum ceciderit, vel extra, notum faciet angulum B A C.

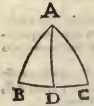
QVOD ſi quando arcus A C, alteri angulo B, dato oppoſitus, ſit quadrans, quod euenire poteſt, non exiſtente quadrante A B; erit alter ſaltem
36.huius. reliquorum quoque arcuum A D, C D, in triangulo A C D, quadrans. Cum
34. huius. ergo A D, eſſe non poſsit quadrans, erit C D, quadrans; ac proinde angulus ei oppoſitus C A D, rectus. Itaque tunc inuentus erit & arcus C D, & angulus C A D, ſine vllo alio labore: ex quibus & arcus B C, & angulus B A C, deprehendentur, vt dictum eſt.

Quãdo duo anguli dati inæquales ſũt, & datus arc⁹ vni eorũ oppoſit⁹, quadrans.

SIT iam arcus datus A B, quadrans, & adhuc duo anguli dati B, C, inæquales. Erit arcus B D, quadrans etiam, & angulus B A D, rectus. Cum enim
36. huius. in triangulo A B D, arcus A B, angulo recto oppoſitus quadrans ponatur; erit
25.huius. ſaltem & alter reliquorum arcuum A D, B D, quadrans. Non poteſt autẽ A D, eſſe quadrans: quia duo anguli B, D, ob quadrantes A B, A D, recti eſſent, ideoq; triangulum A B C, rectangulum, quod non ponitur. Erit ergo B D,
34.huius. quadrans, ac proinde angulus oppoſitus B A D, rectus. Erit quoque B, po-
26.huius. lus arcus A D, ob quadrantes A B, B D; proptereaq; datus angulus B, arcum B D, notum efficiet. Inuẽtis autem arcubus A D, B D, cum angulo recto BAD, ſine vlla multiplicationis moleſtia, inuenientur reliqua, vt prius. In hoc tamen caſu arcus A C, nullo pacto quadrans erit, ne duo quadrantes ſint A B,
25.huius. A C, in triangulo A B C, ac proinde duo anguli B, C, recti. Quod eſſet contra hypotheſim, cum triangulum ponatur non rectangulum.

Quãdo duo dati anguli æquales ſũt.

VERVM ſint iam in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, æquales.



Erunt duo arcus A B, A C, æquales; atq; adeo neuter eorum quadrans, ne duo anguli B, C, recti exiſtant. Demiſſus igitur arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, intra triangulum cadet, diuidetq; tam arcum B C, quam angulum B A C, bifariam, vt ſupra in ſecundo caſu propoſ. 62. oſtendimus. Igitur quia in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus
Schol. 45. huius. eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum angulo B; cognitus erit & arcus B D: qui duplicatus totum arcum B C, notum efficiet: Sed & A C, notus eſt,
Schol. 41. vel 55. hui⁹. cum dato arcui A B, æqualis ſit. Deinde quoniam in eodem triangulo A B D, datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum arcu B D, circa angulum rectum proximè inuento;

Schol. 42. huius. VEL, quia datus eſt arcus B D, circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente B:

Schol. 47. huius. VEL denique, quoniam datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo non recto B;

dabitur quoque, per ſcholia in margine adducta, angulus B A D: qui duplicatus totum B A C, quæſitum præbebit.

ITA autem ſolis ſinubus in hoc caſu vtemur. Per praxim proble-

matis 2. ſcholij propoſ. 41. reperiemus arcum A D: Et hinc per praxim problematis ſcholij 1. propoſ. 43. arcum B D; qui duplicatus totum arcum B C, dabit notum. Deinde per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. Vel per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. inueniemus angulum B A D, ac proinde eius duplum B A C, qui quæritur. Tertius autem arcus A C, dato arcui A B, æqualis eſt, atque adeo cognitus.

Praxis per ſolos ſinus, quãdo dati duo anguli æquales ſũt.

DATIS igitur duobus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, cum vno arcu, qui alteri illorum opponitur, &c. Quod erat faciendum.

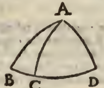
SCHOLIVM.

HVIC *etiam problemati nullam propoſitionem reſpondentem attulimus in triangulis rectilineis, propter cauſam in ſcholio antecedentis propoſ. allatam.*

OPORTET *autem in primo caſu huiuſce problematis dari etiam neceſſario ſpeciem arcus A C, alteri angulo dato B, oppoſiti. Alioquin in triangulo A C D, ex dato arcu A D, & angulo C, oppoſito, (cum nihil certi adhuc exploratum habeamus de arcu C D, vel angulo C A D, qualesnã ſint.) non inueniretur arcus A C, recto angulo oppoſitus, cum is poſſit eſſe vel maior quadrante, vel minor, & nondum ex datis, vel demonſtratis conſtet, qualis futurus ſit. Cæterum non ſatis eſſe, ſi dentur anguli duo, cum arcu vni eorum oppoſito, ad eliciendos reliquos arcus, & reliquum angulum, iampridem admonuimus in ſcholio propoſ. 22. & 23. Vbi etiam Copernicum halucinatum ea in re eſſe lib. 1. Reuolutionum propoſ. 12. triang. ſphær. indicauimus. Quod tamen hic breuiter ita rurſum demonſtrabimus.*

Error Copernici.

Nõ ſatis eſſe, dati duos angulos, cũ arcu vni eorũ oppoſito, ad reliqua inueniẽda in triangulo nõ rectangulo.



Sint duo arcus inæquales A B, A C, angulum B A C, continentes, & ſemicirculo ſimul æquales; atque adeo vnus quadrante maior, & alter minor. Ducto autem per B, C, arcu circuli maximi B C, ducatur ad eum productum ex A, alius arcus A D, neque per polos arcus A C, neque per polos arcus B C; ita vt anguli D, & C A D, ſint non recti. Sed neque angulus A C D, rectus eſt. Nam ſi foret rectus, eſſet angulus A B C, cui ille æqualis eſt, rectus quoque; atque ita duo arcus A B, A C, propter rectos angulos B, C, æquales eſſent, & quadrantes. Quod eſt contra hypotheſim. Triangulum ergo A C D, non rectangulum eſt; in quo licet duo anguli A C D, & D, dentur, cum arcu A D, qui angulo A C D, opponitur; non tamen inde colligemus arcum A C, alteri dato angulo D, oppoſitum, cum eidem opponatur in triangulo A B D, etiam arcus A B, ipſi A C, inæqualis; propterea quod eadem hypotheſis manet in triangulo A B D, nempe anguli dati B, D, (cum angulus B, angulo A C D, æqualis ſit, vt oſtendimus) & arcus datus A D, angulo B, oppoſitus. Neceſſe eſt ergo, vt detur ſpecies arcus angulo D, oppoſiti, vt ſciamus, num maior quadrante is ſit, an minor, hoc eſt, num arcus A B, an A C, ſumendus ſit, cum vnus eorum maior quadrante ſit, & alter minor; &c.

14. huius.
25. huius.

HAC *in re lapſus etiam eſt Ioan. Regiom. lib. 4. triangulorum propoſ. 32. cum vult ex duobus angulis datis, cum vno latere oppoſito, reliqua inuenire. quod tamen non ſatis eſſe, hic demonſtrauimus.*

Error Regiom.

PROBL.

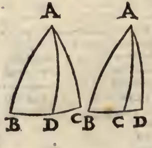
PROBL. 8. PROP. 67.

DATIS duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur; reliquos angulos, cum reliquo arcu inuenire. Oportet autem conſtare, num angulus alteri arcui dato oppoſitus acutus ſit, an obtuſus.

Quando neuter datorũ arcuũ inæqualiũ ſit quadrãs.

IN triangulo ſphærico non rectangulo A B C, dati ſint duo arcus AB, AC, cum angulo B, qui arcui A C, opponitur, conſtetq́; , an angulus C, acutus ſit, an obtuſus. Oportet ex his & reliquos angulos C, B A C, & reliquum arcum B C, ſcrutari. Sint primum dati duo arcus A B, A C, inæquales, & neuter eorum quadrans. Ducantur ab angulo A, tertio arcui oppoſito ad ipſum arcum tertium B C, arcus perpendicularis A D: qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulus B, C, acutus eſt, vel obtuſus; extra vero, ſi vnus acutus, & alter obtuſus fuerit: conſtat autem ex datis, an vterque angulus acutus ſit, obtuſusve, an vnus acutus, & obtuſus alter; cum datus ſit angulus B, cum ſpecie anguli C. Itaque quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum angulo B; datus etiam erit arcus A D, circa rectum angulum dato angulo B, oppoſitus. Hinc in eodem triangulo A B D, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & inſuper arcus A D, circa eundem angulum rectum:

57. huius.



Schol. 41. huius.

Schol. 43. vel 55. hui⁹.

Schol. 45. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & præterea angulus non rectus B:

Schol. 49. vel 44. hui⁹.

VEL denique, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo B, oppoſito; conſtatq́; ſpecies præterea arcus B D. Nam ſi A B, datus fuerit minor quadrante; ſi quidem & A D, inuentus minor ſit, erit quoque B D, minor; ſi autem maior, maior. At ſi A B, datus fuerit maior quadrante; ſi quidem & A D, inuentus maior ſit, erit B D, minor; ſi autem A D, minor ſit, erit B D, maior;

36. huius.

cognitus etiam erit, ex adductis ſcholijs in margine, alter arcus B D, circa angulum rectum. Hinc rurſus in eodem triangulo A B D, quia datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum arcu B D, circa eundem rectum angulum:

Schol. 41. vel 55. hui⁹.

VEL, quia datus eſt vterque arcus A D, B D, circa angulum rectum:

Schol. 44. vel 48. hui⁹.

VEL,

VEL, quoniam datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum arcu A D, circa eundem angulũ rectum: Schol. 49. vel 51. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo oppoſito B, conſtatq; præterea ſpecies anguli B A D. Nam ſi B D, arcus inuentus ſit minor quadrante, erit angulus B A D, acutus; obtuſus vero, ſi maior: Schol. 56. vel 42. huius. 34. huius.

VEL denique, quoniam datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, & inſuper angulus non rectus B; Schol. 47. huius.

efficietur quoq; notus, ex ſcholijs in margine poſitis, angulus nõ rectus B AD.

DEINDE, quia in triangulo A C D, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, & inuentus arcus A D, circa angulum rectum; cognoſcetur quoque angulus C A D, à dictis arcubus comprehenſus: qui additus inuento angulo B A D, vel ab eo ſubtractus, prout arcus perpendicularis A D, intra triangulum cadit, aut extra, (quod quidem cognoſcemus, vt ad initium diximus, ex dato angulo B, & ſpecie data anguli C.) dabit quæſitum angulum B A C. Schol. 51. vel 45. huius.

RVRSVS, quoniam in eodem triangulo ACD, datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, & inuentus arcus A D, circa rectum angulum: Schol. 55. vel 41. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, & inſuper angulus non rectus C A D: Schol. 42. huius.

AVT denique, quoniam datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, & præterea angulus non rectus C A D; Schol. 47. huius.

cognitus quoque erit angulus A C D. SI igitur arcus perpendicularis AD, cadit intra triangulum, inuentus angulus erit A C B, qui quæritur; ſi vero cadit extra, angulus inuentus A C D, demptus ex duobus rectis, notum relinquet quæſitum angulum A C B. Qui quidem angulus A C B, ita quoque reperietur, licet arcus A D, non adeſſet. Quoniam eſt, vt ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B, ita ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C B: ſi fiat, vt ſinus dati arcus dato angulo oppoſiti ad ſinum dati anguli, ita ſinus alterius arcus dati ad aliud, producetur ſinus anguli huic arcui oppoſiti; ac proinde angulus ipſe A C B, cognitus erit, cum conſtet eius ſpecies. Atq; ita inuenti iam ſunt reliqui duo anguli B A C, A C B. 41. huius.

QVONIAM denique in eodem triangulo A C D, datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, cum angulo C A D, proxime inuento: Schol. 41. huius.

VEL, quia datus eſt vterque angulus non rectus A C D, C A D: Schol. 42. vel 52. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, cum arcu A D, circa angulum rectum: Schol. 43. vel 53. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo non recto C A D: Schol. 44. huius.

VEL, quoniam datus eſt arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo oppoſito A C D; conſtatq; præterea ſpecies alterius arcus C D, circa rectum angulum. Exiſtente enim angulo inuento C A D, acuto, erit arcus C D, quadrante minor; maior autem, ſi obtuſus. Schol. 49. vel 44. huius. 34. huius.

VEL denique, quia datus eſt arcus A C, recto angulo Schol. 45. huius.

gulo oppoſitus, cum angulo non recto A C D; reperietur quoque, per ſcholia in margine adducta, arcus C D, circa rectum angulum: qui vel additus arcui B D, iam dudum inuento, vel ab eo ſubductus, (prout nimirum arcus perpendicularis A D, intra triangulum ceciderit, vel extra) dabit arcum BC, in propoſito triangulo A B C, quæſitum.

PORRO nulla ratione alteruter arcuum A D, B D, in hoc caſu, quadrans eſſe poteſt: quia alioquin & arcus A B, recto angulo D, oppoſitus eſſet quadrans, quod eſt contra hypotheſim. Eadem ratione neque C D, quadrans erit, ne & arcus A C, angulo recto oppoſitus quadrans ſit, quod eſſet etiam contra hypotheſim.

35.huius.

PRAXIS huius problematis petatur ex ſcholijs in margine poſitis.

Praxis per ſolos ſinus, quãdo neuter datorũ arcuum inæqualiũ eſt quadrans.

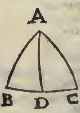
SED per ſolos ſinus ita problema abſoluetur. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 41. inuenietur arcus AD, in triangulo ABD: Et hinc per praxim problematis ſcholij propoſ. 43. arcus B D. Deinde per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. reperietur angulus BAD.

POST hæc in triangulo ACD, per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. cognitus erit angulus A C D, qui eſt vnus quæſitorum, ſi conſtet, angulum C, eiuſdem eſſe ſpeciei cum angulo dato B; ſi vero diuerſæ, reliquus duorum rectorum erit angulus A C B, quæſitus, quia ibi arcus perpendicularis intra triangulum cadit, hic vero extra. Rurſus per praxim problematis ſcholij propoſ. 43, notus efficietur arcus C D, qui in priori triangulo additus inuento arcui B D, in poſteriori vero ex eodem ſublatus exhibebit reliquum arcum B C, in propoſito triangulo notum. Ad extremum, per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. reperietur angulus CAD, qui additus, vel ſubductus ex inuento angulo BAD, tertium angulum BAC, qui quæritur, notum efficiet.

37.huius.

Quando alter duorũ arcuũ inæqualiũ datorum eſt quadrans.

QVOD ſi alter arcuum datorum inæqualium A B, A C, ſit quadrans; ſi quidem A B, quadrans fuerit, erit quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus, necnon B, polus arcus A D; atque adeo angulus datus B, eundem arcum A D, notum exhibebit, vt in præcedenti propoſ. oſtendimus, quando arcus A B, ponebatur eſſe quadrans. Inuentis igitur arcubus A D, B D, & angulo B A D, ſine vllo negotio, reliqua inueniemus, vt prius. Si vero arcus AC, ſit quadrans, erit eadem ratione C D, quadrans, & angulus C A D, rectus, necnon C, polus arcus A D; atque adeo inuentus arcus A D, angulum A C D, notum faciet: qui vnus erit ex quæſitis, quando arcus A D, cadit intra triangulum; ſi vero extra, reliquus duorum rectorum dabit angulum quæſitum A C B. Atq; ita inuentus tunc erit, ſine multiplicatione vlla, & arcus C D, & angulus C A D, necnon angulus A C D: ex quibus reperientur reliqua, vt prius.



Quãdo dati duo arc⁹ æquales ſũt.

SINT iam dati duo arcus A B, A C, æquales. Erunt duo anguli B, C, æquales; & arcus perpendicularis A D, ex A, in B C, demiſſus intra triangulum cadet; necnon & arcus B D, C D, & anguli ad A, æquales erunt, vt in vltimo caſu propoſ. 63. oſtendimus

dimus. Cum ergo angulus B, datus ſit, erit quoque C, illi æqualis, datus. Deinde quia in triangulo A B D, habente rectum angulum D, datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum angulo B; dabitur quoque angulus B A D: qui, duplicatus totum angulum B A C, quæſitum offeret notum. Hinc, quoniam in eodem triangulo A B D, datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo B A D, inuento:

Schol. 47. huius.

Schol. 41. huius.

VEL, quia vterq; angulus non rectus B, & B A D, datus eſt:

Schol. 42. vel 52. huius.

VEL denique, quia datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum angulo B, non recto;

Schol. 45. huius.

cognoſcetur quoque, per ſcholia in margine allata, arcus B D, circa angulum rectum; atque adeo & eius duplus B C, qui inquirendus proponitur.

PRAXIS facile colligi poteſt ex ſcholijs in margine appoſitis.

SI vero ſolos ſinus adhibere malueris; inueniendus primum erit arcus A D, per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 41. Atque hinc per praxim problematis ſcholij propoſ. 43. arcus B D: qui duplicatus totum quæſitum B C, dabit. Deinde per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. vel per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. reperiendus angulus B A D; ex quo eius duplus B A C, quem quærimus, notus erit: tertius autem angulus C, iam datus eſt, cum æqualis ſit dato angulo B.

Praxis, per ſolos ſinus, quādo duo arcus dati æquales ſūt.

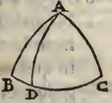
DATIS igitur duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum vno angulo, qui alteri eorum opponitur, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM. I.

NECESSE *eſt autem conſtare in hoc problemate, num angulus* C, *alteri dato arcui oppoſitus ſit acutus, obtuſusve, vt ſciatur, num perpendicularis arcus* A D, *intra triangulum cadat, nec ne. Hoc enim ignorato, neſciremus, an angulus* C A D, *addendus ſit angulo* B A D, *an ab eo ſubtrahendus, vt inueniatur angulus* B A C, *quæſitus: Item an arcus* C D, *arcui* B D, *ſit adijciendus, an ſubducendus ex eo, vt arcus quæſitus* B C, *reperiatur. Vel denique, num angulus inuentus* A C D, *ſit is, qui quæritur, an vero reliquus duorum rectorũ, vt manifeſtum eſt. Non eſſe porro ſatis, ſi duo arcus dentur, cum angulo vni eorum oppoſito, ad inquirendos reliquos angulos, cum reliquo arcu, iam dudum ſupra docuimus in ſcholio propoſ. 24. Qua in re Nicolaum Copernicum erraſſe lib. 1. Reuolutionum, propoſ 11. triang. ſphær. ibidem monuimus. Quod tamen breuiter ita hic rurſus oſtendemus. Sint duo arcus æquales* A D, A C, *angulum* D A C, *ambientes, & vterque quadrante minor, aut maior; Ducto autem per* C, D, *arcu circuli maximi* C D, *ducatur ad eum productum alius arcus* A B, *ex* A, *neque per polos arcus* C D, *neque per polos arcus* A D, *ita vt anguli* B, *&* D A B, *ſint non recti. Sed neque angulus* A D B, *rectus eſt. Si namque vterque arcus* A D, A C, *minor eſt quadrante, erunt duo anguli* C, *&* A D C, *acuti: ſi vero vterq; arcus* A D, A C, *quadrante maior eſt, erunt duo anguli* C, *&* A D C, *obtuſi.*

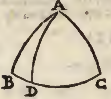
Error Copernici.

Nō ſatis eſſe, dar duos arcus, cum angulo vni eorū oppoſito, in triāgulo nō rectāgulo, vt reliqua inueniantur. 25. huius.



Ex quo

Ex quo ſit, angulum A D B, *eſſe vel obtuſum, quando nimirum* A D C, *acutus eſt*
5. huius. *vel acutum, quando videlicet* A D C, *eſt obtuſus: cum duo anguli ad* D, *duobus rectis ſint æquales.* Triangulum *ergo* A B D, *non rectangulum eſt: in quo licet duo arcus* A B, A D, *dentur, cum angulo* B, *qui arcui* A D, *opponitur: non tamen inde colligere poterimus reliquum angulum alteri arcui dato* A B, *oppoſitum eſſe* A D B; *cum eidem arcui* A B, *opponatur quoque in triangulo* A B C, *angulus* C, *ipſi* A D C, *inæqualis: propterea quòd in triangulo* A B C, *eadem hypotheſis manet, nempe arcus duo dati* A B, A C, *(ponitur enim arcus* A C, *arcui* A D, *æqualis) & angulus datus* B, *arcui* A C, *oppoſitus. Oportet ergo conſtare, num angulus alteri arcui* A B, *oppoſitus ſit acutus, aut obtuſus, hoc eſt, an ſumendus ſit angulus* A D B, *an vero* C, *cum vnus obtuſus ſit, & alter acutus, &c.*



SCHOLIVM. II.

HACTENVS *demonſtrauimus ea, quæ ad triangulorum calculum requiruntur, pluribus ſane propoſitionibus, & fortaſſe longioribus, quam in calculo, qui facilis & breuis eſſe debet, quis deſideret. Quare operæ pretium me facturum arbitror, ſi Epilogi loco praxes omnium problematum, quæ in triangulis rectilineis, & ſphæricis demonſtratæ ſunt, ſeorſum hic, in vnum quaſi locum congeſtas, deſcribam: vt in promptu eas ſemper, & quaſi ad manus habeamus, quando vſurpandæ ſunt, ne fruſtra in eis è tanta propoſitionum multitudine ſeligendis tempus teramus. In margine porrò propoſitiones, ac problemata, in quibus earum demonſtrationes continentur, adducemus, vt facile à quouis, cum res exiget, poſſint reperiri. Itaque quod ad calculum triangulorum attinet, ſatis erit, ſi pauca hæc, quæ ſequuntur, attente, cum opus fuerit, perlegantur. In eis enim ſumma omnium, quæ de triangulis demonſtrauimus, comprehenditur. Quamuis autem in triangulis ſphæricis non rectangulis plerunque arcus, & angulos triangulorum, in quæ triangula non rectangula reſoluimus, pluribus vijs inueſtigauerimus, in praxibus tamen ſequẽtibus, vt omnem confuſionem vitaremus, vnam tantum in quouis arcu, ſiue angulo inquirendo, quam videlicet iudicauimus eſſe commodiorem, delegimus.*

SEQVVNTVR PRAXES PROblematum omnium triangulorum ex demonſtrationibus ſuperioribus excerptæ, in quibus totus fructus noſtrorum triangulorum tam rectilineorum, quam ſphæricorum conſiſtit.

TRIAN-

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

1. DATIS angulis omnibus cuiuſcunq; trianguli; inuenire omnium laterũ proportiones.

Quæritur proportiones laterũ.

ADSCRIBANTVR ſingulis lateribus ſinus recti angulorum oppoſitorum. Latera enim eas inter ſe proportiones habent, quæ inter dictos ſinus angulorum lateribus oppoſitis adſcriptos reperiuntur. Quod ſi duo tantum anguli dati ſint, inueniendus primum erit tertius angulus, per ſubtractionem duorum datorum ex duobus rectis, ac tum demum eodem modo proportiones laterum indagandæ.

Schol. propoſ. 1. triãg. rectil.

Aliter.

DVPLICETVR ſinus rectus cuiusvis anguli acuti, habebiturq; latus illi angulo oppoſitum in partibus ſinus totius, quem refert ſemidiameter circuli triangulo circumſcripti. Pro latere vero, quod recto angulo opponitur, ſi forte triangulum eſt rectangulum, ſumatur ſinus totus duplicatus. Pro latere denique, quod angulo obtuſo opponitur, ſi forte obtuſangulum eſt triangulum, accipiatur duplũ ſinus recti, qui ſemiſsi aggregati ex duplis duorum angulorum acutorum debetur.

Schol. propoſ 1. triãg. rectil.

2. DATO latere in triangulo rectãgulo, quod recto angulo opponitur, cum vno angulorum acutorum, ac proinde & cum altero acuto: (cum ambo ſint vni recto æquales) inuenire latus circa angulum rectum vtrilibet acutorum angulorum oppoſitum.

Quæritur latus, circa angulum rectum vtrilibet angulorum acutorum oppoſitum.

FIAT, vt ſinus totus ad datum latus recto angulo oppoſitum, ita ſinus vtriuſvis anguli acuti dati ad aliud, produceturq; latus illi dato acuto angulo oppoſitum in partibus menſuræ, ſecundum quam datum eſt latus angulo recto opppoſitum.

Propoſ. 2. triang. rectil.

3. DATO vno latere trianguli rectanguli circa rectum angulum, cum vno acutorum angulorum, atque adeo & cum altero acuto:

Quæritur latus recto angulo oppoſitum, & alterutrum duorũ circa eundem angulũ rectum.

(quòd ambo vni recto ſint æquales) inuenire alia duo latera.

Propoſ. 1. triang. recti.

FIAT, vt ſinus totus ad latus datum circa angulum rectum, ita tangens acuti anguli dato lateri adiacentis ad aliud, inuenieturq́; alterum latus circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus totus ad latus idem circa angulum rectum datum, ita ſecans eiuſdem anguli acuti dato lateri adiacentis ad aliud, produceturq́; latus recto angulo oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum eſt datum.

Aliter per ſolos ſinus.

Propoſ. 1. triang recti.

FIAT, *vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad latus datum circa angulum rectum, ita ſinus alterius anguli acuti ad aliud, inuenieturq́; latus huic alteri acuto angulo oppoſitum circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad datum latus circa rectum angulum, ita ſinus totus ad aliud, produceturq́; latus angulo recto oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum datum eſt.*

Quæruntur duo anguli acuti, & vnum latus circa angulum rectū.

4. DATO latere in triangulo rectãgulo, quod angulo recto opponitur, cum alterutro reliquorum duorum laterum circa angulum rectum, reperire duos angulos acutos, & alterum latus circa angulum rectum.

Propoſ. 3. triang. recti.

FIAT, vt datum latus recto angulo oppoſitum ad ſinum totum, ita datum latus circa angulum rectum ad aliud, procreabiturq́; ſinus anguli acuti huic poſteriori lateri dato oppoſiti: Ex hoc autem angulo inuẽto, alter quoque acutus notus fiet, cum ambo vni recto ſint æquales. Fiat rurſus, vt ſinus totus ad datum latus angulo recto oppoſitum, ita ſinus acuti anguli inuenti quæſito tertio lateri oppoſiti ad aliud, inuenieturq́; alterum hoc latus circa angulū rectum, in partibus menſuræ, ſecundū quam duo alia latera data ſunt.

Quæruntur duo acuti anguli, & latus recto angulo oppoſitum.

5. DATIS duobus lateribus circa angulum rectum, inuenire duos angulos acutos, & latus recto angulo oppoſitum.

Propoſ. 3. triang. recti.

FIAT, vt alterutrum laterum datorum ad ſinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, prodibitq́; tangens anguli acuti huic poſteriori lateri oppoſiti. Ex hoc autem angulo inuento notus euadet alter acutus angulus, cum ambo acuti vni recto ſint æquales. Fiat rurſum, vt ſinus totus ad vtrumuis laterum circa angulum rectum datum, ita ſecans anguli acuti accepto huic lateri adiacentis ad aliud, inuenieturq́; latus angulo recto oppoſitum, in partibus, in quibus data ſunt duo latera circa rectum angulum.

Aliter

Aliter per ſolos ſinus.

ADDANTVR *ſimul quadrata duorum laterum circa angulum rectum datorum. Nam huius aggregati radix erit latus angulo recto oppoſitum. Fiat rurſus, vt latus recto angulo oppoſitum, quod iam inuentum eſt, ad ſinum totum, ita alterutrum datorum laterum circa angulum rectum ad aliud; prouenietq; ſinus acuti anguli aſſumpto lateri circa angulum rectum oppoſiti. Ex hoc autem angulo inuento fiet quoque alter cognitus, cum vni recto ambo acuti ſint æquales.* Propoſ. 5. triang. rectil.

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM NON RECTANGVLORVM

PROBLEMATA, ET PRAXES.

6. DATO aggregato duorum arcuum, vel angulorum, quod minus ſit, quam grad. 180 vna cum proportione, quam eorum ſinus habẽt, vtrumque illorum exhibere notum. Quæritur duo arcus, vel anguli, ex eorũ aggregato.

FIAT, vt ſemiſsis aggregati terminorum proportionis datæ, quam ſinus arcuum, vel angulorum habent, ad tangentem ſemiſsis aggregati arcuum, vel angulorum dati, (quærendo tangentem per partem proportionalem reſpondentem 30. ſecundis, ſi forte aggregatum arcuum, vel angulorum biſariam diuidi nequeat ſine ſecundis.) ita differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud. Inuenietur enim tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, vel angulus quæſitus à ſemiſſe aggregati eorundem arcuum, vel angulorum dati differt: atque adeo arcus, vel angulus tangentis huius inuentæ additus ad ſemiſſem dati aggregati arcuum, vel angulorum dabit maiorem arcum, vel angulum quęſitum; ablatus vero ab eadem ſemiſſe relinquet arcum, vel angulum minorem. Propoſ. 6. triang. rectil.

Aliter.

FIAT, vt ſemiſsis differentiæ inter duos terminos proportionis datæ ad tangentem ſemiſsis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & ſemicirculum, ita aggregatum ex ſemiſſe differentiæ inter duos terminos datæ proportionis, & conſequente termino eiuſdem proportionis, ad aliud. Producetur enim tangens arcus, ſeu anguli, à quo ſi detrahatur ſemiſsis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & ſemicirculum, reliquus fiet arcus, ſiue angulus minor quæſitus: hic autem ex dato aggregato ſubductus relinquet arcum, vel angulum quæſitum maiorem. Propoſ. 6. triang. rectil.

Ooo 2 Aliter

Aliter per ſolos ſinus.

Propoſ. 6. triang. rectil.

FIAT, vt ſemiſsis aggregati terminorum proportionis datæ ad ſinum ſemiſsis aggregati arcuum, ſeu angulorum, ita differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, inueniet urq; quartus quidam numerus, cuius quadratum ſi adijciatur quadrato ſinus complementi ſemiſsis aggregati arcuum, ſeu angulorum: Et rurſum fiat, vt radix quadrata aggregati duorum dictorum quadratorum ad ſinum totum, ita quartus ille numerus inuentus ad aliud, producetur ſinus arcus, ſiue anguli, quo vterque arcus, angulusve ab eorundem aggregati dati ſemiſſe differt. Additus ergo hic arcus, ſeu angulus ad ſemiſſem aggregati dati præbebit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem ſemiſſe minorem arcum, ſeu angulum relinquet.

QVOD ſi quando proportio ſinuum data ſit æqualitatis, dabit ſemiſsis dati aggregati arcuum, ſeu angulorum, vtrumque arcum, ſiue angulum.

Quæruntur duo arcus, ſeu anguli, ex eorũ aggregato.

7. DATO duorum arcuum, quorum vterq; ſemicirculo minor ſit, vel duorum angulorum aggregato, quod maius ſit, quam grad. 180. vnà cum proportione, quam eorũ ſinus habent, vtrumque illorum reddere notum.

Propoſ. 6. triang. rectil.

DETRACTO dato aggregato ex grad. 360. inueniatur per problema 6. vterque arcus, ſiue angulus reſidui aggregati, quod minus eſt ſemper, quam grad. 180. remanetq; eadem proportio ſinuum. Nam ſi ambo inuenti ſeorſum ex ſemicirculo ſubtrahantur, reliqui erunt arcus, vel anguli quæſiti.

QVANDO proportio data eſt æqualitatis, dabit quoque ſemiſsis dati aggregati vtrumque arcum, ſiue angulum quæſitum.

QVOD ſi forte datum aggregatum contineat præciſe grad. 180. problema ſolui non poteſt.

Quæruntur duo arcus, ſiue anguli, ex eorum differentia.

8. DATA differentia duorum arcuum, quorum vterque ſemicirculo ſit minor, vel duorum angulorum, vna cum proportione, quam eorum ſinus habent, vtrumque illorum notum efficere.

Propoſ. 7. triang. rectil.

SI proportio ſinus maioris arcus, vel anguli, ad ſinum minoris eſt maioris inæqualitatis; fiat, vt ſemiſsis differentiæ terminorum proportionis datæ ad tangentem ſemiſsis datæ differentiæ arcuum, vel angulorum, ita aggregatum ex ſemiſſe differentiæ terminorum proportionis, & conſequente termino proportionis eiuſdem, ad aliud, producetur q; tangens arcus, ſiue anguli, qui ſemiſsi differentiæ arcuum, vel angulorum datæ additus componet maiorem arcum, ſeu angulum; ſi vero ab eodem ſemiſsis differentiæ arcuum, vel angu-

lorum

lorum ſubducatur, reliquus erit arcus, vel angulus minor.

SI vero proportio ſinus maioris arcus, vel anguli, ad ſinum minoris eſt minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini, vt fiat proportio maioris inæqualitatis; atque ex hac, & data differentia arcuum, ſeu angulorum inueniantur duo arcus, vel anguli, vt dictum eſt. Nam maior eorum ex ſemicirculo ſublatus dabit minorem arcum, ſeu angulum quæſitum; minor vero ſubductus ex ſemicirculo offeret maiorem.

Aliter.

QVANDO ſinus maioris arcus, vel anguli ad ſinũ minoris habet proportionem maioris inæqualitatis; inquirantur ex data illa proportione maioris inæqualitatis, & ex arcu, ſeu angulo, qui poſt detractionem datæ differentiæ ex ſemicirculo relinquitur, tanquam ex aggregato duorum arcuum, ſiue angulorum, duo arcus, ſiue anguli huius aggregati, vt in problemate 6. præcepimus. Nam maior arcus, ſeu angulus inuentus, ſi ex ſemicirculo auferatur, dabit maiorem arcum ſiue angulum quæſitum: Minor autem inuentus erit minor quæſitus. Propoſ. 7. triang. rectil.

QVANDO autem proportio data eſt minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini, vt fiat proportio maioris inæqualitatis: atque ex hac, & data differentia arcuum, ſeu angulorum, inueſtigentur duo arcus, ſiue anguli, vt iam dictum eſt. Maior enim eorum ex ſemicirculo ſubtractus dabit arcum, ſeu angulum quæſitum minorem; Minor vero maiorem.

Aliter per ſolos ſinus.

SI data proportio ſinus maioris arcus, ſiue anguli ad ſinum minoris eſt maioris inæqualitatis; fiat, vt ſemiſsis differentiæ terminorum proportionis datæ ad ſinum ſemiſsis datæ differentiæ arcuum, vel angulorum, ita aggregatum ex ſemiſſe differentiæ terminorum proportionis, & conſequẽte termino eiuſdem proportionis, ad aliud, inuenieturq; quartus quidam numerus; cuius quadratum ſi adijciatur quadrato ſinus complementi ſemiſsis differentiæ arcuum, ſeu angulorum datæ: Et rurſum fiat, vt radix quadrata aggregati dictorum duorum quadratorum ad ſinum totum, ita numerus ille quartus inuentus ad aliud, reperietur ſinus arcus, ſiue anguli, cui ſi addatur ſemiſsis datæ differentia arcuum, ſeu angulorum, notus fiet maior arcus, ſiue angulus: ab eodem vero ſi eadem ſemiſsis detrahatur, reliquus erit minor. Propoſ. 7. triang. rectil.

QVOD *ſi data proportio ſit minoris inæqualitatis, agẽdũ erit, vt ſupra diximus.*

IAM vero ſi forte proportio data ſit æqualitatis, detrahatur differentia data arcuum, ſiue angulorum ex ſemicirculo. Nam reſidui ſemiſsis erit minor arcus, ſeu angulus quæſitus: eadem vero ſemiſsis ad datam differentiam adiecta dabit maiorem.

9. SI ab vno angulo trianguli cuiuſvis datorum laterum ad latus oppoſitum perpendicularis demittatur, quãta ſit recta inter perpendicularem, & vtrumvis reliquorum angulorum, inuenire. Quæruntur caſus lineæ perpẽdicularis.

DIF-

Propoſ. 9. triang. recti.

DIFFERENTIA inter quadrata duorum laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis demiſſa eſt, diuidatur per latus tertium, producetur q́; numerus; qui ſi minor fuerit tertio latere, indicabit, perpendicularem intra triangulum cecidiſſe; idemq́; ex tertio eodem latere ſubductus relinquet numerum, cuius ſemiſsis dabit minus ſegmentum baſis, hoc autem ex toto tertio latere ſubtractum dabit ſegmentum maius. Idem vero numerus ex diuiſione productus, ſi fuerit maior tertio latere, argumento erit, perpẽdicularem extra triangulum cecidiſſe. Quare ſi ex eo tertium latus auferatur, reliquus erit numerus, cuius ſemiſsis dabit rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; eadem vero ſemiſsis tertio lateri appoſita dabit alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

Aliter, & facilius.

Propoſ. 9. triang. recti.

FIAT, vt tertium latus, in quod demiſſa eſt perpendicularis, ad ſummam aliorum duorum laterum, ita differentia eorundem ad aliud, prouenietq́; numerus, ex quo rectam inter perpendicularem, & angulum vtrumq́; inueniemus, vt nuper diximus.

Aliter.

Schol. propoſ 9. triãg. recti.

CADENTE perpendiculari intra triangulum; diuidatur ſemiſsis differentiæ inter quadratum vtriuſvis laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis eſt demiſſa, & ſummam quadratorum ex alijs duobus lateribus deſcriptorum, per latus, in quod perpendicularis cadit, produceturq́; ſegmentum baſis prope angulum, quem continẽt duo latera, quorum ſumma quadratorum fuit accepta; hoc autem ſegmentum ex tota baſi detractum relinquet alterum ſegmentum.

CADENTE vero perpendiculari extra triangulum, diuidatur ſemiſsis differentiæ inter quadratum lateris angulo obtuſo oppoſiti, & ſummam quadratorum ex alijs duobus lateribus deſcriptorum, per latus, in quod productum perpendicularis cadit, procreabiturq́; linea extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; hæc vero toti baſi adiecta conficiet alteram rectam inter perpendicularem, & acutum angulum baſis.

Coroll. propoſ. 8. triãg. recti.

QVOD ſi duo latera circa perpendicularem ſint æqualia, ſecabit perpendicularis baſim bifariam. Quare dimidiũ baſis dabit vtramq́; rectã quæſitam.

Quæritur duo latera.

10. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, cum vno latere, inuenire alia duo latera.

Propoſ. 10. triang. recti.

FIAT, vt ſinus anguli dato lateri oppoſiti ad ſinum vtriuſvis reliquorum angulorum, ita latus datum ad aliud, inuenieturq́; latus poſteriori huic angulo oppoſitum. Fiat rurſus, vt ſinus anguli dato lateri oppoſiti ad ſinum tertij anguli, ita latus datum ad aliud, produceturq́; tertium latus huic tertio angulo oppoſitum.

SI triangulum ſit Iſoſceles, vnius tantum lateris inuentione opus eſt, ſi vnum datum ſit, cum angulis. Idem dicendum eſt de Scaleno, ſi duo eius latera cum angulis data ſint. In Aequilatero vero, ſi vnum latus detur, data erunt & reliqua illi æqualia.

11. DA-

11. DATIS omnibus lateribus trianguli non rectanguli, reperire omnes eius angulos. Quæruntur anguli.

DVCTA ad maximum latus perpẽdiculari ex angulo oppoſito,(vt perpendicularis ſemper intra triangulum cadat) inueniãtur,per antecedens problema, rectæ inter perpendicularem, & duos angulos maximi lateris poſitæ. Deinde fiat,vt minimum latus ad ſinum totum,ita minus ſegmentum baſis ad aliud,gigneturq́; ſinus,cuius arcus complementum dabit angulum baſis minimo lateri adiacentem. Rurſus fiat, vt medium latus ad ſinum totum, ita maius ſegmentum baſis ad aliud, procreabiturq́; ſinus, cuius arcus complementum dabit angulum baſis medio lateri adiacentem. Tertius vero angulus maximo lateri oppoſitus conflabitur ex duobus arcubus duorum ſinuum inuentorum: Vel certe relinquetur poſt detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis. Propoſ. 11. triang. rectil.

SI triangulum ſit Iſoſceles, ducenda erit perpendicularis ad baſim, quam bifariam ſecabit. Nam ſi tunc fiat, vt vnum æqualium laterum ad ſinum totum, ita dimidium baſis ad aliud,reperietur ſinus,cuius arcus complementum dabit vnum æqualium angulorum ſupra baſim, ac proinde & alterum. Tertius ex his duobus elicietur.

IN æquilatero dabuntur anguli, etiam ſi latera non dentur,cum quilibet ſit tertia pars duorum rectorum, vel duæ tertiæ vnius recti.

12. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli,cum angulo ab ipſis comprehenſo, inuenire tertiũ latus,& reliquos angulos. Quæritur latus, cum eius angulis duobus.

SVBDVCTO angulo dato ex duobus rectis, vt aggregatum aliorum duorum habeatur, inueniatur,per 6. problema triang. rectil.ex hoc aggregato, & proportione laterum datorum eis oppoſitorum,(quæ eadem eſt, quæ inter ſinus eorum reperitur) vterque eorum. Deinde fiat, vt ſinus vtriusvis horum angulorum inuẽtorum ad ſinum anguli in principio dati, ita latus inuẽto angulo, qui in aurea regula acceptus fuerit, oppoſitum ad aliud,inuenieturq́; tertium latus. Propoſ. 12. triang. rectil.

QVOD ſi data duo latera ſint æqualia, ablato angulo dato ex duobus rectis, dabit ſemiſsis reſidui vtrumque angulorum æqualium: Et ſi fiat, vt ſinus vnius illorum ad ſinum anguli dati,ita vnum laterum æqualium ad aliud, prodibit tertium latus.

13. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli,cum angulo, qui vni eorum opponitur, inueſtigare reliquos angulos, & tertium latus: ſi modo, quando datus angulus eſt acutus, conſtet, num angulus alteri dato lateri Quæruntur duo anguli,cum vno latere.

to lateri oppoſitus ſit acutus etiam, an vero obtuſus.

Propoſ. 13. triang. rectil. FIAT, vt latus datum angulo dato oppoſitum ad alterum latus datum, ita ſinus anguli dati ad aliud, reperieturque ſinus anguli alteri dato lateri oppoſiti, qui ſi acutus fuerit, (ſemper autem acutus erit, ſi datus eſt obtuſus) ex ipſo ſinu inuento notus fiet; ſi vero obtuſus, ſinus inuentus dabit angulum, qui ex duobus rectis ſubductus quæſitum angulum alteri dato lateri oppoſitum relinquet: Summa autem ex dato angulo, & inuento angulo conflata, ſi ex duobus rectis ſubtrahatur, indicabit tertium angulum à datis lateribus comprehenſum. Fiat deinde, vt ſinus anguli dati ad ſinum huius tertij anguli inuenti, ita latus datum dato angulo oppoſitum ad aliud, gigneturq; tertium latus quæſitum.

SI data latera ſint æqualia, datus etiam erit angulus alteri dato lateri oppoſitus, cum dato angulo vt æqualis. Hinc tertius angulus, & tertium latus reperietur, vt prius.

TRIANGVLORVM SPHAERICORVM RECTANGVLORVM
PROBLEMATA, AC PRAXES.

Quæritur angulus nõ rectus. 1. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppoſitum.

Probl. 1. propoſ. 41. triang. ſphær. FIAT, vt ſinus arcus dati recto angulo oppoſiti ad ſinum totum, ita ſinus arcus dati circa angulum rectum ad aliud, inuenieturq; ſinus anguli huic arcui oppoſiti, qui quæritur. Hic autem angulus erit acutus, ſi datus arcus ei oppoſitus circa rectum angulum fuerit quadrante minor; obtuſus autem, ſi maior.

Aliter.

Probl. propoſ. 55. triang. ſphær. FIAT, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſecans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, produceturq; ſecans complementi anguli quæſiti, qui huic arcui opponitur.

2. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui

recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum nõ rectorum, inuenire arcum huic angulo oppoſitum.

Quæritur arcus circa rectum angulum.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſinus anguli dati ad aliud, reperieturq́; ſinus arcus huic angulo oppoſiti, qui quæritur. Hic autem arcus quadrante minor erit, ſi datus angulus ei oppoſitus fuerit acutus; maior vero, ſi obtuſus.

Probl. 2. propoſ. 41. triang. ſphær.

3. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei oppoſito, reperire arcum recto angulo oppoſitum: ſi modo conſtet, num quadrante minor ſit, an maior; vel an alter angulus dato arcui adiacens ſit acutus, obtuſusve; vel denique, an alter arcus circa rectum angulum ſit minor quadrante, aut maior.

Quæritur arcus recto angulo oppoſitus.

FIAT, vt ſinus anguli dati ad ſinum dati arcus, ita ſinus totus ad aliud, produceturq́; ſinus arcus recto angulo oppoſiti: qui ex inuento ſinu cognoſci non poterit, niſi conſtet, num ſit quadrante minor, vel maior; aut an alter angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve; aut an alter arcus circa angulum rectum ſit minor, aut maior quadrante. Nam ſi alter angulus eſt acutus, ſi quidem & angulus datus acutus ſit; aut ſi tam ille, quam hic eſt obtuſus, erit quæſitus arcus recto angulo oppoſitus, quadrante minor: ſi vero alter ille angulus eſt acutus, & datus obtuſus; aut ille obtuſus, & hic acutus, erit idem arcus quæſitus, & angulo recto oppoſitus, quadrante maior. Sic etiam, ſi alter arcus circa angulum rectum, & datus arcus, ſunt eiuſdem ſpeciei, nempe ambo minores, aut maiores quadrante, erit arcus quæſitus recto angulo oppoſitus quadrante minor; ſi vero diuerſarum ſpecierum, nimirum vnus quadrante minor, & altet maior, erit idem arcus quæſitus quadrante maior.

Probl. 3. propoſ. 41. triang. ſphær.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum dati anguli, ita ſecans complementi arcus dati ad aliud, produceturq́; ſecans complementi arcus recto angulo oppoſiti.

Probl. propoſ. 54. triang. ſphær.

4. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectãgulo, inuenire arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vna cum arcu rectum angulum ſubtendente.

Quæritur vterque arcus circa angulũ rectũ. Deinde arcus recto angulo oppoſitus.

Probl. 1. pro poſ. 42. triang. ſphær. FIAT, vt ſinus anguli dati quæſito arcui adiacentis ad ſinum totum, ita ſinus complementi alterius anguli dati ad aliud, producetur q; ſinus complementi arcus huic poſteriori angulo oppoſiti. Erit autem vterlibet arcus inuentus quadrante minor, ſi datus angulus ei oppoſitus fuerit acutus; maior vero, ſi obtuſus.

IAM inuento vtroque arcu circa angulum rectum, inuenietur, per problema 3. ex vtrolibet illorum, & angulo ei oppoſito dato, arcus quoque recto angulo oppoſitus.

Aliter.

Probl. pro poſ 52. triang. ſphær. FIAT, vt ſinus totus ad ſinum anguli non recti quæſito arcui adiacentis, ita ſecans alterius anguli non recti ad aliud, reperietur q; ſecans arcus huic poſteriori angulo oppoſiti, qui quæritur.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alij duo arcus.

5. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei adiacente, inueſtigare alium angulum eidẽ arcui oppoſitũ, & reliquos duos arcus.

Probl. 2 pro poſ. 42. triang ſphær. FIAT, vt ſinus totus ad ſinum anguli dati, ita ſinus complementi arcus dati ad aliud, procreabitur q; ſinus complementi alterius anguli, quem quærimus. Hic autem angulus erit acutus, ſi datus arcus fuerit quadrante minor; obtuſus vero, ſi maior.

EX vtroque autem angulo non recto, quorum vnus datus eſt, & alter inuentus, reperientur reliqui duo arcus, vt in præcedenti problemate dictũ eſt.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alij duo arcus.

6. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei oppoſito, inueſtigare alium angulum non rectum eidem arcui adiacentem, & reliquos duos arcus: ſi modo conſtet, num alius ille angulus non rectus quæſitus ſit acutus, obtuſusve; vel an alteruter arcuum quæſitorum quadrante minor ſit, vel maior.

Probl 2. pro poſ. 42. triang. ſphær. FIAT, vt ſinus complementi arcus dati ad ſinum complementi anguli dati, ita ſinus totus ad aliud, reperietur q; ſinus alterius anguli non recti quæſiti: qui ex inuento ſinu non elicietur, niſi prius conſtet, an acutus ſit, an obtuſus: Aut, an alteruter reliquorum duorum arcuum non datorum ſit quadrante minor, aut maior. Nam ſi alter arcus circa angulum rectum non datus, & quæſito angulo oppoſitus, fuerit minor quadrante, erit quæſitus angulus acutus; ſi vero maior, obtuſus. Pari ratione, ſi arcus recto angulo oppo-

ſitus,

ſitus, & non datus, fuerit quadrante minor; ſi quidem angulus datus ſit acutus, erit quæſitus quoque angulus acutus; ſi vero obtuſus, obtuſus: At ſi arcus angulo recto oppoſitus fuerit maior quadrante; ſi quidem datus angulus ſit acutus, erit quæſitus angulus obtuſus; ſi vero obtuſus, acutus.

EX vtroque porro angulo non recto, quorum vnus datus eſt, & alter inuentus, inuenientur reliqui duo arcus, vt in problemate 4. traditum eſt.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus dati, ita ſecans dati anguli ad aliud, reperieturq; ſecans complementi alterius anguli non recti, qui quæritur. Reliqua inuenientur, vt ſupra dictum eſt. Probl. propoſ. 56. triang. ſphær.

7. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, reperire tertium arcum angulo recto oppoſitũ, & duos angulos non rectos. Quæritur arcus recto angulo oppoſitus. Deinde duo anguli non recti.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinũ complementi vtriuſlibet arcuum datorum, ita ſinus complementi alterius arcus dati ad aliud, produceturq; ſinus complementi arcus recto angulo oppoſiti. Hic autem arcus quadrantẽ erit minor, ſi vterque arcus circa rectum angulum datus fuerit minor, aut maior quadrante; quadrante vero maior, ſi vnus datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior. Probl. propoſ. 43. triang. ſphær.

EX arcu autem rectum angulum ſubtẽdente inuento, & alterutro arcuum circa angulum rectum datorum, inuenietur angulus ei oppoſitus, vt in problemate 1. diximus.

8. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulũ rectum, inquirere alium arcum circa rectum angulum, & duos angulos non rectos. Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde duo anguli non recti.

FIAT, vt ſinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti, ita ſinus totus ad aliud, gigneturq; ſinus complementi alterius arcus circa rectum angulum, qui quæritur. Hic autem arcus erit quadrante minor, ſi vterque arcus datus minor quadrante fuerit, aut maior; maior vero, ſi alter datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior. Probl. propoſ. 43. triang. ſphær.

INVENTO autem arcu rectum angulum ſubtendente, reperientur anguli, vt in præcedenti problemate dictum eſt.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum complementi dati arcus circa angulum re- Probl. propoſ. 53. triang. ſphær.

ctum, ita ſecans arcus angulo recto oppoſiti ad aliud, producetur q; ſecans tertij arcus, qui quæritur, &c.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppoſitus.

9. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, ſcrutari alterum arcum circa angulum rectum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum ſubtendente.

Probl. 1. propoſ. 44. triang. ſphær.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum dati arcus, ita tangẽs dati anguli ad aliud, producetur q; tangens arcus quæſiti. Qui arcus minor quadrante erit, ſi datus angulus ei oppoſitus fuerit acutus; maior autem, ſi obtuſus.

EX eodem porrò arcu circa angulum rectum dato, & angulo adiacente, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppoſitus, vt ſupra in 5. problemate docuimus.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppoſitus.

10. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei oppoſito, indagare alterum arcum circa rectum angulum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum ſubtendente: ſi modo conſtet, an reliquus arcus circa angulum rectum quęſitus quadrante minor ſit, aut maior; vel an alter angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve; vel denique num arcus angulo recto oppoſitus ſit minor quadrante, aut maior.

Probl. 1. propoſ. 44. triang. ſphær.

FIAT, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita ſinus totus ad aliud, reperietur q; ſinus arcus quæſiti: qui ex inuento ſinu non cognoſcetur, niſi cõſtet, num quadrante minor ſit, aut maior; vel an alter angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve; vel denique, an arcus recto angulo oppoſitus ſit minor quadrante, aut maior. Nam ſi alter angulus fuerit acutus, erit quæſitus arcus ei oppoſitus, quadrante minor; ſi vero obtuſus, maior. Sic etiam, ſi arcus recto angulo oppoſitus fuerit minor quadrante, ſi quidem & datus arcus ſit quadrante minor, erit quæſitus arcus minor quoque quadrante; ſi vero quadrãte maior, maior quoque: At ſi arcus recto angulo oppoſitus fuerit quadrante

drante maior, ſi quidem datus arcus maior quoque ſit, erit quęſitus arcus minor quadrante; ſi vero quadrante minor, maior.

IAM vero ex eodem arcu circa angulum rectum dato, & angulo oppoſito, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate 6. traditum eſt. Vel certe, ex duobus arcubus circa angulum rectum, quorum vnus datus eſt, & alter inuentus, inuenietur arcus recto angulo oppoſitus, cum duobus angulis non rectis, vt in problemate 7. traditum eſt.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complementi anguli dati ad aliud, reperieturq; ſinus arcus quæſiti. Reliqua inuenientur, vt proxime præcepimus.

Probl. propoſ. 49. triang. ſphær.

11. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, inuenire vtrumlibet angulorum non rectorum, & arcum præterea recto angulo oppoſitum.

Quæritur vterque angulus non rectus. Deinde arcus recto angulo oppoſitus.

FIAT, vt ſinus vtriusvis arcuum datorum ad ſinum totum, ita tangens alterius arcus dati ad aliud, procreabiturq; tangens anguli huic poſteriori arcui oppoſiti. Qui angulus acutus erit, ſi datus arcus oppoſitus fuerit quadrante minor; obtuſus autem, ſi maior.

Probl. 2. propoſ. 44. triang. ſphær.

EX eiſdem duobus arcubus datis inuenietur, per 7. problema, arcus tertius recto angulo oppoſitus: Vel certe, per problema 3. ex alterutro arcuum datorum, & angulo oppoſito inuento.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum vtriusvis arcuum datorum, ita tangens complementi alterius arcus dati ad aliud, prodibitq; tangens complementi anguli poſteriori huic arcui oppoſiti. Reliqua inuenientur, vt proxime dictum eſt.

Probl. propoſ. 48. triang. ſphær.

12. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, inuenire arcum recto angulo oppoſitum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto.

Quęritur arcus recto angulo oppoſitus. Deinde alter arcus circa rectũ angulum, cum altero angulo nõ recto.

FIAT, vt ſinus complementi anguli dati ad ſinum totum, ita tangens dati arcus ad aliud, reperieturq; tangens arcus angulo recto oppoſiti. Hic autem arcus quadrante erit minor, ſi datus angulus fuerit acutus, & datus arcus ei adiacens quadrante minor; aut ſi angulus datus obtuſus fuerit, & arcus datus quadrante maior: Maior autem quadrante erit idem arcus quæſitus,

Probl. 1. propoſ. 45. triang. ſphær.

ſi datus

ſi datus angulus fuerit acutus, & arcus datus quadrante maior; aut ſi datus angulus fuerit obtuſus,& arcus datus minor quadrante.

IAM vero, per 2. problema, ex arcu rectum angulum ſubtendente inuento, & angulo dato, reperietur alter arcus circa angulum rectum dato angulo oppoſitus. Ex eodem vero arcu rectum angulum ſubtendente,& arcu in principio dato, inuenietur, per 1. problema, alter angulus non rectus dato arcui oppoſitus.

Aliter.

Probl. propoſ. 46. triang. ſphær.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli dati,ita tangens complementi arcus dati ad aliud, inuenieturq; tangens complementi arcus recto angulo oppoſiti. Reliqua reperientur,vt prius.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alter arcus circa rectum angulũ, & alter angulus non rectus.

13. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum,cum arcu rectum angulum ſubtendente, reperire angulum à dictis arcubus comprehenſum,ſiue dato arcui circa rectum angulum adiacentem, & inſuper reliquum arcum, & angulum.

Probl. 2. propoſ. 45. triang. ſphær.

FIAT, vt tangens arcus recto angulo oppoſiti ad tangentem dati arcus circa angulum rectum, ita ſinus totus ad aliud, produceturq; ſinus complementi anguli à dictis arcubus comprehenſi, qui quæritur. Hic autem acutus erit, ſi datus arcus recto angulo oppoſitus fuerit quadrante minor, & arcus circa rectum angulum datus minor quoque; aut ſi tam ille,quam hic quadrante maior fuerit: Idem vero angulus quæſitus erit obtuſus, ſi datus arcus angulo recto oppoſitus fuerit minor quadrante,& datus arcus circa rectum angulum quadrante maior; aut ſi ille fuerit quadrante maior, & hic minor.

RELIQVA inueſtigabũtur, vt in præcedenti problemate traditum eſt.

Aliter.

Probl. propoſ. 51. triang. ſphær.

FIAT, vt ſinus totus ad tangentem complementi arcus angulo recto oppoſiti, ita tangens dati arcus circa rectum angulum ad aliud, inuenieturq; ſinus complementi anguli adiacentis, qui deſideratur.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter arcus circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

14. DATO arcu rectum angulum ſubtendente in triangulo rectangulo,cum alterutro angulorum non rectorum, reperire arcum circa angulum rectum huic angulo adiacẽtem, ac præterea alterum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto.

FIAT,

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli dati; ita tangens arcus recto angulo oppoſiti ad aliud, procreabiturq́; tangens arcus quæſiti. Qui quadrãte minor erit, ſi arcus datus recto angulo oppoſitus fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; aut ſi arcus datus quadrante fuerit maior, & angulus datus obtuſus: Idem vero arcus quæſitus erit quadrante maior, ſi datus arcus angulo recto oppoſitus fuerit minor quadrãte, & datus angulus obtuſus; aut ſi arcus datus fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus.

Probl. 9 propoſ. 45 triãg. ſph.

CAETERA explorabuntur, vt in problemate 12. docuimus.

15. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inquirere alterum angulum non rectum, & duos arcus circa rectum angulum.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde duo reliqui arcus.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum complementi dati arcus recto angulo oppoſiti, ita tangens anguli dati ad aliud, reperieturq́; tangens complementi anguli quæſiti. Hic vero erit acutus, ſi arcus recto angulo oppoſitus fuerit quadrante minor, & datus angulus acutus; aut ſi datus arcus fuerit maior quadrante, & datus angulus obtuſus: At angulus idem quæſitus erit obtuſus, ſi arcus angulo recto oppoſitus quadrante minor fuerit, & angulus datus obtuſus; aut ſi arcus ille fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus.

Probl. propoſ. 47. triang. ſphær.

HINC ex dato arcu angulum rectum ſubtendente, & vtroque angulo non recto, quorum vnus datus eſt, & alter inuentus, reperietur, per 2. problema, vterque arcus circa rectum angulum.

16. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectangulo, inuenire arcum recto angulo oppoſitum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.

Quæritur arcus angulo recto oppoſitus. Deinde duo arcus circa angulum rectum.

FIAT, vt ſinus totus ad tangentem complementi vtriusuis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, procreabiturq́; ſinus complementi arcus angulo recto oppoſiti, quem deſideramus. Hic arcus erit quadrante minor, ſi vterque angulorum datorum acutus fuerit, obtuſusve; quadrante vero maior, ſi alter acutus fuerit, & alter obtuſus.

Probl. propoſ. 50 triang ſphær.

PORRO ex arcu rectum angulum ſubtendente inuento, & vtrouis angulorum datorũ, reperietur arcus ei oppoſitus, vt in 2. problem. traditum eſt.

TRIAN-

TRIANGVLORVM SPHAERICORVM NON RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

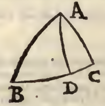
Quæritur omnes arcus.

17. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, inuenire omnes eius arcus.

Quãdo omnes anguli dati sũt inæquales.

Propoſ. 62. triãg. ſphęr.

SINT primum omnes anguli dati in triangulo A B C, inæquales, quorum duo B, C, acuti, vel obtuſi, & ex tertio angulo A, ad B C, ducatur arcus perdendicularis A D, qui intra triangulum cadet. Statuantur ſinus complementorum angulorum B, C, pro terminis proportionis ſinus anguli B A D, ad ſinum anguli C A D. Atque ex hac proportione, & aggregato angulorum B A D, C A D, hoc eſt, ex dato angulo B A C, inquiratur, per problema 6. triang. rectil. vterque angulus B A D, C A D. Deinde, per problema 16. triang. ſphær. tam ex duobus angulis B, B A D, non rectis inueſtigetur arcus A B, angulo recto D, oppoſitus in triangulo A B D, quam ex duobus angulis non rectis C, C A D, arcus A C, recto angulo D, in triãgulo A C D, oppoſitus. Poſtremo, per problema 2. tam ex arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & angulo B A D, inuentis reperiatur arcus B D, quam ex arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & angulo C A D, inuentis arcus C D. Summa enim arcuum B D, C D, totum arcum B C, efficiet notum. Atque ita omnes tres arcus A B, A C, B C, noti facti erunt.



Per ſolos ſinus, quãdo omnes dati anguli inęquales sũt.

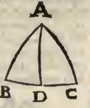
P E R *ſolos ſinus ita problema abſoluemus. Vterque angulus* B A D, C A D, *inueniatur per 3. praxim problematis 6. triang. rectil. Deinde, per 1. praxim problematis 4. triang. ſphær. tam ex duobus angulis* B, B A D, *inueſtigetur arcus* B D, *quam ex duobus angulis* C, C A D, *arcus* C D. *Summa enim arcuum* B D, C D, *totum arcum* B C, *notum efficiet. Poſtremo, per problema 3. triang. ſphær. reperiatur tam arcus* A B, *recto angulo* D, *oppoſitus, ex arcu* B D, *& angulo ei oppoſito* B A D, *inuentis, quam arcus* A C, *recto angulo* D, *oppoſitus, ex arcu* C D, *& angulo* C A D, *ei oppoſito inuentis: quia preter data conſtat etiam ſpecies tam alterius anguli* B, *quam anguli alterius* C, *cum vterque datus ſit.*

QVOD ſi quando alter angulorum ad A, inuentus fuerit rectus, nempe B A D; inuenti erunt duo arcus A B, B D, cum vterque ſit quadrans, ob rectos angulos D, D A B. Eadem ratione, ſi deprehenſus fuerit angulus C A D, rectus, non autem B A D, (fieri enim non poteſt, vt angulus vterque ad A, rectus ſit, cum totus B A C, minor ſit duobus rectis.) inuenti erunt duo arcus A C, C D, vtpote quadrantes, ob angulos rectos D, D A C.

Quãdo dati duo anguli ſunt æquales.

SINT deinde duo ſaltem anguli dati B, C, æquales, quicquid ſit de tertio A, à quo arcus perpendicularis A D, ad B C, ducatur. Erunt tam duo arcus A B, A C, quam duo B D, C D, & duo anguli ad A, æquales; ac proinde vterque angulus ad A, cognitus, tanquam dimidium dati anguli B A C. Inue-

niatur ergo, per 16. problema, triang. ſphær. arcus A B, recto angulo D, oppoſitus, ex duobus angulis B, B A D; eritq́; proinde & A C, illi æqualis, cognitus. Deinde, per problema 14. triang. ſphær. ex inuento arcu A B, rectum angulum ſubtendente, & dato angulo B, reperiatur arcus B D; eritq́; propterea & C D, illi æqualis, cognitus; ideoq́; & totus B C, notus. Inuentiq́; iam erunt omnes tres arcus A B, A C, B C.



PER ſolos autem ſinus ita rem exequemur. Per 1. praxim problematis 4. triang. ſphær. inquiratur arcus B D, ex duobus angulis B, B A D; eritq́; idcirco & C D, illi æqualis, cognitus, proptereaq́; & totus B C, notus. Deinde, per problema 3. triang. ſphær. ex arcu inuento B D, & angulo ei oppoſito B A D, reperiatur arcus A B, recto angulo oppoſitus: quia præter data conſtat etiam ſpecies alterius anguli B, cum datus ſit: eritq́; propterea & arcus A C, ipſi A B, æqualis, cognitus. Per ſolos ſinus, quãdo duo dati anguli ſunt æquales.

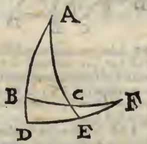
18. DATIS omnibus arcubus trianguli non rectanguli, inueſtigare omnes eius angulos.

Quæruntur omnes anguli.

SINT omnes arcus in triangulo A B C, dati, ſitq́; primo loco inquirendus angulus A, & duo arcus A B, A C, eum continentes ſint inæquales, quadranteq́; minores, quicquid ſit de arcu B C. Productis arcubus A B, A C, vt fiant quadrantes A D, A E, deſcribatur per D, E, arcus circuli maximi D E, occurrens arcui B C, producto verſus maiorem arcum, qui ſit A C, in puncto F. Statuantur ſinus complementorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F. Atque ex hac proportione, & arcu dato B C, qui differentia eſt arcuum B F, C F, inueſtigetur, per problema 8. triang. rectil. vterque arcus B F, C F. Deinde, per problema 8. triang. ſphær. inueſtigetur tam arcus D F, ex arcu inuento B F, rectum angulum D, ſubtẽdente, & arcu B D, qui complementum eſt dati arcus A B; quam arcus E F, ex arcu inuento C F, rectum angulum E, ſubtendente, & arcu C E, qui complementum eſt dati arcus A C. Subducto enim arcu E F, inuento, ex inuento arcu D F, notus remanebit arcus D E, anguli A; ac proinde angulus A, notus erit. Poſt hæc, per problema 11. triang. ſphær. ex arcubus notis B D, D F, circa rectum angulum D, inueniatur angulus D B F, ac proinde & reliquus duorum rectorum A B C. Eadem denique ratione, ex arcubus C E, E F, notis circa angulum rectum E, eruatur angulus E C F, atque adeo & angulus A C B, ei ad verticem æqualis. Atque ita iam omnes tres anguli A, B, C, inuenti erunt.

Quãdo duo dati arcus ſunt inæquales, & quadrante minores.

Prop. 61. triãg. ſphær.

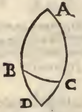


PER ſolos ſinus ita progrediemur. Vterque arcus B F, C F, reperiatur per 3. praxim problematis 8. triang. rectil. Deinde, per 1. praxim problematis 8. triang. ſphær. tam arcus D F, ex arcu inuento B F, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu B D, complemento dati arcus A B, inueniatur, quam arcus E F, ex inuento arcu C F, Per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus ſũt inæquales, &

quadrante minores.

tu C F, *rectum angulum* E, *ſubtendente, & arcu* C E, *complemento dati arcus* A C. *Subducto enim arcu* E F, *ex arcu* D F, *notus relinquetur* D E, *arcus anguli* A: *atq; adeo angulus* A, *notus erit. Poſt hæc, per problema* 1. *triang. ſphær. ex arcu inuento* B F, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* D F, *inquiratur angulus* D B F, *arcui* D F, *oppoſitus: Ex quo notus quoque fiet reliquus angulus duorum rectorum, nempe* A B C. *Ad extremum eadem ratione, ex arcu inuento* C F, *rectum angulum* E, *ſubtendente, & inuento arcu* E F, *inueſtigetur angulus* E C F, *arcui* E F, *oppoſitus: Ex quo notus etiam fiet angulus ei ad verticem æqualis* A C B.

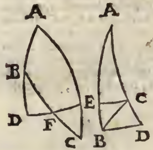
Quãdo duo dati arcus sũt inæquales, & quadrante maiores.



SINT deinde duo arcus inæquales A B, A C, quadrante maiores; qui producantur, donec conueniant in D: Eruntq; in triangulo D B C, duo arcus D B, DC, inæquales, & quadrante minores. Quare, vt proxime diximus, omnes eius tres anguli reperientur; ac proinde & reliqui duorum rectorum A B C, A C B, noti erunt, nec non & A, ipſi D, æqualis.

Quãdo duo arcus dati inæquales sũt, & vnus quadrante maior, & alter minor.

SIT tertio arcus A B, quadrante minor, & AC, maior quadrante. Producto A B, vt fiat quadrans A D, & abſciſſo ex A C, quadrante A E, ducatur per D, E, arcus circuli maximi D E, ſecans B C, in F, vt in priore harum duarum figurarum. Statuantur ſinus complemẽtorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F. Atque ex hac proportione, & aggregato arcuum B F, C F, hoc eſt, ex dato arcu B C, indagetur, per 6. problema triang. rectil. vterque arcus B F, C F. Deinde, per problema 8. triang. ſphær. inueniatur tam arcus D F, ex arcu B F, inuento rectum angulum D, ſubtendente, & arcu B D, complemẽto dati arcus A B; quam arcus E F, ex inuento arcu CF, rectũ angulum E, ſubtendente, & arcu C E, complemento arcus A C, dati. Summa enim inuentorum arcuum D F, E F, dabit totum arcum D E, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Poſt hæc, per problema 1. triang. ſphær. perueſtigetur ex arcubus D B, D F, notis circa angulum rectum D, angulus D B F, ac proinde & duorum rectorum reliquus A B C. Ac tandem eodem modo ex arcubus C E, E F, circa angulum rectum E, notis eliciatur angulus C: Inuentiq; erunt omnes tres anguli A, B, C.



Per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus inæquales ſunt, & vnus quadrante maior, & alter minor.

PER *ſolos ſinus ita agendum erit. Vterque arcus* B F, C F, *per* 3. *praxim problematis* 6. *triang. rectil. inueniatur. Deinde per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. ſphær. tam arcus* D F, *ex arcu* B F, *inuento, rectumq; angulum* D, *ſubtendente, & arcu* B D, *complemento arcus dati* A B; *quam arcus* E F, *ex inuento arcu* C F, *qui recto angulo* E, *opponitur, & arcu* C E, *complemento dati arcus* A C, *eruatur. Nam ſumma inuentorum arcuum* D F, E F, *totum arcum* D E, *anguli* A, *dabit. Poſt hæc, per problema* 1. *triang. ſphær. reperiatur ex arcu* B F, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu* D F, *notis, angulus* D B F, *ac proinde & duorum rectorum reliquus* A B C. *Et tandẽ eodem modo ex notis arcubus* C F, E F, *angulus* C, *inueniatur.*

SIT quarto maior arcus A B, quadrans, & A C, minor quadrante, vt in poſte-

poſteriore proximarum duarum figurarum. Producto arcu A C, vt fiat quadrans A D, ducatur per B, D, arcus circuli maximi B D. Deinde, per problema 8. triang. ſphær. ex arcu dato B C, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu C D, complemento dati arcus A C, inueniatur arcus B D, anguli A; ex quo angulus ipſe A, notus erit. Poſt hæc, per problema 11. triang. ſphær. inueſtigetur ex duobus arcubus notis B D, C D, circa rectum angulum D, angulus B C D; ex quo notus quoque erit duorum rectorum reliquus A C B. Denique, per idem problema 11. ex eiſdem arcubus B D, C D, reperiatur angulus C B D; qui ex recto A B D, detractus notum relinquet angulum A B C.

Quãdo duo arcus dati inæquales sũt, & maior arcus quadrans, minor autem quadrante minor.

P E R *ſolos ſinus ſic procedemus Per 1. praxim problematis 8. triang ſphær. ex dato arcu* B C, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu* C D, *complemento dati arcus* A C, *reperiatur* B D, *arcus anguli* A: *ex quo angulus ipſe* A, *cognitus erit. Deinde ex arcubus notis* B C, B D, *per problema 1. triang ſphær. eruatur angulus* B C D; *ac proinde & duorum rectorum reliquus* A C B. *Eadem tandem ratione, ex notis arcubus* B C, C D, *inquiratur angulus* C B D, *qui ex recto* A B D, *demptus notum relinquet angulum* A B C.

Per ſolos ſinus, quando maior arcus quadrans eſt.

S I T quinto, & vltimo maior arcus A B, quadrante maior, & minor A C, quadrans, vt in eadem poſteriore proximarum duarum figurarum. Abſciſſo quadrante A E, ex A B, ducatur per C, E, arcus circuli maximi C E. Deinde, per problema 8. triang. ſphær. ex dato arcu B C, rectum angulum E, ſubtendente, & arcu B E, complemento arcus dati A B, inueniatur arcus C E, anguli A; ex quo angulus ipſe A, cognoſcetur. Poſt hæc, per problema 11. triang. ſphær. ex notis duobus arcubus B E, E C, circa rectum angulum E, eliciatur angulus B C E; cui ſi addatur rectus A C E, notus fiet totus angulus A C B. Eadem tãdem ratione ex eiſdem arcubus B E, E C, inueniatur angulus E B C.

Quãdo maior arcus datus quadrãte maior eſt, & minor quadrans.

P E R *ſolos ſinus ita propoſitum exequemur. Per 1. praxim problematis 8 triang. ſphær. ex dato arcu* B C, *rectum angulũ* E, *ſubtendente, & arcu* B E, *complemento dati arcus* A B, *inquiratur arcus* C E, *anguli* A: *fietque ita notus angulus* A. *Deinde per problema 1. triang ſphær. ex notis arcubus* B C, B E, *reperiatur angulus* B C E: *cui ſi addatur rectus* A C E, *totus* A C B, *cognitus erit. Pari ratione tandem ex arcubus notis* B C, C E, *indagetur angulus* C B E.

Per ſolos ſinus, quãdo maior arcus datus quadrante maior eſt, & minor quadrans.

A L I T E R, & facilius, per ſolos ſinus, quando duo arcus quæſitum angulũ comprehendentes ſunt inæquales quomodocunque.

F I A T, *vt ſinus totus ad ſinum vtriuslibet arcuum inæqualiũ quæſitum angulum comprehendentium, ita ſinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inuenieturq; numerus quidam quartus. Deinde rurſus fiat, vt numerus ille quartus inuentus ad ſinum totum, ita differentia inter ſinum verſum arcus quæſito angulo oppoſiti, & ſinum verſum arcus, quo duo arcus quæſitum angulum ambientes inter ſe differunt, ad aliud, producetur q; ſinus verſus anguli, qui quæritur; ex quo angulus ipſe elicietur.*

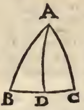
E O D E M *modo alij duo anguli inueſtigabuntur, ſi arcus illos continentes fuerint inæquales.*

Praxis facilior, & generalis, per ſolos ſinus, quãdo duo arcus angulum quæſitum continentes ſunt inæquales.

S I N T iam duo arcus A B, A C, quæſitum angulum A, comprehendentes, æquales. Secabit arcus perpendicularis A D, & angulum A, & baſim B C,

Quãdo duo arcus dati sũt æquales.

bifariam. Inueniatur ergo, per problema 1. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu B D, dimidio dati arcus B C, angulus B A D, qui duplicatus totum angulum B A C, dabit. Deinde, per problema 13. triang. ſphær. ex eiſdem notis arcubus A B, B D, reperiatur angulus B, cui æqualis eſt angulus C, (ob æquales arcus A B, A C,) ac proinde cognitus quoque.



Per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus æquales ſunt.

PER *ſolos ſinus ita agemus. Per 1. praxim problematis 1. triang. ſphær. inueniatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu* B D, *dimidio arcus dati* B C, *angulus* B A D, *qui duplicatus totum* B A C, *notum efficiet. Deinde per 1. praxim problematis 6. triang. ſphær. ex arcu* B D, *dimidio arcus dati* B C, *& angulo oppoſito* B A D, *inuento, (cum ſpecies alterius anguli* B, *conſtet. Nam ſi datus arcus* A B, *recto angulo* D, *oppoſitus eſt quadrante minor, angulus* B, *acutus erit, quemadmodum &* B A D, *acutus eſt: Si vero* A B, *quadrante maior eſt, erit angulus* B, *obtuſus, cum* B A D, *acutus ſit.) reperiatur angulus* B, *cui æqualis eſt angulus* C, *ob æquales arcus* A B, A C.

NEQVE vero duo duo æquales arcus eſſe poſſunt quadrãtes. Nam alias duo anguli ſupra baſim eſſent recti; atque adeo triangulum eſſet rectangulum. quod eſt contra hypotheſin.

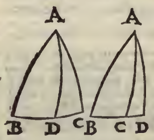
Quæritur arcus, cum duobus angulis adiacentibus.

19. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli cum angulo ab ipſis comprehenſo, inueſtigare reliquum arcum, cum reliquis duobus angulis.

Quãdo duo arcus dati ſunt inæquales, & neuter eorum quadrans.

SINT in triangulo A B C, duo arcus A B, B C, dati, cum angulo B: ſintq; primum inæquales, & neuter eorum quadrans. Ex A, termino vnius eorum ad alterum demittatur arcus perpendicularis A D, qui an intra triangnlum, an vero extra cadat, ex operatione ipſa diſcemus. Nam inueniatur, per problema 2. triang. ſphær. ex arcu dato A B, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo B, arcus A D, angulo B, oppoſitus. Rurſus ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu A D, reperiatur, per problema 8. triang. ſphær. tertius arcus B D. Si igitur arcus hic B D, inuentus fuerit minor dato arcu B C, cadet arcus A D, intra triangulum, extra vero, ſi maior. Sublato autem inuento arcu B D, ex dato arcu B C, (ſi ille hoc minor eſt) vel dempto arcn B C, dato ex inuento arcu B D, (ſi hic illo maior eſt) notus relinquetur arcus C D. Ex arcubus denique A D, C D, circa angulum rectum D, inueniatur, per problema 7. triang. ſphær. tertius arcus A C, qui quæritur.

Propoſ. 64. triãg. ſphær.



DEINDE, per problema 13. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angu-

angulum D, ſubtendente, & arcu inuento A D, reperiatur angulus B A D, à dictis arcubus comprehenſus. Eademq́; ratione, ex inuento arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu A D, inueniatur angulus C A D, à dictis arcubus comprehenſus. Nam angulus C A D, additus angulo B A D, (quando arcus A D, intra triangulum cadit) vel angulus C A D, ex angulo B A D, ſublatus, (quando arcus A D, cadit extra triangulum) conficiet, aut relinquet angulum quæſitum B A C.

AD extremum, per problema 13. triang. ſphær. ex inuento arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu inuento C D, eliciatur angulus C: qui, vbi arcus A D, intra triangulum cadit, quæritur; at, quando arcus A D, cadit extra triangulum, ſubductus ex duobus rectis relinquit angulum A C B, quæſitum.

PER *ſolos ſinus ſic agemus. Per problema 2. triang. ſphær. reperiatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & dato angulo* B, *oppoſitus arcus* A D: *Et hinc per 1. praxim problematis 8. triang. ſphær. arcus* B D. *Hic enim ablatus ex dato arcu* B C, *(ſi ille hoc minor eſt) vel ex inuento arcu* B D, *ablatus datus arcus* B C, *(ſi hic illo minor eſt) notum relinquet arcum* CD. *Deinde per 1. praxim problematis 1. triang. ſphær. tam ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu inuento* B D, *eruatur angulus oppoſitus* B A D: *quam ex inuento arcu* A C, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* C D, *oppoſitus angulus* C A D. *Nam ex duobus angulis* B A D, C A D, *inuentis quæſitus angulus* B A C, *cognoſcetur, ſi vnus alteri addatur, quando arcus* A D, *intra triangulum cadit, vel, quando cadit extra, ſi ex* B A D, *detrahatur* C A D. *Poſtremo, per 1. praxim problematis 1, triang. ſphær. inquiratur ex inuento arcu* A C, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu inuento* A D, *oppoſitus angulus* C. *Hic enim in priori triangulo eſt quæſitus, in poſteriori vero reliquus duorum rectorum* A C B, *eſt is, qui quæritur.*

Per ſolos ſinus, quando dati duo arcus inæquales ſũt, & neuter eorum quadrans.

QVOD ſi forte arcus C D, deprehendatur quadrans, (nunquam autem B D, erit quadrans, poſito A B, non quadrãte) erit tunc & arcus quæſitus AC, quadrans, & angulus C A D, rectus. Atque ita ſine moleſtia inuentus erit arcus A C, qui quæritur, & angulus C A D: ex quibus quæſitos angulos B A C, A C B, inueniemus, vt prius.

SIT iam alter datorum arcuum inæqualium quadrans, nempe A B, à cuius extremo A, ad alterum arcus perpendicularis A D, demittatur. Erit tunc arcus quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus: nec non B, polus arcus A D; ac proinde arcus A D, ex dato angulo B, notus fiet. Atque ita in hoc caſu duo arcus B D, A D, cum angulo B A D, noti facti erunt, ſine alio labore: ex quibus reliqua inueſtigabuntur, vt prius.

Quando alter datorũ inæqualiũ arcuum eſt quadrans.

ALITER, & facilius, per ſolos ſinus, quando dati duo arcus inæquales ſunt quomodocunque.

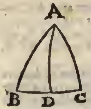
Praxis facilior, & generalis, per ſolos ſinus, quando dati duo arcus ſunt inæquales.

FIAT, *vt ſinus totus ad ſinum vtriuslibet datorum arcuum inæqualium, ita ſinus alterius arcus dati ad aliud, produceturq́; quidam quartus numerus. Deinde rurſus fiat, vt ſinus totus ad inuentum illum quartum numerum, ita ſinus verſus anguli dati ad aliud, reperieturq́; differentia inter ſinum verſum tertij arcus, qui quæritur, & ſinum verſum differentiæ datorum arcuum inæqualium: quæ differentia in-*

tia inuenta, ſi adijciatur ad ſinum verſum differentiæ datorum arcuum, componet ſinum verſum tertij arcus quæſiti. Cognitis iam tribus arcubus propoſiti trianguli, reperientur alij duo anguli ex præcedenti problemate, præſertim ex praxi illa faciliori, ſi arcus duo quemlibet illorum continẽtes fuerint inæquales. Quòd ſi quando æquales ſint, adhibenda erit poſtrema praxis eiuſdem problematis præcedentis.

Quando duo arcus dati sũt æquales.

SED iam duo arcus dati A B, A C, datum angulum A, comprehendentes ſint æquales, ac proinde neuter quadrans. Secabit arcus perpendicularis A D, bifariam & datum angulum A, & baſim B C. Inueniatur ergo, per problema 2. triãg. ſphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & ex angulo B A D, dimidio dati anguli B A C, arcus oppoſitus B D: qui duplicatus totum arcum B C, quæſitum dabit. Deinde, per problema 13. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu B D, inquiratur angulus B, à dictis arcubus comprehenſus; cui ęqualis eſt angulus C, ob ęquales arcus A B, A C.



Per ſolos ſinus, quando duo arcus dati sũt æquales.

PER *ſolos ſinus ita res peragetur. Ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & angulo* B A D, *dimidio dati anguli* B A C, *reperiatur, per problema* 2, *triang. ſphær. arcus oppoſitus* B D: *qui duplicatus quæſitum totum* B C, *offeret. Deinde, per* 1. *praxim problematis* 6. *triang. ſphær. ex inuento arcu* B D, *& angulo* B A D, *dimidio anguli* B A C, *dati (cum præterea conſtet ſpecies alterius anguli* B. *Nam ſi arcus* A B, *fuerit minor quadrante, erit angulus* B, *acutus, ſicut &* B A D, *acutus eſt: Si vero* A B, *ſit quadrante maior, erit* B, *obtuſus, cum* B A D, *acutus ſit.) eliciatur angulus* B; *cui angulus* C, *æqualis eſt.*

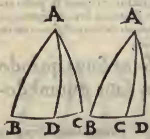
Quæruntur duo arcus, cũ angulo ab ipſis cõprehenſo.

20. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu ipſis adiacente, indagare reliquos arcus, cum angulo reliquo.

Quãdo dati anguli sũt inæquales, & arcus adiacens non quadrans.

Propoſ. 65. triãg. ſphęr.

SINT in triangulo A B C, dati duo anguli B, B A C, cum arcu A B, adiacente: ſintq́; primum dati anguli inæquales, & arcus A B, non quadrans. Ex altero datorum angulorum, nempe ex A, ad arcum oppoſitum B C, demittatur arcus perpendicularis, qui an intra triangulum cadat, an extra, operatio ipſa docebit. Inueniatur enim per problema 15. triang. ſphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & dato angulo B, alter angulus nõ rectus B A D: qui ſi minor fuerit angulo dato B A C, cadet arcus A D, intra triangulum; extra vero, ſi maior. In priori caſu ſubductus angulus BAD, inuentus ex dato angulo B A C; in poſteriori vero datus angulus B A C, ex inuẽto BAD, detractus, notum relinquet angulum C A D. Rurſus, per problema 2. triang. ſphær. ex dato arcu AB. angulum rectum D, ſubtendente, & angulo B, dato, reperiatur arcus A D, oppoſitus. Item, per problema 12. triang. ſphær. ex inuento arcu A D,



& an-

& angulo adiacente C A D, inuento, eruatur arcus A C, recto angulo D, oppoſitus; qui quidem eſt vnus ex quæſitis.

DEINDE, per problema 8. triang. ſphær. tam ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu A D, indagetur arcus B D; quam ex inuento arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu inuento A D, arcus C D: qui adiectus ad inuentum arcum B D, cadente arcu A D, intra triangulum, vel ſubductus ex eodem arcu B D, cadente arcu A D, extra triangulum, notum dabit alterum arcum B C, quæſitum.

A D extremum, per problema 15. triang. ſphær. inueſtigetur ex inuento arcu AC, rectum angulum D, ſubtendente, & angulo inuento CA D, angulus A C D: qui in priori triangulo eſt is, qui quæritur; in poſteriori autem ſubductus ex duobus rectis reliquum facit A C B, quæſitum.

Per ſolos ſinus, quādo dati anguli ſūt inæquales, & arcus adiacēs nō quadrans.

PER *ſolos ſinus ſic negotium abſoluetur. Per problema 2. triang. ſphær. inueniatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & angulo dato* B, *arcus oppoſitus* A D: *Et per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. ſphær. reperiatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* A D, *tertius arcus* B D. *Item per* 1. *praxim problematis* 1. *triang. ſphær. inquiratur ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* B D, *angulus oppoſitus* B A D: *qui ablatus ex dato* B A C, *(ſi ille hoc minor eſt) vel ex eo datus* B A C, *detractus, (ſi hic illo minor eſt) notū relinquet angulum* C A D. *Rurſus per problema* 5. *triang. ſphær. ex inuento arcu* AD, *& angulo adiacēte* CAD, *eruatur angulus* A C D; *qui in priori triangulo eſt quæſitus, in poſteriori vero reliquus duorū rectorum* ACB, *quæſitus eſt.*

POST *hæc, per* 1. *praxim problematis* 4. *triang. ſphær. ex vtroque angulo* C A D, A C D, *inuento reperiatur arcus* C D: *qui in priori triangulo additus iamdudum inuento arcui* B D, *vel in poſteriori ab eo ablatus, notum faciet arcum* B C, *quæſitum.*

DENIQVE, *per problema* 7. *triang. ſphær. inueniatur ex inuentis arcubus* A D, C D, *circa angulum rectum* D, *arcus tertius* A C, *recto angulo* D, *oppoſitus, qui quæritur. Atque ita inuenti erunt duo reliqui arcus* B C, A C, *cum reliquo angulo* A C B.

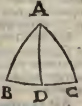
QVOD ſi quando angulus inuentus C A D, fuerit rectus, (B A D, nunquam poteſt eſſe rectus, poſito A B, non quadrante) erunt A C, C D, quadrantes; & A D, arcus anguli C; ac proinde angulus C, notus fiet ex inuento arcu A D. Reliquus autem arcus B C, cognoſcetur ex inuento arcu B D, & quadrante C D, veluti prius.

Quādo datus arcus eſt quadrans.

IAM vero ſi datus arcus A B, ſit quadrans, exiſtentibus adhuc angulis B, B A C, datis inæqualibus, erit angulus B A D, rectus, & arcus quoque B D, quadrans. Item B, erit polus arcus A D; proptereaq; arcus ipſe A D, ex dato angulo B, cognitus erit. Inuentis autem tunc tanta facilitate arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, reperiemus cætera, vt prius.

Quādo dati duo anguli ſūt æquales.

SINT deinde in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, æquales, cum arcu B C, adiacente, ſiue quadrans is ſit, ſiue non. Erunt arcus A B, A C, æquales, & arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, ad B C, demiſſus ſecabit & arcum B C, & angulum A, bifariam. Inueniatur ergo, per problema 12. triang. ſphær. ex arcu B D, dimidio dati arcus B C, & dato angulo B, adiacente, arcus A B, recto angulo D, oppoſitus; cui cum æqualis ſit AC,



Inuen-

inuenti erunt reliqui duo arcus. Rurſus, per problema 5. triang. ſphær. ex eodem arcu B D, dimidio dati arcus B C, & dato angulo B, adiacente reperiatur alter angulus non rectus B A D. Hic namque duplicatus totum quæſitum angulum B A C, dabit.

Per ſolos ſinus, quãdo duo anguli dati ſũt æquales.

P E R *ſolos ſinus ita operabimur. Per problema 5. triang. ſphær. inueniatur ex arcu* B D, *dimidio dati arcus* B D, *& dato angulo* B, *adiacente angulus* B A D: *qui duplicatus dabit totum* B A C, *quæſitum. Deinde per* 1. *praxim problematis* 3. *triang. ſphær. ex arcu* B D, *dimidio dati arcus* B C, *& inuento angulo* B A D, *oppoſito reperiatur* (*cum præterea conſtet ſpecies alterius anguli* B, *qui datus eſt*) *arcus* A B, *recto angulo* D, *oppoſitus: cui æqualis eſt* A C.

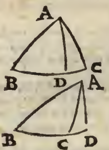
Quæruntur duo arcus, cũ vno angulo.

21. D A T I S duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu qui alteri illorum opponitur, reliquos arcus, cum reliquo angulo inueſtigare: ſi modo conſtet, num arcus alteri angulo dato oppoſitus quadrante maior ſit, aut minor, aut certe quadrans.

Quãdo dati duo anguli inæquales ſunt, & arcus datus non quadrans.

Propoſ. 66. triãg. ſphær.

S I N T in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, primum inæquales, cum arcu A B, qui angulo C, opponitur, non quadrante, conſtetq́; præterea ſpecies arcus A C, alteri angulo dato B, oppoſiti. Ducatur ex tertio angulo A, ad arcum B C, arcus perpendicularis A D; qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulus datus B, & C, eſt acutus, vel obtuſus; extra vero, ſi vnus acutus, & alter obtuſus eſt.



Inueſtigetur, per problema 2. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo B, arcus oppoſitus A D. Item, per problema 14. triang. ſphær. ex eodem dato arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & dato angulo B, eliciatur arcus B D. Rurſus reperiatur, per problema 15. triang. ſphær. ex eodem dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo B, angulus B A D. Ad hæc, per problema 3. triang. ſphær. inueniatur quoque ex inuento arcu A D, & dato angulo C, oppoſito (Nam, cadente arcu A D, extra triangulum, angulus A C D, arcui A D, oppoſitus relinquitur notus poſt ſubtractionem dati anguli A C B, ex duobus rectis) arcus A C, recto angulo D, oppoſitus, cum eius ſpecies conſtare ponatur. Atque ita inuentus erit arcus A C, vnus ex quæſitis.

D E I N D E, per problema 14. triang. ſphær. reperiatur ex inuento arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo C, arcus C D: qui additus arcui B D, ſupra inuento, vel ex eo detractus, (prout nimirũ arcus A D, intra triangulum cadit, aut extra) notum faciet arcum B C, qui eſt alter ex quæſitis.

A D extremum, per problema 15. triang. ſphær. ex inuento eodem arcu A C, re-

A C, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo C, inueniatur angulus C A D: qui additus angulo B A D, ſi arcus intra triangulum cadit, vel ſi extra, ex eodem ſubductus, cognitum efficiet angulum B A C, quæſitum.

SOLIS *ſinubus vtemur ſic. Per problema 2. triang. ſphær. ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & dato angulo* B, *inquiratur arcus oppoſitus* A D. *Et hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. ſphær. ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* A D, *reperiatur tertius arcus* B D. *Et rurſus, per 1. praxim problematis 1. triang ſphær. ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* B D, *eruatur angulus oppoſitus* B A D *Poſt hæc, per 1. praxim problematis 3. triang. ſphær. eliciatur ex inuento arcu* A D, *& oppoſito angulo dato* C, *arcus* A C, *recto angulo* D, *oppoſitus, cum eius ſpecies conſtet ex hypotheſi: qui arcus* A C, *ex quæſitis vnus eſt.*

Per ſolos ſinus, quãdo dati duo anguli ſũt inæquales, & arcus datus non quadrans.

DEINDE, *per 1. praxim problematis 8 triang. ſphær. ex inuento arcu* A C, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu* A D, *reperiatur tertius arcus* C D: *ex quo, ſi in priori triangulo arcui* B D, *inuento addatur, vel in poſteriori ex eodem ſubtrahatur, cognitus fiet alter arcus quæſitus* B C.

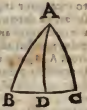
PER *1. praxim denique problematis 1. triang. ſphær. ex arcu* A C, *angulum rectum* D, *ſubtendente, & arcu* C D, *inuento, inquiratur angulus oppoſitus* C A D. *Nam hic in priori triangulo additus inuento angulo* B A D, *vel in poſteriori ab eodem demptus, notum faciet angulum* B A C, *quæſitum.*

QVOD ſi quando arcus A C, alteri angulo B, dato oppoſitus ſit quadrãs, quod euenire poteſt, non exiſtẽte quadrante A B, (quo in caſu nunquam quadrans eſſe poterit A D, vel B D,) erit quoque C D, quadrans, & angulus C A D, rectus. Quare non laborandum tunc erit in inquiſitione arcuum A C, C D, & anguli C A D: ſed ex ijs inueniendus erit arcus B C, & angulus B A C, vt diximus.

VERVM ſit iam datus arcus A B, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Quo poſito, erit & B D, quadrans, & angulus B A D, rectus; nec non B, polus arcus A D; ac proinde arcus A D, ex dato angulo B, cum eius arcus ſit, notus fiet. Cognitis autem tanta facilitate arcubus B D, A D, cum angulo recto B A D, inuenientur reliqua, vt prius.

Quãdo datus arcus quadrãs eſt, & dati duo anguli inæquales.

SINT tandem dati duo anguli B, C, æquales. Diuidet arcus A D, & baſim B C, & angulum A, bifariam; & arcus A B, A C, æquales erunt. Inquiratur, per problema 14. triang. ſphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & dato angulo B, arcus B D: qui duplicatus totum quæſitum B C, offeret. Alter autem quæſitus A C, datus erit, cum dato A B, ſit æqualis. Rurſus, per problema 15. triang. ſphær. ex eodem arcu dato A B, & angulo B, eliciatur angulus B A D; quo duplicato, habebitur totus B A C, qui quæritur.



Quãdo duo anguli dati ſunt æquales.

PER *ſolos ſinus ita abſoluemus problema. Per problema 2. triang. ſphær. inueſtigetur arcus* A D, *ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & dato angulo* B, *arcui* A D, *oppoſito. Atque hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. ſphær. reperiatur ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *ſubtendente, & inuento arcu* A D, *tertius arcus* B D: *qui duplicatus totum quæſitum* B C, *dabit. Deinde, per 1. praxim problematis 1. triang. ſphær. ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente,*

Per ſolos ſinus, quãdo duo anguli dati ſũt æquales.

& arcu B D, *inuento indagetur angulus oppoſitus* B A D: *qui duplicatus offeret totum* B A C, *quæſitum*.

IN hoc porro caſu non poteſt datus arcus A B, eſſe quadrans.

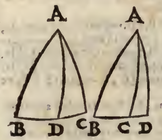
Quæruntur duo anguli cum vno arcu.

22. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur, reliquos angulos, cum reliquo arcu ſcrutari: ſi modo conſtet, num angulus alteri arcui dato oppoſitus acutus ſit, aut obtuſus.

Quãdo dati duo arcus ſũt inæquales, & neuter eorum quadrans.

Propoſ. 67. triãg. ſphær.

SINT in triangulo A B C, dati duo arcus A B, A C, cum angulo B, qui arcui A C, opponitur: ſint autem primum illi arcus inæquales, & neuter quadrans, conſtetq́; præterea ſpecies anguli C, alteri arcui dato A B, oppoſiti. Ducatur ex angulo A, à datis arcubus comprehenſo ad arcum B C, arcus perpendicularis, qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulus B, C, ſit acutus, vel obtuſus; extra vero, ſi vnus acutus ſit, & alter obtuſus. Conſtat autem, an vterque angulus acutus ſit, obtuſusve, an non; quia angulus B, datus eſt, cum ſpecie anguli C. Inquiratur ergo, per problema 2. triang. ſphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & angulo dato B, arcus oppoſitus A D. Et hinc, per problema 8. triang. ſphær. ex eodem arcu dato A B, & arcu inuento A D, eliciatur tertius arcus B D. Hinc rurſus, per problema 1. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu B D, inuento repetiatur angulus B A D, arcui B D, oppoſitus: Et per problema 13. triãg. ſphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu A D, inuento eruatur angulus C A D, à dictis arcubus comprehenſus. Nam hic angulus adiectus ad inuentum angulum B A D, vel ab eodem ſubtractus, (prout arcus A D, cadit intra, vel extra triangulum) dabit quæſitum angulum BAC. Inueniatur præterea, per problema 15. triang. ſphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento angulo C A D, angulus A C D: qui erit is, quem quærimus, ſi arcus A D, intra triangulum cadit, ſi vero extra, ablatus ex duobus rectis dabit angulum A C B, quæſitum: ſicq́; duo reliqui anguli B A C, A C B, erunt cogniti.



DEINDE, per problema 8. triang. ſphær. ex dato arcu A C, angulum rectum D, ſubtendente, & inuento arcu A D, inquiratur arcus C D. Hic enim additus arcui inuento B D, vel ab eodem ſubductus (prout arcus A D, intra triangulum cadit, vel extra) notum offeret quæſitum arcum BC.

IN hoc porro caſu, nullus arcuum A D, B D, C D; quadrans eſſe poteſt.

PER *ſoloſſinus ita erit agendum*. *Per problema* 2. *triang. ſphær. ex dato arcu*

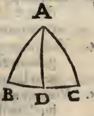
A B, an-

A B, angulum rectum D, ſubtendente, & angulo dato B, inueniatur oppoſitus arcui A D: Atque hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. ſphær. ex dato arcu A B, dato rectum ſubtendente angulum D, & inuento arcu A D, eruatur tertius arcus B D: Atque hinc rurſus, per 1. praxim problematis 1. triang. ſphær. ex arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & arcu inuento B D, reperiatur angulus oppoſitus B A D: Nec non, per 1. praxim problematis 8. triang. ſphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu inuento A D, eruatur tertius arcus C D; qui vel additus arcui inuento B D, vel ex eo ſubtractus, (prout arcus A D, cadit intra, vel extra triangulum) dabit quæſitum arcum B C. Per ſolos ſinus, quando duo arcus dati ſũt inæquales, & neuter eorum quadrans.

DEINDE *inueſtigetur per 1. praxim problematis 1. triang ſphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu C D, angulus oppoſitus C A D: qui angulo B A D, adiunctus, vel ab eo demptus, (prout arcus A D, intra triangulum, aut extra cadit) exhibebit quæſitum angulum B A C. Denique per problema 5. triang. ſphær. ex arcu inuento A D, & inuento angulo adiacente C A D, reperiatur angulus alter A C D: qui erit ex quæſitis alter, ſi arcus A D, intra triangulum cadit, ſi vero cadit extra, detrahendus erit ex duobus rectis, vt reliquus fiat alter angulus quæſitus A C B.*

QVOD ſi alter datorum arcuum ſit quadrans; ſi quidem A B, quadrans fuerit, erit quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus, nec non B, polus arcus A D, ac proinde arcus A D, cognoſcetur ex dato angulo B. Atque ita cognitis arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, reliqua inueniemus, vt prius. Pari ratione, ſi A C, fuerit quadrans, erit quoque C D, quadrans, & angulus C A D, rectus, nec non C, polus arcus A D; atque adeo inuentus arcus A D, notum faciet angulum ſuum A C D; qui vnus erit ex quæſitis, ſi arcus A D, intra triangulum cadit; ſi vero cadit extra, idem ex duobus rectis detractus relinquet quæſitum angulum A C B. Inuentis autem tanta facilitate angulis C A D, A C D, & arcu C D, reperientur cætera, vt prius. Quãdo alter datorũ arcuum eſt quadrans.

SINT iam dati duo arcus A B, A C, æquales. Secabit arcus A D, & baſim B C, & angulum A, bifariam, anguliq́; B, C, æquales erunt; atque ita inquirendus erit tantum angulus B A C, cum arcu B C. Inquiratur ergo, per problema 15. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo B, angulus B A D; qui duplicatus offeret totum quæſitum B A C. Rurſus, per problema 2. triang. ſphær. ex arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente, & inuento angulo B A D, reperiatur arcus oppoſitus B D: qui duplicatus totum quæſitum B C, dabit. Quãdo duo arcus dati ſũt æquales.



PER *ſolos ſinus ſic. Per problema 2. triang. ſphær. inueniatur ex dato arcu A B, angulum rectum D, ſubtendente & dato angulo B, arcus oppoſitus A D: Atque hinc per 1. praxim problematis 8. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu A D, reperiatur tertius arcus B D; qui duplicatus totum quæſitum B C, exhibebit. Per problema tandem 5. triang. ſphær. inueſtigetur ex inuento arcu B D, & dato angulo B, adiacente angulus B A D, arcui B D, oppoſitus. Hic enim duplicatus dabit totum B A C, quem deſideramus.* Per ſolos ſinus, quando dati duo arcus ſunt æquales.

CAETERVM, vt facilius problema illud, quod maxime optamus, præſertim in ſphæricis triangulis, inuenire poſsimus, confecimus hic indicem om-

nium problematum ad calculum neceſſariorum: quibus quidem numeros præfiximus, qui indicent, quem ordinem quodlibet inter problemata, quorum praxes proxime expoſuimus, obtineat; quemadmodum & ſupra problematibus ipſis in margine adſcripſimus propoſitiones, & problemata, in quibus praxes demonſtrantur in noſtris triangulis rectilineis, & ſphæricis. Quanquam autem in indice triangulorum ſphæricorum rectangulorum proponantur tantum ſingula in ſingulis problematibus inuenienda: ijs tamen inuentis, pleraque etiam alia in eiſdem reperiuntur, vt ex ſuperioribus liquet.

INDEX PROBLEMATVM, ET PRAXIVM TRIANGVLORVM.

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS RECTANGVLIS

Inuenitur

2. Latus circa angulum rectum vtrilibet angulorum acutorum oppoſitum; ex latere rectum angulum ſubtendente, & alterutro acutorum angulorum.

3. Latus angulo recto oppoſitum, & alterutrum duorum circa eundem rectum angulum; ex altero latere circa angulum rectum, & vno acutorum angulorum.

4. Vterque angulus acutus, & alterutrum duorum laterum circa angulum rectum; ex latere angulum rectum ſubtendente, & altero latere circa eundem rectum angulum.

5. Vterque angulus acutus, & latus recto angulo oppoſitum; ex duobus lateribus circa eundem angulum rectum.

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS NON RECTANGVLIS

Inueniuntur

10. Duo latera; ex omnibus angulis, & reliquo latere.

11. Omnes anguli; ex omnibus lateribus.

12. Vnum latus, & duo anguli illi adiacentes; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo ab ipſis comprehenſo.

13. Duo anguli, & vnum latus vni eorum oppoſitum; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo, qui vni eorum opponitur.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS RECTANGVLIS

Inuenitur arcus angulo recto oppoſitus.

3. Ex arcu circa rectum angulum, & angulo ei oppoſito.
12. Ex arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
7. Ex vtroque arcu circa angulum rectum.
16. Ex vtroque angulo non recto.

Inuenitur arcus circa angulum rectum

2. Ex arcu rectum angulum ſubtendente, & angulo, qui quæſito arcui opponitur.
14. Ex arcu rectum angulum ſubtendente, & angulo, qui quæſito arcui adiacet.
8. Ex arcu angulum rectum ſubtendente, & altero arcu circa angulum rectum.
10. Ex altero arcu circa rectum angulum, & angulo ei oppoſito.
9. Ex altero arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
4. Ex vtroque angulo non recto.

Inuenitur angulus non rectus

1. Ex arcu rectum angulum ſubtendente, & arcu circa angulum rectum, qui quæſito angulo opponitur.
13. Ex arcu angulum rectum ſubtendente, & arcu circa angulum rectum, qui quæſito angulo adiacet.
15. Ex arcu rectum angulũ ſubtendente, & altero angulo non recto.
11. Ex vtroque arcu circa angulum rectum.
5. Ex arcu circa rectum angulum, qui angulo quæſito opponitur, & altero

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

altero angulo non recto illi arcui adiacente.

6. Ex arcu circa angulum rectum, qui angulo quæſito adiacet, & altero angulo non recto illi arcui oppoſito.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS NON RECTANGVLIS

Inueniuntur

17. Omnes tres arcus; ex omnibus tribus angulis.
18. Omnes tres anguli; ex omnibus tribus arcubus.
19. Vnus arcus, & duo anguli illi adiacentes; ex alijs duobus arcubus, & reliquo angulo ab ipſis comprehenſo.
20. Duo arcus, & angulus ab ipſis comprehenſus; ex reliquo arcu, & alijs duobus angulis huic arcui adiacentibus.
21. Duo arcus, & vnus angulus vni eorum oppoſitus; ex reliquo arcu, & alijs duobus angulis, quorum vni hic arcus opponitur: ſi modo conſtet ſpecies arcus alteri angulo dato oppoſiti.
22. Duo anguli, & vnus arcus vni eorum oppoſitus; ex reliquo angulo, & alijs duobus arcubus, quorum vni hic angulus opponitur: ſi modo conſtet ſpecies anguli alteri arcui dato oppoſiti.

ATQVE hic finis ſit noſtrorum triangulorum, in quibus omnia ea videor eſſe complexus, quæ ad calculum ipſorum requiruntur. His ergo, benigne Lector, interea fruere feliciter, dum tres integros libros triangulorum ſphæricorum Menelai, cum duobus Franciſci Maurolyci, in quibus multo plura, quam hic à nobis explanata ſunt, & quidem ſcitu iucundiſſima, continentur, clarioribus demonſtrationibus illuſtratos in lucem, Deo noſtris cœptis bene fauente, prodire ſinamus.

FINIS TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM.

515

Regeſtum.

† A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Sſ Tt Vu Xx Yy Zz.

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp Qqq Rrr.

Omnes ſunt Duerni. Solum Gg Sſ Nn Terni ſunt.

R O M AE,
Ex Typographia Dominici Baſæ.
M D L X X X V I.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

GIU 1969

RESTAURO del LIBRO ANTICO
Cav. G. DI GIACOMO
PESCARA